S. 庞德
G.L. 皮卡德 著

动力海洋学导论

海洋出版社

动力海洋学导论

S. 庞德
G.L. 皮卡德 著
伊增欣 李茂和 译
余宙文 校

海洋出版社
1990年·北京

内 容 简 介

本书为培格曼(Pergamon)国际科学丛书之一。全书共十四章，分别介绍了动力海洋学的基本研究对象和方法，并把讨论的重点集中在大尺度的平均环流上。前七章从动力学观点出发，阐述了海水性质、基本物理定律，以及力和运动的分类，并在此基础上建立了海洋学中的运动方程。后七章分别讨论了地转流、风生环流、波和潮汐等海洋波动理论，并对这一研究领域的前景作出展望。书中另附有进一步的数学计算方法和文献目录，这对欲求深解的读者颇有裨益。

读者对象：海洋学专业高年级大学生、研究生，以及从事海洋动力学教学的教师和科研工作者。

责任编辑 陈泽卿
责任校对 金玉筠

动力海洋学导论

S. 庞德
G.L.皮卡德 著

伊增欣 李茂和 译 余宙文 校

海洋出版社出版 (北京市复兴门外大街1号)
新华书店北京发行所发行 妙峰山印刷厂印刷
开本：787×1092 1/32 印张：14.6875 字数：330千字
1990年1月第一版 1990年1月第一次印刷
印数：1—500 册

ISBN 7-5027-0175-3/P.32 ¥：8.80元

序言

编写这本教材的目的是为理科高年级大学生和海洋学领域的研究生提供动力海洋学的基础知识。

我们的目的是向读者介绍动力海洋学的基本研究对象和方法，并说明动力海洋学存在的某些局限性及其与描述性（概要的）海洋学的关系。我们希望这本书能将这一领域介绍给想要从事动力海洋学专门研究的物理学家，帮助非物理方面的海洋学家掌握足够的海洋环流物理知识，以便与物理海洋学家讨论他们自己工作中需要搞清楚的问题，并使相邻领域的人了解动力海洋学家对于全部海洋知识想要作的贡献是什么。

阅读本书要用到一些数学知识，因为动力学方法的本质就是要将物理学基本原理的数学描述应用于海水以便推演出关于海洋运动的定量知识。所用数学的水平将使学过微积分的大学生应该能理解基本的数学论证，而对物理系的学生应该是毫无困难的。非物理系的学生也不必为数学而烦恼，因为为了对描述性物理海洋学方面的课程作一补充，多年来U.B.C(不列颠哥伦比亚大学)其他系如生物系的学生，就学过包括本书许多内容的课程。对于几乎没有微积分基础知识的学生，我们强调建立和求解方程时所作的物理假定，以便弄清它们固有的局限性，然后强调对所得解的物理解释；对于有兴趣于数学推导的人，我们提供了某些中间步骤；对于数学知识有限的学生，应该把注意力集中在用

文字表达的物理解释上，而不要过多地考虑数学方面的细节。同时，对于本书用到的大部分数学方法、符号含义以及与动力海洋学有关的流体力学的某些方面，附录1作了简明扼要的介绍。第一次阅读本书时，非物理学家可能会发现第七章的某些部分有点难以理解，如果是这样的话，那么在读完第八、九章，也许还有第十章以后，再重读这一章可能是有益的。

我们力求使本书在它涉及的范围内自成系统，但是对于动力海洋学感兴趣的学生来说，为了了解动力海洋学家力图弄懂和解释的海洋特性，他们应该首先熟悉物理海洋学观测方面的知识，我们认为这一点是非常重要的。本书文献目录中所列的象Pickard和Emery（1982）所著的《描述性物理海洋学》(Descriptive Physical Oceanography)，或这方面的其他入门教材将为他们提供必要的基础知识。

在编写本书第一版时，我们在原有课程内容上增加了大量材料，以致使我们不能象过去作过的那样，在二十五次左右的讲授中概述本书的所有内容。但是，我们设想当利用这本书作为一门课的教材时，教员一定会选教那些适合于学生的内容，而将剩下的材料留作以后参考，或者考虑在一个课时较多的课程中讲授这些材料。

在准备本书的第二版时，我们对若干细节作了改写，使得这些部分的论述更加精确和严格，同时引进实用盐标1978（PSS 1978）作为盐度的基本定义。另外，用国际状态方程1980（IES 1980）作为对海水盐度、温度、压强和密度之间关系的最新表述。在新的附录中，还介绍了以前的和现在的状态方程的有关事项，如查算表的出处、有关公式等。此外还增加了关于β螺旋（一种根据密度场来确定海

流绝对速度的方法）的章节，更新了对混合层模型的讨论（第十章），简要地描述了可分辨出涡的数值模型（第十一章），修改和扩充了关于波和潮汐的第十二章和第十三章。（这后两章研究的波浪和潮汐都属于内容非常广泛的领域，书中对它们的介绍只能看作是描述性的，而不是解析的处理，这样做主要是为了使非本专业的读者了解其中的某些基本性质。物理海洋学家需要更详细的论述，可以在书末的文献目录中找到。）

我们相信，本书的内容对于非物理学家是足够完整的，而对于物理学科的学生来说，也可作为导论使用。对于物理海洋学方面的研究生，这本书应该作为一个基本的绪论，同时在讲授中补充某些内容或者参阅一些参考文献。也就是说，用更完全的数学理论进一步讨论如下的问题：湍流、涡、赤道环流、边界层、温跃层和热盐环流，以及前面提到过的波和潮汐等等。为了方便那些希望得到更完全知识的读者，本书将已涉及的其他书或期刊文献中的材料列在文献目录表中（分别列在B.2和B.4中）。

如果物理学家发现书中某些概念的介绍采用了过于初等的方式，那么我们希望他们予以谅解，因为按照我们的经验，这些概念曾给非物理学家造成过困难，物理学家甚至可能发现，更深刻的文字说明有时可把人们从某些只有有限物理解释的大量方程中愉快地解脱出来。

作为这本书的重点，我们把注意力集中在大尺度的平均环流上。我们知道，人们正在大力研究“可变性”的问题，例如外海中的涡以及近岸区的小尺度流动；我们还知道，在许多情况下，短期变化可能比长期平均值的变化大得多。我们认为，对这些课题的详细讨论是更高深的课程的任务。本

书没有讨论河口动力学和沿岸动力学的问题，尽管偶尔也提到它们。在文献目录（B.2）中已经提到了几本关于河口海洋学的教科书，Csanady（1982）的著作则描述了动力海洋学原理在近岸水域和浅海水域中的应用。

最后必须再次说明，这本书仅仅是动力海洋学的导论。对于许多方面的问题，已有更为完善的论述。早期用数学方法研究海洋的优秀入门书有Stommel的《湾流》（The Gulf Stream）（1965）和Robinson汇编的论文集（1963）。在Warren和Wunsch（1981）编辑的《物理海洋学进展》，Evolution of Physical Oceanography）一书中，对物理海洋学的很多方面（描述性的、动力学的和仪器的）都作了精辟的介绍和评论；这本书是编者赠给Henry Stommel六十岁生日的礼物。这本书还提供了这一领域中众多的期刊杂志和教科书。

书中采用的主要符号一览表

黑体字（例如$\mathbf{V}$）表示矢量；普通体的字（例如V）表示该矢量的量值。

英文字母

$\mathbf{a}$，a　加速度

A（或δA）　面积，波的振幅（第十二章）

A_x, A_y, A_z, A_H　x, y, z方向上和水平方向上的运动学涡动粘性系数（在第九章的后半章，为简便起见用A代表了A_H

b　河口宽度（第十三章）

B　惯性运动圆的半径（第八章）

C；c　电导率（第二章）；声速（第五章）

$\mathbf{C}$；C；C_b　波的相速度，速率，涌潮速度（第十三章）

C_s，C_l　短波（深水波）和长波（浅水波）的相速度

$\mathbf{C}_g$，C_g　波的群速度，波群速率

$\mathbf{C}_i$，C_i　内波的相速度，内波相速率

$\mathbf{C}_{gi}$，C_{gi}　内波的群速率，内波的群速率

$\mathbf{C}_{sol}$　孤立波的相速度

Cl　氯度

$\mathbf{C}_H$　水平科氏参数（$= 2\Omega \sin\phi \mathbf{V}_H \times \mathbf{k}$）

C_D　空气动力学阻力系数

d	相对密度（第二章）；两层系统界面的深度(第九章)；到波生成区的距离（第十二章）
D	深度（第二章）；混合单位系统中的重力势（第八章）；层的厚度（第九、十章）
D	埃克曼深度
D_z	波运动中质点轨道的直径
E	稳定性（Hesselberg）；波能密度（第十二章）
E_p；E_p^0	位势；水柱的标准势能
E_x, E_y, E_z, E_M	埃克曼数
f	科氏参数 $=2\Omega\sin\phi=$ 行星涡度
$F, \boldsymbol{F}$	力；有下标时表示特指的力或力的分量
F	潮汐的形态比（第十三章）
g，$\boldsymbol{g}$	重力加速度（在本书中取为9.8米·秒$^{-2}$）
g_f	地球作用在惯性系中单位质量上的引力
G	万有引力常数
h	水深；混合层深度（第十章）
H	标尺深度（第四、七章）；波高（第十二章）
H_s	有效波高（最高的三分之一个波的波高平均值）
i	等压面和水平面之间的角度

$\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}, j$	在x，y，z方向上的单位矢量；$j=\sqrt{-1}$（第九章）
$\mathbf{k}$，k	以弧度为单位的波数矢量和它的量值
K；[K]	开尔文度；温度量纲
K_{15}；R_t	电导率比（附录 2）
K_x, K_y, K_z, K_H	x，y，z方向上和水平方向上的运动学涡动扩散系数
K_T；K	切线体积模量，割线体积模量（附录 1，3）
[L]	长度量纲
L	水平长度尺度；海盆的长度（第十三章）
L_C	共振海盆长度（第十三章）
m，M；[M]	质量，质量量纲
M_2, S_2, K_1，等等	引潮力调和分量（引潮力成分）
$\mathbf{M}$；M_x，M_y	质量输送矢量（每单位宽度）；x，y方向每单位宽度上的质量输送量
n	整数，法向坐标（即垂直于某一面或线的坐标），内波型态数
n_H	水平面内的法向坐标
N	布伦特-维萨拉频率
p；p'，p_w	压强；压强的脉动分量；波诱导压强分量
q	代表任意量或变量（附录 1）
Q；Q_x，Q_y	总输送量；x，y方向每单位宽度上的体积输送量

Q_T　温度(热)的源函数

r　两个质量中心之间的距离

R　气体常数(第二章)；到地球中心的距离(第六、十三章)；当场电导率与标准电导率之比

Re，Ri，Ro　雷诺数，里查森数，罗斯贝数

δs中的s　表面面积

S，s　盐度，表示盐度的下标

t　时间，作为下标或在某些公式中表示温度

T　绝对温度（第二章）

[T]　时间量纲

T　当地温度(℃)；时间尺度（第七章）；周期（第十二、十三章）

T_f　一个摆日（第八章）；基本周期（第十三章）

u，v，w　x，y，z方向的速度分量；u，v，w的下标有：b表示正压；c表示斜压；E表示埃克曼；g表示地转

u'，v'，w'　脉动速度分量

U，V，W　x，y，z 方向上的速度分量的特征值

$\mathbf{V}$，$\mathbf{V}_H$　速度矢量，$\mathbf{V}=iu+jv+w$；水平面上的速度矢量$\mathbf{V}_H=iu+jv$

V_b，V_c　$\mathbf{V}_H$的正压部分和斜压部分

V_1，V_2　在水平面 1 和 2 上，垂直于铅直断面的水平速度分量。

V_0	海面上的埃克曼流速度
V, δV	体积，体积元素
W_e	埃克曼层底部的铅直速度分量
W	功（第八章）；风速（第九章）；西部边界流的宽度（第九，十一章）（W'为无量纲形式，东部边界流，第九章）
x, y, z	在东-西向的轴、南-北向的轴和铅直轴组成的直角坐标系中的坐标
希腊字母	
α	比容
β	$=\partial f/\partial y$，代表科氏参数随纬度的变化；压缩系数（附录2）
Γ; γ	绝热温度梯度；无量纲y坐标
δ	比容距平$=\delta_s+\delta_t+\delta_{s,t}+\delta_{t,p}+\delta_{s,p}+\delta_{s,t,p}$
$\Delta_{s,t}$	热比容距平$=\delta_s+\delta_t+\delta_{s,t}$
$e_{s,p}$, $e_{t,p}$	密度距平项
ζ	相对涡度
η	水面的铅直位移；作为下标时，它表示某个量在水面上的值
θ	位势温度；角度
κ_s, κ^t	对于盐和温度（热）的运动学分子扩散系数
λ	罗斯贝变形半径（下标i和e分别表示罗斯贝内径和罗斯贝外径）
Λ; Λ_s, Λ_l; Λ_i;	波长；短波（深水波）和长波（浅水波）的波长；内波的波长

μ	动力学分子粘性系数
ν	运动学分子粘性系数
ξ	无量纲x坐标
π	圆周长与直径的比值
ρ	密度
σ_t	在大气压强下的密度 —— 1000千克·米$^{-3}$
σ_θ	利用位势温度(θ)算出的等价σ_t值
τ; τ'	摩擦应力；无量纲形式的摩擦应力（第九章）
ϕ	地理纬度
Φ;	重力位势;
$\Delta\Phi_{标准}$; $\Delta\Phi$	标准重力位势距平，重力位势距平
χ	势能距平
ψ; ψ'	流函数；无量纲形式的流函数（第九章）
ω	月球绕地球旋转的角速度，圆频率（第十二章）
Ω	地球自转角速度

经常使用的单位的缩写

(SI)　m 米；kg 千克；s 秒；km 千米；J 焦耳；h 小时。

(其他单位)

Sv = Sverdrup（斯维尔德鲁普）= 10^6米^3·秒$^{-1}$（体积输送量单位）

数学符号

$=$　等于

$\approx$　近似等于

$\equiv$　等价于

$\sim$　量级为

$>$　大于

$\gg$　远大于

$<$　小于

$\ll$　远小于

$\geqslant$, $\leqslant$　大(小)于或等于

$\gtrsim$, $\lesssim$　大(小)于或近似等于

∇　梯度算子

$\nabla\cdot$　散度算子

$\nabla_H\cdot$　水平散度算子

∇^2　拉普拉斯算子

∇^4　双调和算子

$$\text{curl}_z\ \tau = \frac{\partial \tau_y}{\partial x} - \frac{\partial \tau_x}{\partial y}$$

Σ,　求和号

黑体字　矢量(例如$\mathbf{V}$)

$\cdot$　两矢量的标积

$\times$　两矢量的矢积

$\bar{\ }$　(上横)　表示平均量

$|\ |$　绝对值或矢量的模

$f(\ \ )$　是(　　)的函数

$O(\ \ )$　量级为(　　)

$\exp(\ \ )$　(　　)的指数函数

Δx　x的有限改变量

δx　x的一个小(有限)改变量

$\frac{dq}{dx}$　q对x的导数

$\frac{\partial q}{\partial x}$　q对x的偏导数

$\frac{dq}{dt}$　q的全(个别)微商

$\int$ 积分号

三角函数

sin　正弦，　cos　余弦，　tan　正切

双曲函数

$$\sinh x = [\exp(x) - \exp(-x)]/2$$

$$\cosh x = [\exp(x) + \exp(-x)]/2$$

$$\tanh x = \sinh x/\cosh x$$

$$\coth x = 1/\tanh x$$

目　　录

第一章　引　　论

海洋学是利用各种基础科学（物理学、化学、生物学和地质学）来对海洋进行研究的学科，它以数学作为所有这些研究的工具。海洋学特别注意研究作为海洋生物环境并与人类活动有密切关系的海洋本身，也特别注意研究海洋与构成人类生活环境的大气之间的相互作用。

物理学家的任务就是研究用于识别水团的海水各特征量（如温度、盐度、密度、透明度等）的分布，以及各种作用力驱动下产生的海水运动。

我们已经认识到并研究过的问题有：

为什么中纬度的表层海洋环流在北半球是顺时针的，而在南半球是逆时针的？

为什么这些环流在西边(墨西哥湾流、黑潮等)是流束狭窄的急流，而在其他地方却是散布范围广阔的缓慢流动？

为什么在南大洋有南极绕极流？

海流随深度的分布如何？

为什么会有复杂的赤道流系？

大气与海洋间动量和能量转移的机理细节是怎样的？

表面波与内波的特性以及产生的原因是什么？

海底地震与海啸的关系如何？海啸在深海和近岸水域的行为如何？

海洋中的湍流运动具有什么样的特征和意义？

对于其中的一些问题我们已经有了答案，而对于另外一

些问题我们只有部分答案，但随着研究工作的进展，新的问题又会不断涌现。

物理海洋学的研究一方面是对海水特征量和海水运动进行直接观测，另一方面是应用力学和热力学的基本物理学原理来确定海洋运动。主要介绍观测成果的海洋学称为描述性海洋学；海洋学的另一分支称为动力海洋学，它的基本特点是利用物理定律来得到海水受的各种作用力与其引起的海水运动之间的数学关系。无论哪种方法，最终的目标都是搞清海洋的结构和运动，以便预报海洋的未来状态。

原则上，为达到这一目的，动力学方法是最可能成功的，因为它应以分析表达式来给出结果。这些表达式就可以被用来预报未来的状态，而描述性方法却只能描述过去已经发生的情况。实际上，由于海洋的某些特征量随时间变化不大，或者以已知的周期重复其变化过程，所以对现存状态的良好描述可能应用到未来的一段时间。然而，的确有些海洋现象是变化的，而且周期性变化的振幅也可能改变，因此还是希望对激发力与海洋对这些力的反应之间的关系有定量的了解。为了了解可能会有哪些运动发生以及什么力可能引起这些运动，动力海洋学家们就利用描述性海洋学家准备好的有关海洋及其运动的初步定性地描述，并帮助他们进行理论工作。此外，如果动力海洋学家在分析工作中遇到了数学困难（这种情况是常有的），已有的观测资料可以帮助他们作出适当的数学近似，并能使研究结果更符合客观实际。

当动力海洋学家作了初步分析以后，他们可能会提出需要更广泛或更精确的观测资料；有了这种观测资料之后，动力海洋学家又可以进一步改进他们的分析工作。反复不断

地改进观测和分析，必将导致人们对海洋物理性质的理解越来越深刻，也必将使人们预报海洋未来状态的能力越来越提高。

对海洋的系统物理观测已经有一个世纪左右的历史，在过去的二十五年中，资料的积累速度一直在显著增长。在Pickard和Emery所著的《描述性物理海洋学》，(1982年第四版）一书和本书后面的推荐读物所列的其他教科书中，对现有的观测成果作了介绍，本书的目的就是对动力海洋学的内容同时进行介绍。关于环流系统的动力学研究，起始于上一个世纪末，那时，已认识到大气动力学与海洋动力学之间的相似性的斯堪的纳维亚气象学家将他们的注意力转向海洋环流的研究。某些动力海洋学现象的研究则开始得更早，例如Newton（1687年左右）和Laplace（1775年左右）关于潮汐的研究，Gerstner（1802）和Stokes（1874）关于水波的研究等。

本书内容的安排大致如下：一开始我们将讨论与动力海洋学有关的海水性质，并对要用到的基本物理定律或原理作一概括性的介绍。质量守恒原理是以体积守恒的形式使用的，在不可压缩近似下，体积守恒对可能发生的运动加上了一个粗略的限制。并给出了应用体积守恒的一个例子。书中还提出并讨论了静力稳定性的定义，以及出现双扩散不稳定性的可能性。然后，我们对可能作用在海洋上的力进行了分类，并给出了一些简单的例子。在这一章之后，用了很大的篇幅来讨论牛顿第二运动定律的应用问题，即用牛顿第二定律把旋转地球上的作用力与所引起的海水运动联系起来——这种问题属于地球物理流体动力学的范畴。由于某些形式的运动方程组求解上的数学困难，数值求解方程组的

方法得到了越来越多的应用；本书概括了数值方法的基本原理，所取得的成果以及局限性。书中还讨论了较长周期（一个月左右）的非定常运动及其与大尺度流动的相互作用。此外还扼要地介绍了热盐环流，并对波浪（表面波和内波）和潮汐的特性作了简要的（主要是描述性的）说明。最后，对目前动力海洋学活跃的研究领域以及未来的研究工作进行了讨论。

本书包含了三个附录。附录1是关于所用数学方法和流体动力学原理的简要介绍，这一附录主要是为在这些领域只有有限基础知识的读者写的。附录2是关于单位制的。在方程的解析解中，当所有的量都用字母符号代表时，没有必要提出在测量中应该采用哪种物理单位制的问题。但是，一旦进行数值计算，并将计算结果与实际海洋观测进行比较时，就必须选择适当的单位制。遗憾的是，在大多数物理海洋学的文献中，一直采用混合单位制。它基本上是以厘米、克、秒和卡为基本单位的CGS制。但是，尽管密度是用克·厘米$^{-3}$表示的，深度却用米表示，而水平距离又常用海里表示，压强用分巴表示，缩写为dbar或db（因为深度用米表示，所以压强与深度就几乎有相同的数值）；此外还引进了一个用“动力米”表示的称为“动力高度”的量，从量纲来看这个量是单位质量所作的功。由于国际单位制(SI)得到了广泛的使用，而且在许多期刊上发表文章也都要求用国际单位制，所以在本书中我们不采用传统的海洋学单位，而系统地使用国际单位制。附录2包括了物理海洋学的各种术语，也包括了国际单位制和旧的混合单位制之间的许多换算因子。附录3给出了查算海水密度和比容所应依据的数表和数据的出处，其中有根据较早的克努森-埃克曼（1980年-

以前的）状态方程而作出的数值表，也有近来提出的包括在“1980年的国际状态方程”中的数据。

关于坐标轴，一般我们采用右手坐标系：正x轴水平地指向东，正y轴水平地指向北，正z轴铅直向上，原点通常取在平均海平面上。应该注意，“深度”（即水面下的距离）这个词按通常的习惯总取正值；因此，由于原点取在水面上，z就是深度的负值，例如对于100米的深度就有$z=-100$米。

第二章　与物理海洋学有关的海水性质

2.1　引言

与流体动力学研究有关的纯水的物理性质依赖于压强和温度，而海水的相应物理性质则依赖于压强、温度和盐度。海水的盐度是海水中溶解盐量的一种量度，表示为每千克海水中溶解物质的克数。海水盐度的平均值大约为35克/每千克海水。直接测量盐度是不实际的，长期以来都是使用间接的测量方法，也就是说，先用硝酸银滴定法测出卤素（主要为氯Cl）含量，然后利用总溶解盐与卤素含量的线性关系式 $S=1.80655\times Cl$（此关系式根据先前的分析结果而得出）来计算出盐度。现在已经证明，海水盐度和电导率之间有着密切的关系，而电导率易于精确测量，所以现在已经使用通过测电导率来测盐度的方法。其测量程序可在《描述性物理海洋学》(Pickard和Emery，1982）一书中找到。根据电导率测定盐度的“实用新盐标，1978”（PSS78）已被采用（Unesco，1979，1981）（参阅附录2）。注意，每千克海水中含盐35.00克的盐度，过去记作35.00‰，而根据1978年的实用新盐标，现在则简单地记为35.00。

溶解盐的效应是改变物理性质，而不是产生新的物理性质，它使海水的物理性质与纯水的物理性质具有程度上的差别。例如，由于溶解盐的存在，水的压缩性、热膨胀系数、

折光性会有小的改变，而冰点、密度、最大密度时的温度和电导率则会有较大的改变。虽然水是一种非常普通的物质，但在许多物理性质方面，它却具有极端的值。例如，水的比热很大，所以海流可以携带很多热能；水的熔解潜热很大，所以在极地有冰的水域，水温保持在熔点附近；水的蒸发潜热很大，这一点在从海洋到大气的热量输送方面是重要的；水的分子热传导系数也很大（在大多数情况下，由于海水湍流运动引起的涡动传热过程，使得分子热传导显得很不重要。关于涡动热传递效应，将在第十章中进行简单的讨论）。

2.2 密度

从动力海洋学的观点来看，最重要的方面是密度随温度、盐度和压强变化的定量关系。密度(ρ)随着温度的增加而减小，随着盐度和压强的增加而增大。$\sigma_t=(\rho-1000)$千克·米$^{-3}$是密度的一种表示形式，其变化情况表示于图2.1中；图中温度范围为－2—30℃，盐度范围为20—40，外海中的实际值均在这些范围之内。实际上，海洋中约90%的水体的温盐值范围均比上述范围小得多，其温度范围为－2—10℃，盐度范围为34—35，如图中阴影区所示。这些海水大部分属于表层下面的海水，图中温盐范围的其余部分则代表着有限体积的表层水（在河口附近和熔冰地区，低于20的盐度值也可发现）。密度与温度、盐度的关系都是非线性的，而且与温度的非线性关系较之与盐度的非线性关系更强一些。密度对温度变化的敏感程度是变化的，高温的时候比低温的时候敏感一些。我们应该注意到，在大气压强时，纯水最大密度时的温度约为4℃，但当盐度增至25时，这种温度约下降至－1.4℃（此时冰点也为－1.4℃）。一条有用的经

验规则是这样的：温度每降低5℃，或者盐度每增加1，或者压强每增加2000千帕＝200分巴（相当于深度变化200米时引起的压强变化），密度便约增加千分之一（即1千克·米$^{-3}$）。为了比较，将在2.23节定义的$\Delta_{s,t}$（10^{-8}米^3·千克$^{-1}$）的值也表示于图2.1中。

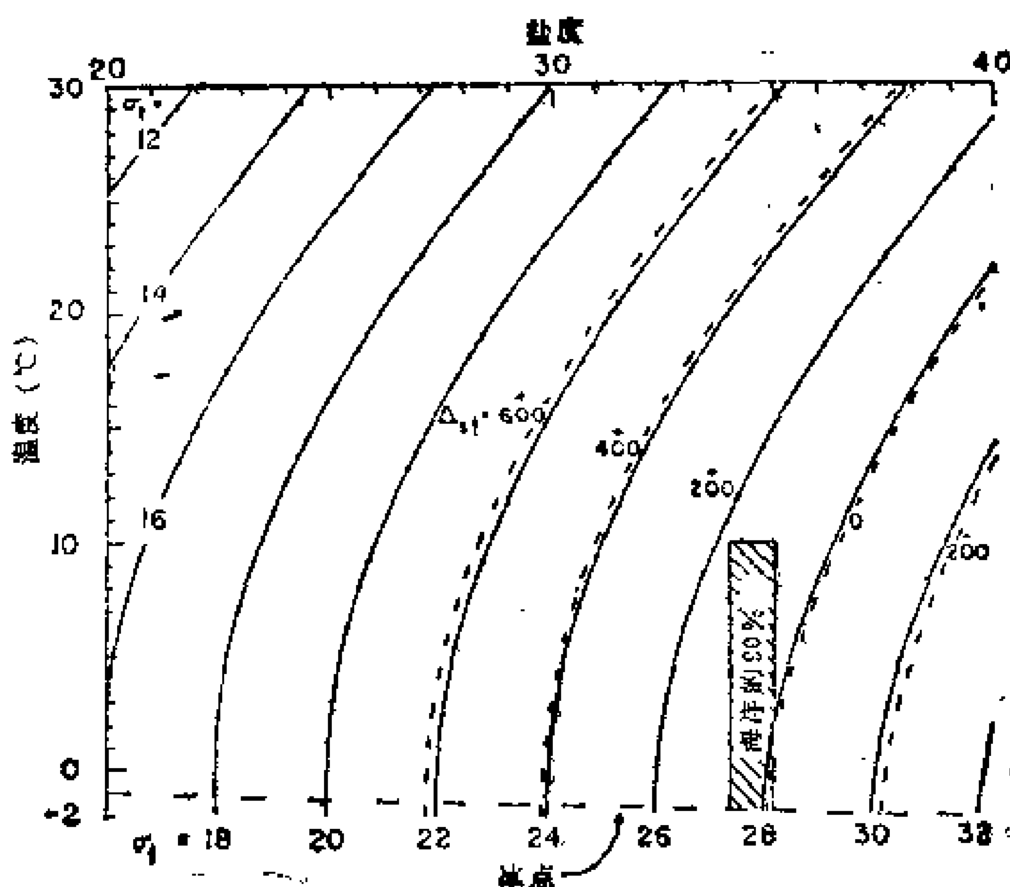


图 2.1 在大部分海水所具有的温盐值范围内，密度（σ_t）和热盐比容距平（$\Delta_{s,t}$）随温度和盐度的变化图（90%的海水的温盐值范围都限于图中阴影矩形域内）

2.2.1 密度、温度和盐度的测量

对于许多的计算来说，物理海洋学家需要知道海洋中密度的水平分布和铅直分布，但是目前还没有一种精确的当场直接测量方法。在实验室里，可以直接测量密度，但是标准

测量方法的测量速度是很慢的。实际上，在测定密度时，先测量出温度、盐度和压强，然后根据密度查算表或多项式推算出密度值；这种查算表和多项式是根据实验室的密度值测定结果预先制备的。

当场温度（T）可用两种仪器加以测量。一种是专门设计的水银温度表（颠倒温度表），这种温度表可以记录深层取样时的水体温度；另一种是电阻温度表。

因为海水稍具有压缩性，因此当把海水样品从深层带到表面时，将产生膨胀现象，同时温度也会降低。被绝热地（即和周围水体没有热交换）带到表面后的样品的温度要比当场温度低。把深层取得的海水样品绝热地带到表面后，样品所具有的温度称为位温或势温(θ)。在对深度相差很大的不同水样的温度进行比较时，或者在考虑水质点在相当大的深度范围内作铅直运动时，一般均使用位温（目的是为了消除压缩性效应）。

盐度是在实验室根据样品的电导率和温度的测定结果来确定的〔因为在常压下，电导率是温度(T)和盐度(S)的函数，即电导率$=f(T,S)$〕。压强(p)是根据取样深度和水柱的密度来确定的。另一种测量方法是使用电导率-温度-深度（CTD）仪器，即把电导率、温度和压强三种感应元件安装在水下的一个容器内，当把这一容器通过所要求的深度范围沉放时，（CTD）仪器可以在内部把资料记录下来，也可以电信号的形式把资料传送到甲板上的记录仪内，从而得到温度和电导率(或盐度)随深度的连续变化记录。最近几年重新测定了盐度、电导率、温度和压强之间的关系〔参阅Unesco(1979，1981)和Lewis(1980)的出版物〕，现在仍在对电导率和密度重新进行测定。

2.2.2 相对密度、σ 和比容

物理海洋学家在讨论各种问题时，有时使用密度(ρ)，有时使用相对密度(d)，有时使用比容($\alpha = \frac{1}{\rho}$)，有时又使用称之为σ_t的量。

在讨论海洋动力学时，许多方程都出现海水密度这个量。严格说来，根据温度、盐度和压强从表中或由多项式求得的密度应该是相对密度，因为实验室测定海水密度时（表和多项式都是根据实验室的测量结果而作出的），要涉及海水和纯水的比较；直接测定密度是很困难的。相对密度可以以3×10^{-6}的精度给出，而密度的精度只能达到10×10^{-6}。幸运的是，在大多数场合，重要的是密度差而不是密度本身，对于密度差来说，密度绝对值的不确定性并无多大影响。我们将按照通常的习惯，用ρ表示海水的密度，其量纲为$[ML^{-3}]$。

应该注意，在海洋学的习惯中，当指明海水样品所处的状态时，压强p指的是流体静压强，也就是说，指的是由海中某点上面水柱重量所产生的压强，所以$p=0$意味着样品处于大气压强之下。

σ_t 被定义为$\sigma_t = \rho(s, t, o) - 1000$千克·米$^{-3}$，这是为了简便的目的而引进的。大气压强下的海水密度的变化范围为1000千克·米$^{-3}$(对大多数淡水)—1028千克·米$^{-3}$（对密度最大的大洋水)。因为密度的变化完全表现在最后的两位数字上(如密度表达到小数点后两位，则为最后四位数字)，因此，对于描述的目的，使用这最后两位(或四位)数字是方便的。例如，对于$T=10.00$℃，$S=35.00$，$p=0$的海水，其密度为$\rho=1026.95$千克·米$^{-3}$，而σ_t为$\sigma_t = 26.95$(虽然σ_t具

有千克·米$^{-3}$的单位，但提到它的数值时，通常都是略去其单位)。

(注意：当用字母表示下标或函数的自变量时，我们将使用小写斜体字母t表示温度；s表示盐度、p表示压强；例如σ_t，$\rho(s,t,p)$，Δs，t等)。

我们还应注意，σ_t是更一般的当场量$\sigma(s, t, p)=\rho(s, t, p)-1000$的特殊情况。$\sigma(s,t, p)$包括了压强的效应，但这种量用得较少。使用$\sigma_t$可以更好地估计两种不同类型的水体处于同一水平面时的密度差，从而σ_t是表征静力稳定性(此概念将在第五章予以讨论)的较好指标，所以一般σ_t使用得最多。当我们讨论水块在相当大的深度范围内作铅直运动时，使用位温θ而不使用当场温度T，并且用位温来计算位密度$\rho(s, \theta, o)$或$\sigma\theta=\rho(s, \theta, o)-1000$，这样，便可消除绝热加热或绝热冷却的效应。

为使读者对数值大小有一个大体的了解，同时也为了比较，我们将给出淡水和海水密度的若干数值。对于外海来说，温度的变化范围为-2℃—30℃，盐度的变化范围为30—38，静压强的变化范围为0—10^5千帕(=10^4分巴，相应于海洋最大深度10 000米处的压强)。在河口附近或在熔冰地区表面盐度可降至0；而在红海，盐度可高达42以上。表2.1给出了若干密度值。静压强为零时(即标准大气压时)，淡水密度的最大值为999.95千克·米$^{-3}$，它出现在温度为3.98℃的时候。表2.1括弧中的数值相应于湖泊和海洋中均不能出现的状态。

比容$\alpha=\dfrac{1}{\rho}$是密度的倒数，其单位为米^3·千克$^{-1}$。海洋学中也使用另外两种与密度有关的量，一种称为比容距

表 2.1 淡水和海水当场密度值（国际状态方程，1980）

海水压强	近似深度	淡水($S=0$)		平均海水($S=35$)		红海(冬季)
		温	度	温	度	$S=40$
($\times 10^2$kPa)	(m)	0°C	30°C	0°C	30°C	温度(18°C)
0	0	999.8	995.7	1028.1	1021.7	1029.1
10	100	1000.4	996.1	1028.6	1022.2	1029.6
100	1000	1004.9	1000.0)	1032.8	(1026.0)	1033.4
400	4000	(1019.3)	(1012.7)	1046.4	(1038.1)	1045.8
1000	10 000	(1045.3)	(1035.9)	1071.0	(1060.4)	(1068.7)

平(δ)，另一种称为热盐比容距平($\Delta_{s,t}$)，这两种量都将在下一节讨论。此处所用的和以前的文献中用过的密度、比容等量的单位之间的关系，将在附录 2 和附录3中给出。

2.2.3 作为温度、盐度和压强的函数的密度和比容

对于单成份的流体，比容和密度仅仅是温度和压强的函数，即$\alpha=\alpha(T,p)$，$\rho=\rho(T,p)$，其中T是热力学绝对温度。对于理想气体，这一关系(即状态方程)具有简单的形式：$\alpha=RT/p$，其中R是气体常数。对于淡水，此关系变得稍为复杂一点。而对于多成份的流体——海水，溶解盐的存在使得这一关系变得更复杂，其形式可写作为$\alpha=\alpha(s,T,p)$。(这一情况与大气类似，大气中水蒸气所起的作用与海水中盐度所起的作用相同。干空气的状态方程相当简单，由于水蒸气的存在，湿空气的状态方程变得比较复杂)。对于海水，通常使用摄氏温度t而不使用绝对温度T。关系式$\alpha=\alpha(s,t,p)$可以表达成温度、盐度和压强的复杂多项式，或表达成表格的形式。

早先的海洋学家测量了密度随温度、盐度和压强的变化

($p=0$时，密度随T和S的变化，见Knudson，1901；密度随压强的变化，见Ekman，1908），从这些测量结果中发现，表达结果的最方便的方式是使用比容，并将其写成

$$\alpha(s,t,p)=\alpha(35,0,p)+\delta_s+\delta_t+\delta_{s,t}+\delta_{s,p}+\delta_{t,p}+\delta_{s,t,p} \quad (2.1)$$

或

$$\alpha(s,t,p)=\alpha(35,0,p)=\delta=\Delta_{s,t}+\delta_{s,p}+\delta_{t,p}+\delta_{s,t,p}$$

在上面的表达式中，$\alpha(s,t,p)$是盐度为S、温度为T和压强为p(样品深度处的静压强)时的海水样品的比容。$\alpha(35,0,p)$是盐度为35、温度为0℃、压强为p时的任意标准海水的比容。压强对比容影响的大部分都表现在$\alpha(35,0,p)$这一项中。比容距平δ表示式(2.1)右端的六项之和。量$\Delta_{s,t}=\delta_s+\delta_t+\delta_{s,t}$就包含了不考虑压强时的温盐效应的大部分，并且称它为热盐比容距平。$\delta_{s,p}$项和$\delta_{t,p}$项分别表示大部分的盐度、压强结合效应和温度、压强结合效应。最后的距平项$\delta_{s,t,p}$是很小的，在S,T、p的现有测量精度范围内，它总是可以忽略的。在水深小于1000米时，热盐比容距平$\Delta_{s,t}$是δ的主要部分，而压强项$\delta_{s,p}$和$\delta_{t,p}$常常是可以忽略不计的。在最近的几年中，作为描述上层海洋密度特征的一种参数，$\Delta_{s,t}$已在很大程度上代替了σ_t，这是因为在一阶动力学计算中，和σ_t比较起来使用$\Delta_{s,t}$要更直接一些。

由$\alpha(s,t,0)=\dfrac{1}{\rho(s,t,0)}=\dfrac{1}{(1000+\sigma_t)}$和$\alpha(s,t,0)=\alpha(35,0,0)+\Delta_{s,t}$，并注意到$\alpha(35,0,0)=0.97264\times10^{-3}$米^3·千克$^{-1}$，容易得出：

$$\Delta_{s,t}=\left[\frac{1000}{1000+\sigma_t}-0.97266\right]\times10^{-3}\text{米}^3\cdot\text{千克}^{-1}$$ ρ_t与

$\Delta_{s,t}$的一些对应值如下：

σ_t(千克·米$^{-3}$) = 23.00　24.00　25.00　26.00　27.00　28.00

$\Delta_{s,t}$(米^3·千克$^{-1}$) = 485.7　390.3　295.0　199.9　105.0　10.3×10^{-8}

最近重新测定了海水的状态方程，并从1982年1月1日起采用1980年的国际状态方程(IES80)。国际状态方法(1980)是以s，t和p为自变量的多项式，它的精度比以前的(Knudsen-Ekman)密度查算表的精度高；另外，应该使用国际新盐标(PSS78)。用老方法求$\alpha(s,t,p)$时，必须知道$\alpha(35,0,p)$和比容距平项(δ)的数值。附录3给出了它们的数值，同时还给出了国际状态方程(1980)的详情。附录3中还列出了对于给定的S，T，p各比容距平项的数值表，以及有关的ρ和α的精度。

老的状态方程(克努森-埃克曼方程)和国际状态方程(IES80)之间存在系统的偏差，$p=0$时系统差为9×10^{-3}千克·米$^{-3}$，当$p=500$巴($=5\times10^4$千帕≈5000米深度)时，系统差为33×10^{-3}千克·米$^{-3}$，当$p=1000$巴(≈10 000米深度)时，系统差为89×10^{-3}千克·米$^{-3}$，国际状态方程算出的值偏高(注意，虽然“巴”不是国际单位制中的单位，但国际状态方程(IES80)中的压强单位为“巴”)与上面提到的系统偏差的三种数值相对应的σ_t的偏差为0.01，0.03和0.09千克·米$^{-3}$。

第三章　海洋学中所用的基本物理定律以及海洋中力和运动的分类

3.1 基本定律

在研究海洋动力学时，如下的物理学基本定律被看成是公理。

（1）质量守恒。

（2）能量守恒。

（3）牛顿第一运动定律：如果作用于物体上的合力为零，则该物体的动量不发生变化。

（4）牛顿第二运动定律：一个物体动量的变化率与作用于该物体上的合力成正比，且动量变化率的方向与合力的方向相同。

（5）牛顿第三运动定律：对于任何一个作用于一个物体上的力，必然存在一个量值相同、方向相反的力作用于另一物体上。

（6）角动量守恒。

（7）牛顿万有引力定律。

严格说来，前两个公理是相互联系的，但在动力海洋学中，我们并不关心质量与能量间的转换问题，因此，把这两个公理分开是方便的。质量守恒是基本的，但在海洋学中，

通常以连续方程的形式来使用质量守恒原理。实际上，连续方程表达的是质量守恒或单位体积守恒(密度守恒)或体积守恒。定律3，4和5表达的是线动量守恒。

有两种类型的能量，其守恒定理在海洋学中是重要的，一种是热能，另一种是机械能。在描述性海洋学中，温度是大洋水性质中的一种，当讨论温度的分布时，考虑热量守恒或热收支平衡是最重要的；关于这一方面内容的讨论可参看Pickard和Emery著的《描述性海洋学》一书。当处理波动问题时，我们将考虑机械能守恒，而机械能向热能的转换则被看成是机械能的损失过程，但是在本书中我们不予详细讨论这种过程，而将它们留在进一步的研究中讨论（这种与机械能损失相联系的热源在热量收支平衡问题中也不予考虑）。

动力海洋学研究作用于海水上的力和所产生的运动。在某些情况下，海水是在一组相互平衡的力的作用下而运动的，此时合力为零——这就是牛顿第一定律描述的情形。在另外一些情况下，合力存在，海水具有加速度，合力与加速度之间的关系由牛顿第二定律确定。在本书，除讨论波动和潮汐问题涉及加速度之外，几乎全部都讨论无加速度的运动，此时，解释海水运动的动力学行为只需用到牛顿第一运动定律。

在本书，我们将不直接使用"角动量"的概念，而使用另一种有关的所谓"涡度"的概念。我们应该注意到，因为地球在空间是旋转的，所以，在导出海水运动方程时，必须考虑地球旋转的效应。这样，当我们相对于地球来测量线动量和角动量时，这两种量可能是不守恒的。

在决定流体静压分布和因海水密度发生变化而引起的运动时，万有引力定律都是重要的；尽管如此，本书将万有引力

主要应用在天文潮问题的讨论上。

3.2 力和运动的分类

重要的力可分成两类：产生运动的原始力和由运动产生的次生力。原始力包括：（1）地球引力（它可引起压力）和太阳、月球引力；（2）风应力，此应力可与海面相切（摩擦力），也可与海面垂直（压力）；（3）大气压力；（4）地震（产生于海底的运动）。引力属于体积力，它作用于整个水体上，而其他三种力都属于边界力，这些力的效果虽然可穿入到水体的内部，但开始它们都是作用于水体的表面。

当水体开始运动以后，次生力便存在。它们包括：（5）科氏力，它是当我们相对于旋转地球观测物体运动时，发现的作用于运动物体上的虚构力；（6）摩擦力，它是作用于流体的边界上并阻止流体运动的力，或者作用于流体的内部、并使流体运动趋于均匀的力。摩擦使流体运动的机械能耗散，并把动能转换成热能。另外，科氏力属于体积力，而边界摩擦力是作用于表面上，但其效果可透入流体内部的力。

一般将运动分为如下几种类型：（1）热盐运动。在有限水域内，海水密度有变化时，重力作用的差别将产生相对运动。密度的变化原因，可能是温度的变化和（或）盐度的变化，所以由密度变化引起的运动称为热盐运动*。蒸发、冷

*原文中此处有用括号标明的一段，它从词源上解释"Thermohaline"（热盐的）一词的由来，因译成中文时，与上下文联系不密切，故稍加改写，以脚注形式译出如下："热盐运动在英文中为"Thermohaline motion"，其实如使用"Thermosaline motion"似更合乎逻辑些，但实际上"Thermohaline"使用得更普遍，而且从词源学上看也更正确。"Thermohaline"一词从海洋学发展的早期便开始使用，当时海水盐含量是用硝酸银滴定法测定的，这种方法测定的是海水样品的卤素（Halogen）含量，而盐度是根据此卤素含量计算求得的。由于这一原因，当时使用"Thermohaline"一词来表示"热盐的"意义。——译者注

动、结冰（它可使未冰冻海水的盐度增加）均可使海水的密度增加，并使海水铅直下沉，然后沿它自己的等密度面或沿海底作水平运动。（2）风驱动的运动。上层海洋中的主要大洋环流、表面波以及上升流均属于这类运动。（3）潮流（基本上为水平运动）和潮周期的内波。（4）海啸或地震海浪。它们的起因是海底地震时的海底运动。（5）湍流运动。它起因于速度切变（速度相对于一个空间坐标或两个以上的空间坐标的变化），这种切变通常是出现在边界上。（5）其他的各种运动，如内波、惯性波、罗斯贝波或行星波等。

区分运动也可以根据它们的尺度（从毫米尺度的最小湍流涡旋到大尺度的大洋环流），根据它们的速度，或者根据它们的测定方法，但是，上面主要依形成运动的力分类的方法是最常用的。

在着手讨论力与运动之间的关系之前，我们先对作用在海水上的各种力作一些说明。地球引力使得地球附近的物体具有一种性质（即具有重量），并具有两种结果。首先，重量可引起流体中的静压强现象。其次，因为流体具有重量，当流体表面处于不水平时，沿表面斜坡向下的方向上便会有一分力；又由于流体不能抵抗切变力，所以流体便会沿着斜坡向下的方向流动（参阅附录1）。

由于地球的自转，加上太阳和月亮绕地球的公转*，所以太阳和月亮引起的引力呈现周期性的振动，并相应地引起称之为潮流和潮汐的周期运动（相对于月亮和太阳的引力而言，太阳系其他星体的引力是可忽略不计的）。

当风相对于水面吹刮时，风便向上层海水传递动量和能

* 这里指的是视运动。——译者注

量，从而引起波浪的振动和海流。关于波浪的生成和发展，涉及到只有几秒量级的短周期法向应力（压力）的振动，还可能涉及作用于水面上的切向应力的振动，但是海流表达的都是应力的综合（平均）效应。

大气压强差可以引起水位差（称为逆气压效应），从而引起流动。例如，在气旋风暴的中心，气压低而水面高，这就使海水向低压中心区流动，以使那里的水位相应升高可达30厘米（气压降为3千帕时）。当风暴移动时，这种水位模式也会跟着移动，这就可能导致沿岸低洼地区的水位升高，形成涌水淹没现象。

海底发生断裂地震时，海底具有垂直的运动分量。海底的这种突然运动，使上面的海面也产生相应的运动。如果形成海面隆起，那么海水便立刻从隆起处向外流动，并形成波列从地震的中心位置向外传播。这种波称为津浪或地震海浪。

“科氏力”是一种虚构的力，它的作用方向与在地球表面移动物体的速度向量垂直。当把固定坐标系（相对于“固定的”星体）中的运动方程变换成固定于地球上的坐标系中的运动方程时（地球本身绕地轴旋转），对方程诸项中的某中一项给予一特定的名字——科氏力。科氏力将在第六章予以讨论。

从物理上说，次生摩擦力和原始摩擦力在性质上没有什么差别。但是，只有在运动产生之后，次生摩擦力才存在，所以我们把它划归为次生力。次生摩擦力的作用通常是阻碍运动，而不是象风应力那样维持运动。摩擦效应起因于流体分子的性质；当流动处于湍流状态时，摩擦便大大加强。

第四章　体积连续方程

4.1　体积连续性的概念

在上一章我们曾经提到，海洋学中使用的质量守恒定律是以连续方程（体积连续方程或密度连续方程）的形式出现的。在导出连续方程之前，我们先来讨论一下体积连续性的物理意义。

对于静止不动的流体，讨论其体积连续性没有什么意义，所以，让我们来讨论移动的流体，并设该流体是不可压缩的（即其体积不受压强的影响，参阅附录1）和均匀的（严格说来，海水不是不可压缩的，但因为海水体积变化很小，所以对于许多应用问题来说，不可压缩的假定是一个理想的近似。例如，当压强变化相当于1000米深度的变化时，一般海水样品体积的变化小于0.5％。对于海流运动，沿着流动轨迹，深度变化一般不会达到1000米）。

假设有一小盆，其上有两个龙头（一为热水龙头，一为冷水龙头），底部有一排水管，盆的上端有一溢水管。今将两个水龙头打开放水，盆内水面便不断升高。最后，水充满水盆并通过盆的上部边缘溢出。此时，我们可以写出如下的关于盆内体积连续性的等式：

流入的热水＋流入的冷水＝底部流出的水＋上端溢水管流出的水＋通过盆上缘溢出的水

或者

流入的热水＋流入的冷水－底部流出的水－上端溢水管流出的水－通过盆上缘溢出的水＝0

这只是一种家庭用水的例子。现在，考虑下面的一个例子。设有一狭长海湾，内陆的一端与一河流相连。海洋学家发现，海湾上层的水向外海流出，而且此水层的厚度是一常数（在10—20％的观测误差范围内）。还发现，海湾靠河流一端的向外海流动的流速较小，而靠外海的部分向外流的流速则较大。人们也许不明白为什么会这样，因为这种速度分布意味着，从截面ABCD到A′B′C′D′〔见图4.1(a)〕，流速从u_3增加到u_4，因此，流过截面A′B′C′D′的流量就要比流过截面ABCD的流量大。如果我们只考虑水平流动，体积连续性原理似乎便得不到满足。但是，海湾内的水是不会流空的。因此，为了维持水量的平衡，必然要有向上的流动从下部穿过截面CDD′C′〔见图4.1(b)〕，于是，我们有

$$u_3\times \text{ABCD的面积}+w\times \text{CDD}'\text{C}'\text{的面积}=u_4\times \text{A}'\text{B}'\text{C}'\text{D}'\text{的面积}$$

或者

$$u_3\times \text{ABCD的面积}+w\times \text{CDD}'\text{C}'\text{的面积}-u_4\times \text{A}'\text{B}'\text{C}'\text{D}'\text{的面积}=0$$

上面的等式表达了上层水的体积连续性（我们假定水面上没有降雨）。离开下层进入上层的水必须有所补充，但是通过海湾的海底不可能有水流出，因此，必须有从海中向内的水平流（如图4.1所示）。上述的流动是河口流的一个例子。应该注意，这不是海湾内一般流动型式的理想化情形，真实海湾内的流动要复杂得多。例如，向里的回流可能与向外的流侧向相连接，在一个断面上向外流的区域和（或）向里流的区域可能不止一个，另外，风驱动的流动和潮汐运动可能很强，以致平均流的观测变得非常困难。但是，其原理是普遍适用的，即进入上层的较深层水汇入到向外的河水中，并被

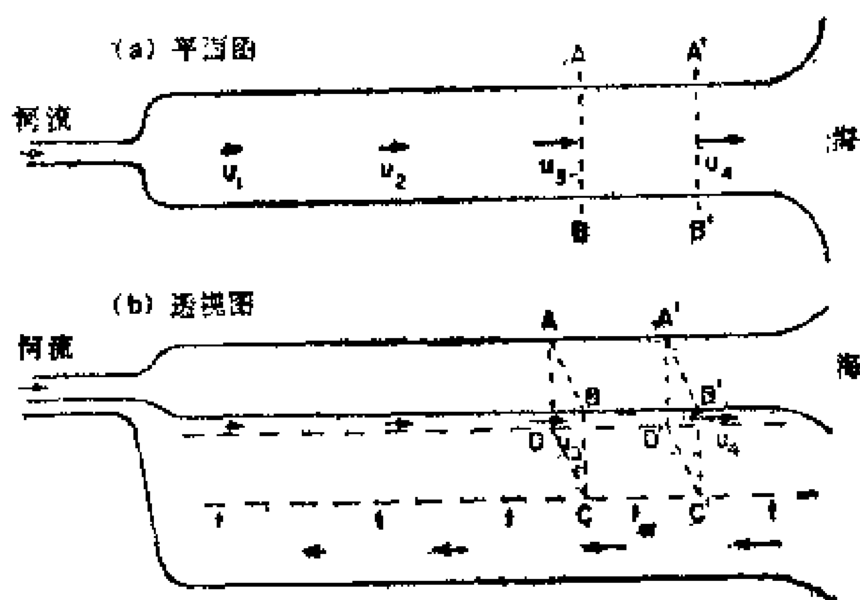


图 4.1 海湾的体积连续性

(a) 上层的平面图，上层水外流流速向外海方向增加；(b) 透视图，上层水向外流，下层水向里流的同时具有向上流的分量

挟带出海湾，于是必须不断地有水来置换该深层的水。

4.2 体积连续方程的导出

为了导出体积连续性方程，我们来考虑质量守恒。图4.2中，画出了一个在空间固定的长方体，其边长分别为δx，δy和δz，此长方体处于移动流体中。首先考虑x方向上的流动。在长方体的左面速度为u，密度为ρ，在右边速度为$u+\delta u$，密度为$\rho+\delta\rho$。$u+\delta u$和$\rho+\delta\rho$可分别近似地写为$u+\frac{\partial u}{\partial x}\delta x$和$\rho+\frac{\partial \rho}{\partial x}\delta x$，其中含$(\delta x)^2$等高阶项已经略去，这是因为当取极限$\delta x\to 0$时，这些项将以更高阶速度趋于零(对于不熟悉这种符号的读者，在阅读下面的内容之前，应先参看附录1中流体静压强一节前面的内容)。于是在x方向上，则有

流入到长方体内的质量$=\rho u\delta y\delta z$（质量/单位时间）

$$流出长方体的质量=\left(\rho+\frac{\partial\rho}{\partial x}\delta x\right)\times\left(u+\frac{\partial u}{\partial x}\delta x\right)\delta y\delta z$$

沿x方向净流出长方体的质量为上两式的差，即：

$$\left[u\frac{\partial\rho}{\partial x}+\rho\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial\rho}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial x}\delta x\right]\delta x\delta y\delta z$$

$$=\left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+0(\delta x)\right]\delta x\delta y\delta z$$

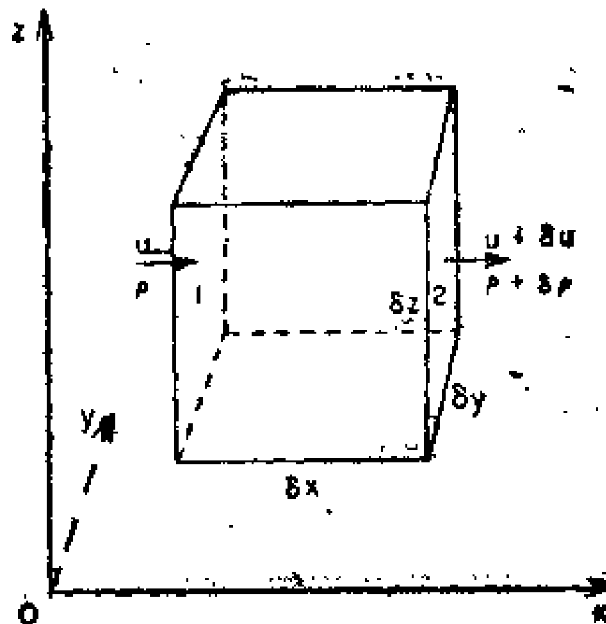


图 4.2 体积连续性（x方向上的流动分量）

这里，已把上式左端方括号内最后一项写成$0(\delta x)$，它表示这一项的量级为δx与某有限数的乘积。令δx为无分小（数学上为取极限$\delta x\to 0$），只要$\frac{\partial\rho}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial x}$为有限数（对于可期望

的物理系统也是如此*)，$0(\delta x)$这一项与$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}$相比是可忽略的。

考虑到沿三个方向流入长方体内的质量，并略去δx，δy，$\delta z \to 0$时变为零的高阶项，便得到

$$\text{总流出质量} = \left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z}\right] \delta x \delta y \delta z$$

此处v和w分别为沿y，z方向的速度分量。

单位时间长方体内的质量变化为$\left(\frac{\partial \rho}{\partial t}\right)\delta x \delta y \delta z$。如果质量是守恒的，上述两种效应之和应为零，即

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \qquad (4.1)$$

跟随流体运动的密度变化率（实质微商，参看附录1）为

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + u\frac{\partial \rho}{\partial x} + v\frac{\partial \rho}{\partial y} + w\frac{\partial \rho}{\partial z} \qquad (4.2)$$

将上两式联立便得到

$$\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dt} + \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right] = 0 \qquad (4.3)$$

这个方程便称为（体积）连续性方程，其中第一项表示移动流体中流体元密度的相对变化率，第二项表示这一流体元体积的相对变化率（下面即将证明这一点）。连续方程表达体积守恒（连续性），即表达体积变化与密度变化的关系。应该注意，我们并没有假定流体密度处处相等（均匀流体）。

---

*读者可能担心，把实际上由分子组成的介质处理成连续介质是否合理，取极限$\delta x \to 0$是否合乎客观实际。事实上，在这种极限过程中不会有什么实际问题。对于进一步的讨论（它超出了本书的范围），读者可参看有关连续介质的书或流体力学的书，如Batchelor（1967）的书（本书末所列的进一步读物）。——译者注

当把连续方程应用于密度并不均匀的海水上时，排除这一假定是重要的。方程（4.1）和（4.3）中也包含了压强效应和热交换效应，这两种效应均不明显地影响流体元的质量。方程（4.1）和（4.3）没有包括盐交换效应；如果我们假定流体元交换的盐和水的质量相等，那么方程（4.3）给出体积变化和密度变化间的正确关系。但是，在较多的情况下，水分子差不多是被相同数目的盐离子所置换，此时质量增加，而体积减小的程度较（4.3）式表示的程度小。在海洋中，盐交换效应很小，当考虑质量守恒或体积守恒时，可以忽略不计。事实上，上述各种效应都很小，均可以忽略不计，从而流体元的体积可认为保持不变，也就是说，可把流体作为不可压缩流体来处理。

如果流体是不可压缩的（在大多数情况下，海水可以认为是这样），则如同附录1中所证明的应有$\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dt}=0$，此时连续方程变为

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \qquad (4.4)$$

我们注意到，在导出连续方程时，也可不考虑在空间固定体积元$\delta x\delta y\delta z$内的质量变化率，而考虑一个特定流体元的体积变化率。如果我们考虑图4.2中的体积$\delta V=\delta x\delta y\delta z$，让它随着流体一起运动，那么，经过$\delta t$时刻（最后，我们要令$\delta t\to 0$，所以，可忽略比例于$(\delta t)^2$以上的高阶项）之后，边“1”移动了距离$u\delta t$，而边“2”移动了距离$\left[u+\frac{\partial u}{\partial x}\delta x\right]\delta t$。相应的体积变化为$\frac{\partial u}{\partial x}\delta x\delta y\delta z\delta t$。

如果对y，z方向上的运动也加以考虑，则体积元$\delta V=$

$\delta x\delta y\delta z$的变化率为$\mathrm{d}(\delta V)/\mathrm{d}t=\delta V\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)$，这种体积变化率必须要有相应的密度变化率来加以平衡，这是因为尽管这个流体元的形状、密度、体积均可变化，但流体元的质量δm不应有变化（假定盐量交换可忽略不计或是平衡的）。体积变化率的符号和密度变化率的符号是相反的，因为体积增加时密度减小，反之亦然。因为$\rho=\delta m/\delta V$，而且δm保持常数，所以有

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\delta m)=\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t}(\delta V)+\rho\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\delta V)=0$$

或 $$\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t}=-\frac{\rho}{\delta V}\frac{\mathrm{d}(\delta V)}{\mathrm{d}t}=-\rho\left[\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right]$$

此结果与前面导出的结果相同。

应该注意，象$\frac{\partial u}{\partial x}$或$\frac{\delta u}{\delta x}$一类的项可正可负。在图4.3情形（a）中，流体从A向B流动，在A点的速度分量为u，在B点的速度分量为$u+\delta u$。因此，沿着流动的方向δu为正，δx也

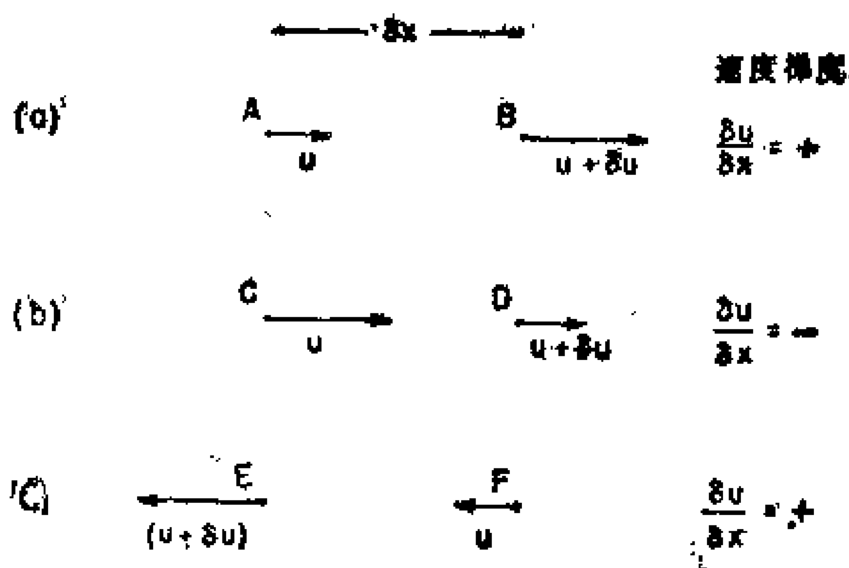


图 4.3 速度梯度的符号

为正，所以，$\frac{\delta u}{\delta x}$为"正"。在情形(b)中，从C向D速度减小，因此$\delta u$为负，而$\delta x$为正，所以$\frac{\delta u}{\delta x}$为负。在情形(c)中，流体从F到E向左运动，因此，沿着F到E的方向，δu和δx均为负，所以$\frac{\delta u}{\delta x}$为正。

4.3 连续方程的应用

作为连续方程应用的一个例子，我们来考虑外海中铅直流速的确定问题。铅直流速的量值很小，所以直接测量是很困难的。但水平流速的量值却很大，测量也较容易。根据水平流速的分布，并借助于连续方程，我们可以得到关于铅直流速方面的情况。因为

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0$$

所以

$$\frac{\partial w}{\partial z}=-\left[\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right]$$

根据热带地区领航图提供的数据，我们画出了E点附近的表面流分布，如图4.4所示。下面，我们依图中的水平流分量u和V的分布来求出E点附近的铅直流速w。

$$\text{在A点：}\quad \frac{\partial u}{\partial x}\approx\frac{[(-0.25)-(-0.25)]\,\mathrm{ms}^{-1}}{5\times10^{5}\,\mathrm{m}}=0$$

$$\text{在B点：}\quad \frac{\partial u}{\partial x}=\frac{[(+0.25)-(+0.30)]\,\mathrm{ms}^{-1}}{5\times10^{5}\,\mathrm{m}}$$

$$=-10\times10^{-8}\,\mathrm{s}^{-1}$$

在这里，我们把有限距离（按人的直观感觉尺度来说，此距

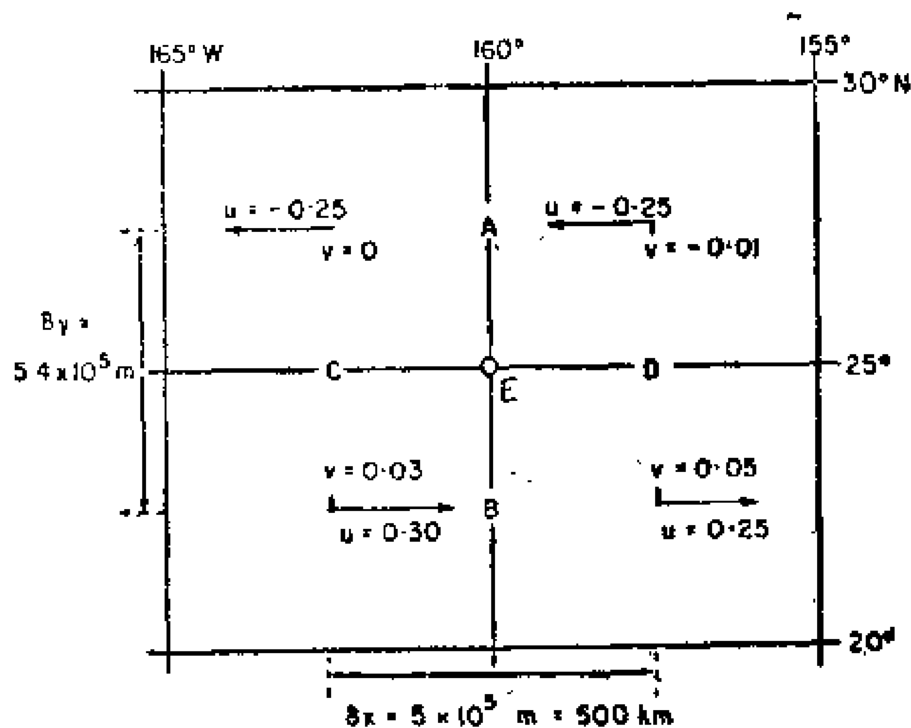


图 4.4　根据连续方程计算铅直流速时所需的水平流动分布的例子

（图中流速单位为米·秒⁻¹）

离是很大的）上的速度差分近似地看作微商。如果在两测点之间速度以接近于线性的方式缓慢变化，那么，这种"有限差分"近似是良好的。检验这种方法的标准应该看他们能否得出与观测相符的结果。因为铅直流速很小，难以直接测量，所以对铅直流速的情形，这种检验应该是间接的。我们还应指出，在现在的例子中，水平速度分布是指大约5个经度×5个纬度范围内的平均值，所以，作出更加细微尺度上的估计是不可能的。

取A点和B点处的平均值，我们得到图中区域中心E处的值为

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -5 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$$

类似地，计算C点和D点处的$\frac{\partial v}{\partial y}$，并取平均，便得到E点处的相应值为

$$\frac{\partial v}{\partial y}=-8.3\times10^{-8}s^{-1}$$

根据$\frac{\partial w}{\partial z}=-\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)$，我们有

$$\frac{\partial w}{\partial z}=-(-5\times10^{-8}-8.3\times10^{-8})\ s^{-1}$$

$$=+13.3\times10^{-8}s^{-1}$$

因为$\frac{\partial w}{\partial z}$为正，而平均说来，表面处应有$w=0$，所以，表面以下$w$必须为负值（即向下流动）。从深层向表面，下降流流速量不断减小，到表面处为零。所以，$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}<0$时，$\frac{\partial w}{\partial z}>0$，这意味着点E处海水辐聚。

因$z=0$的表面处，$w=0$，所以表面下h深度处（即$z=-h$）的铅直流速w_h为

$$w_h=\int_0^{-h}dw=-\int_0^{-h}\frac{\partial w}{\partial z}dz=-\int_0^{-h}\left[\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right]dz$$

（不熟悉积分符号的读者，请参看附录1）

在上面的例子中，如果从表面到均匀层(其厚度取50米)底部的辐聚程度均为一样，那么50米深处的铅直（向下）流速为

$$w_{50}=\int_0^{-50}(13.3\times10^{-8})\ dz=-6.7\times10^{-6}ms^{-1}$$

$$= 0.58 \mathrm{m/d}$$

当水层遭受强烈混合作用时，水层便变得均匀，否则水层将呈现层化现象。均匀层存在的事实提供了辐聚均匀的证据。如果充分搅拌海水，那么均匀层内的流速u和v便与深度无关，从而$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}$也与深度无关。

因为表面附近的浅层深度上铅直流速很小，所以水质点从表面下沉到50米深度上所需的时间就很长。因为$w=13.3\times10^{-8}z$，下沉δz距离所需的时间δt为$\delta t=\delta z/w$，所以从z_1下沉到z_2所需的时间为

$$\begin{aligned} t_1^2 &= \int_{z_1}^{z_2}\frac{1}{w}\mathrm{d}z \\ &= 7.5\times10^6\int_{z_1}^{z_2}\frac{1}{z}\mathrm{d}z \\ &= 7.5\times10^6\ln(z_2/z_1)\mathrm{s} \\ &= 87\ln(z_2/z_1)\mathrm{d} \end{aligned}$$

式中 ln表示自然对数。例如，从1米深处下沉到50米深度所需的时间为(87ln50)＝340天，或者说几乎为一年！

应该注意，提出上面的数值例子，目的在于说明连续方程的应用，而且这个例子也是对外海情况来说的。对于上升流很强的区域（这些区域通常出现在大洋的东岸），铅直流速可能大得多。最近的测量结果表明，在北美的西海岸，铅直流速的量值可达10^{-4}米/秒或10米/天。尽管如此，这速度还是比典型的水平速度小得多。

连续性还说明，为什么会有$w \ll u$和$w \ll v$。海洋是很“薄”的，其深度与宽度的相比类似于一张薄纸，对于均匀辐聚的情形，在$z=-H$处的铅直流速为$w \approx HU/L$，其中

U为在距离L范围内水平速度变化值。对于整个大洋来说，因为 $(H/L) = 0(10^{-3})$ 或更小一些，所以$w = 0(10^{-3} \times U)$ 或更小一些。也就是说，铅直速度的量级只有水平速度量级的千分之一或更小（上面的粗略计算可以看作是尺度分析的一个例子。尺度分析常用来估计方程中各个量的近似值，并判断各量之间的相对重要性）。

在导出连续方程（4.4）时忽略掉各项所产生的效应与 $\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)$ 相比都是很小的。这样，体积不变的假定便使我们可以估计$\frac{\partial w}{\partial z}$，从而进一步估计$w$。事实上，这种估计中出现的误差要比忽略掉各项所产生的效应大得多。

第五章　稳定性与双扩散

5.1　静力稳定性

现在，我们来讨论大洋中密度随深度的变化会不会引起水体铅直运动的问题。如果较轻的流体位于较重流体的上面，那么不会有产生运动的趋势。如果较重的流体位于较轻流体的上面，那么就有发生运动的趋势，使得较重的流体下沉，较轻的流体上升——这种密度分布是不稳定的。这样，我们就必须研究密度的铅直梯度，以便把流体区分为稳定的（即会抵抗铅直运动的）、中性的（即对铅直运动不会提供阻抗作用的）和不稳定的（即流体会自动地作铅直运动的）。如果$\frac{\partial\rho}{\partial z}<0$（密度随深度增加），我们可以认为流体是静力学稳定的，也就是说，如果原来没有运动，那么密度分布本身不会产生运动。如果$\frac{\partial\rho}{\partial z}>0$，我们可以认为流体是不稳定的。

当联系到稳定性来讨论密度分布时，我们不应忽略压缩性的作用，即不应忽略密度随压强的变化（在海洋中，随压强的变化意味着随深度的变化）。在中性稳定性的情形中，如果一个流体元绝热地（即和周围介质无热交换）、无盐量交换地向上或向下运动，那么当把这个流体元静止在某一新位置上时，它就停留在那个位置上，因为不管它运动到什么位置，它当时的密度都应与周围介质的密度相同。这样，介

质的密度就必须随深度的增加而增加，因为一个向下运动的流体元必然要受到压缩作用，但压缩后的密度应与当时位置上的介质密度相同。所以，在中性稳定的情形中，必有 $\frac{\partial \rho}{\partial z} < 0$；此时如果忽视了压强的效应，就会误认为流体是非常稳定的。另一方面，压缩效应又可引起流体元的加热，这种加热会使流体元的密度减小。不过，压缩引起的密度增加程度要比加热引起的密度减小程度大。在中性稳定的情形中，假定盐度效应可以忽略不计，流体的温度是随深度的增加而增加的。如果我们忽视了压强的效应，那么由于较冷的流体位于较暖流体的上面，我们就会误认为流体是不稳定的。

为了考虑压缩性，我们可以考虑第二章中定义的势密度或其距平$\sigma\theta$。使流体元的压强绝热地变成参考压强并同时考虑温度的绝热变化，这时流体元具有的密度称为势密度。这种处理方法也用在大气中（假定无凝结和蒸发出现）。事实上，气象学中常使用视位温或虚位温。如果干空气的势密度与湿空气的势密度相同，干空气所具有的温度就称为虚位温。但是，由于海水状态方程的复杂性和非线性，在大洋中用势密度来确定海水的静力稳定性并不总是合适的。例如，北大西洋深层水的势密度稍大于南极底层水的势密度，但我们发现前者在后者的上方而不是在下方。这是因为这两种水团的温盐差很大。因此，压缩性随这两种参数的变化便导致南极水（在同一深度上）的当场密度稍大于北大西洋水的当场密度，从而使南极水在北大西洋水下面流动。

在这种情形下，虚稳定性的产生原因是因为计算$\sigma\theta$的参考压强取为海表面压强（$p=0$）的缘故。如果取参考压

强接近于当场压强，那么这种势密度的铅直变化为零便表示中性稳定性。然而，在考虑整个水柱内的稳定性时，不可能找到一个对所有情形都合适的参考压强。因此，我们必须计算作为深度函数稳定性的局部值。下一节，我们便来讨论这个问题。

5.1.1 静力稳定性判据(E)

设静止水团的密度以某种任意方式随深度而变化，在水平面1（见图5.1）上，深度 $=-z$，压强 $=p$，水的当场性质为（ρ，S，T）。今使一流体微团从水平面1到水平面2，铅直移动一小段距离，在移动过程中，流体微团与周围海水不发生热量交换和盐量交换。在水平面2上，深度 $=-(z+\delta z)$，压强 $=p+\delta p$，水体性质为（ρ_2，S_2，T_2）。流体微团到达水平面2时，它的性质为（ρ'，S，$T+\delta T$），而压强为 $p+\delta p$。其中 δT 为因压强变化而引起的温度绝热变化，即 $\delta T=\left(\frac{dT}{dp}\right)_{绝热}\delta p$。因为，$\delta p=-\rho g dz$（参看

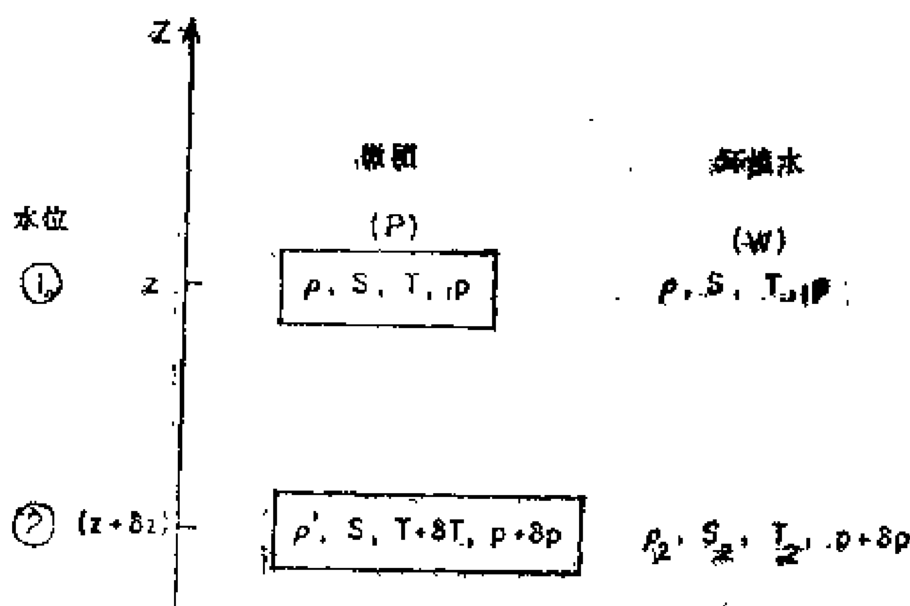


图 5.1 计算稳定性海水的各种参数

附录 1），所以，$\delta T=-\left(\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}p}\right)_{绝热}\rho g\delta z=-\Gamma\mathrm{d}z$。其中，$\Gamma$代表绝热温度梯度，它是因压强变化而引起的温度随深度的变化率，它的数值为正，也就是说，压缩使温度增加。在水平面 2 上，作用在流体微团δV_2上的恢复力为

$$F=\text{向上的浮力}-\text{重量}$$

根据阿基米德原理，向上的浮力等于被排开的流体的重量。因此

$$F=\delta V_2\rho_2 g-\delta V_2\rho' g$$
$$=\delta V_2 g(\rho_2-\rho') \tag{5.1}$$

如果释放该流体微团，它得到的加速度为

$$a_z=\frac{F}{M}=\frac{\delta V_2 g(\rho_2-\rho')}{\delta V_2\rho'}$$
$$=\frac{g\left[\rho+\left(\frac{\partial\rho}{\partial z}\delta z\right)_W-\rho-\left(\frac{\partial\rho}{\partial z}\delta z\right)_P\right]}{\rho\left[1+\left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial\rho}{\partial z}\delta z\right)_P\right]} \tag{5.2}$$

式中　下标W指周围的海水，下标P指流体微团。

在方程(5.2)中，周围海水密度的变化为

$$\left[\frac{\partial\rho}{\partial z}\delta z\right]_W=\left[\frac{\partial\rho}{\partial S}\frac{\partial S}{\partial z}+\frac{\partial\rho}{\partial T}\frac{\partial T}{\partial z}+\frac{\partial\rho}{\partial p}\frac{\partial p}{\partial z}\right]_W\delta z$$

而对于运动的特定流体微团来说，由于盐度的计算单位取为“克(盐)·千克$^{-1}$(海水)”，流体元的盐度在运动过程中保持不变，即其盐度与压强效应无关。因此，在方程(5.2)中，特定流体微团密度的变化可写为

$$\left[\frac{\partial\rho}{\partial z}\delta z\right]_P=\left[-\frac{\partial\rho}{\partial T}\Gamma+\frac{\partial\rho}{\partial p}\frac{\partial p}{\partial z}\right]_P\delta z$$

显然，$\left(\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z}\right)_w=\left(\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z}\right)_p$，而且当水平面“1”和水平面“2”之间的温盐差别不大时，又有$\left(\frac{\partial\rho}{\partial p}\right)_w=\left(\frac{\partial\rho}{\partial p}\right)_p$，这是因为比容距平项$\delta_{s,p}$和$\delta_{t,p}$〔参阅方程(2.1)〕是很小的，且变化很缓慢。另外，当$\delta z\to 0$时，方程（5.2）分母中的$\frac{1}{\rho}\frac{\partial\rho}{\partial z}\delta z$趋于零，从而可略去不计。这样，方程(5.2)便变为

$$\frac{a_z}{g}=\frac{1}{\rho}\left[\frac{\partial\rho}{\partial S}\frac{\partial S}{\partial z}+\frac{\partial\rho}{\partial T}\left(\frac{\partial T}{\partial z}+\Gamma\right)\right]\delta z \qquad (5.3)$$

式中 $\frac{a_z}{g}$代表位移后的流体微团的恢复加速度与重力加速度之比。Hesselberg把水柱的稳定度定义为

$$E=\left[-\frac{a_z}{g}\right]\Big|_{\delta z=\text{单位长度}}$$

即

$$E=-\frac{1}{\rho}\left[\frac{\partial\rho}{\partial S}\frac{\partial S}{\partial z}+\frac{\partial\rho}{\partial T}\left(\frac{\partial T}{\partial z}+\Gamma\right)\right]\mathrm{m}^{-1} \qquad (5.4)$$

如果$E>0$（即E为正值），水体是稳定的，沿铅直方向位移一小段距离后的流体微团将具有恢复到原来位置的趋势。因为流体微团具有惯性，流体微团恢复到原来的位置后将继续运动而超过原来的位置，从而形成围绕着原来位置的振动。所以水体的稳定性与内波的发生相联系（第十二章将介绍内波）。如果$E=0$，水体是中性稳定的，位移后的流体微团将静止在新位置上。如果$E<0$（即E为负值），水体是不稳定的，位移后的流体微团将继续沿着原来的位移方向运动，从而发生水体的倒转。

5.1.2 稳定性的数值

在外海，上层1000米范围内E值的量级为100×10^{-8}—1000×10^{-8}米$^{-1}$，最大值通常发生在上层几百米的范围内。在1000米深以下，E值减小到100×10^{-8}米$^{-1}$以下；在深海沟内，发现E值接近于1×10^{-8}米$^{-1}$。在1000米以下，$\frac{\partial S}{\partial z}$一般都很小，它对于稳定度的影响可忽略不计。此时，$E\to 0$，这就意味着$\frac{\partial T}{\partial z}\to -\Gamma$，也就是说，温度随当场深度的变化接近于因压强改变而产生的绝热变化率。绝热变化率于5000米处的值约为0.14℃/1000米，于9000米处的值增加到0.19℃/1000米；随着深度的增加，温度也增加，所以在深海沟中，当场温度随深度的增加而增加。

应该注意，在方程(5.4)中，求$\frac{\partial \rho}{\partial S}$时，$T$和$p$应保持当场值不变；求$\frac{\partial \rho}{\partial T}$时，$S$和$p$应保持不变。(5.4)式在计算上是不方便的，因为我们一般有比容查算表而没有密度查算表。为了使用比容表来计算E值，可利用如下恒等式：

$$\alpha=\frac{1}{\rho},\quad \frac{1}{\alpha}\frac{\partial \alpha}{\partial S}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial S},\quad \frac{1}{\alpha}\frac{\partial \alpha}{\partial T}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial T}$$

将α的展开式(2.1)(略去其中的$\delta(s,t,p)$项)代入(5.4)，我们便得到

$$E=\frac{1}{\alpha}\left[\frac{\partial \Delta_{s,t}}{\partial S}\frac{\partial S}{\partial z}+\frac{\partial \Delta_{s,t}}{\partial T}\frac{\partial T}{\partial z}+\frac{\partial \delta_{s,p}}{\partial S}\frac{\partial S}{\partial z}+\frac{\partial \delta_{t,p}}{\partial T}\frac{\partial T}{\partial z}+\Gamma\left(\frac{\partial \Delta_{s,t}}{\partial T}+\frac{\partial \delta_{t,p}}{\partial T}\right)\right] \tag{5.5}$$

通常，上式中前两项是主要的，可以看出括号内的这两

项之和等于$\frac{\partial\Delta_{s,t}}{\partial z}$。与$\Gamma$有关的项一般是很小的(除了在$E$值很小的深水中)，$\Gamma$项可忽略不计。如果$E=0$（中性稳定性情形），忽略$\Gamma$项可能导致虚假的$E$值（在表面附近）为$-2\times10^{-8}$米$^{-1}$，在大深度处大约为$-4\times10^{-8}$米$^{-1}$。所以，如果忽略温度随压强（即深度）的绝热变化，就会把水体误认为弱不稳定的。(5.5)式中的其他两项的作用也可以估计，这只要将它们与前两项相比即可。第一项和第三项均具有共同的因子$\frac{1}{a}\frac{\partial S}{\partial z}$，所以只要比较它们的系数即可。$\frac{\partial\delta_{s,p}}{\partial S}$与$\frac{\partial\Delta_{s,t}}{\partial S}$的符号相反。在表面附近，$\frac{\partial\delta_{s,p}}{\partial S}$的值比$\frac{\partial\Delta_{s,p}}{\partial S}$的值小得多，但在5000米深度附近，$\frac{\partial\delta_{s,p}}{\partial S}$的值可达到$\frac{\partial\Delta_{s,t}}{\partial S}$的值的10%，而在10 000米深度附近，$\frac{\partial\delta_{s,p}}{\partial S}$的值可达$\frac{\partial\Delta_{s,t}}{\partial S}$的值的15%。$\frac{\partial\delta_{t,p}}{\partial T}$与$\frac{\partial\Delta_{s,t}}{\partial T}$的符号相同，在表面附近，$\frac{\partial\delta_{t,p}}{\partial T}$的值也很小，但在深度大于2000米时，$\frac{\partial\delta_{t,p}}{\partial T}$的值与$\frac{\partial\Delta_{s,t}}{\partial T}$的值可相比拟；在深度很大时，$\frac{\partial\delta_{t,p}}{\partial T}$的值甚至可起支配作用。

要想给出确定温度项和盐度项相对重要性的普遍规则是不容易的。作为一级近似，我们可用（5.5）式的前两项来计算E值：

$$E=\frac{1}{a}\left[\frac{\partial\Delta_{s,t}}{\partial S}\frac{\partial S}{\partial z}+\frac{\partial\Delta_{s,t}}{\partial T}\frac{\partial T}{\partial z}\right]$$

$$= \frac{1}{a} \frac{\partial \Delta_{s,t}}{\partial z} \tag{5.6}$$

如果计算得到的E值小于50×10^{-8}米$^{-1}$，那么就应该加上其他项重新计算。

正如第二章所指出的，热盐比容距平$\Delta_{s,t}$与σ_t是直接相联系的，所以一般都由σ_t来计算$\Delta_{s,t}$，而σ_t是在资料处理的第一阶段就连同S和T计算出来了，并列成了表。所以，如果有一个由σ_t计算E值的近似公式是方便的。假定我们把当场密度也象展开比容a〔见(2.1)式〕那样，展成如下等式：

$$\rho = 1000 + \sigma_t + e_{s,p} + e_{t,p} \tag{5.7}$$

式中 形如$e_{s,t,p}$的项已经略去，因为它的值很小。把上式代入(5.4)式，并考虑到

$$\frac{\partial \sigma_t}{\partial S} \frac{\partial S}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_t}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial \sigma_t}{\partial z}$$

我们便得到

$$E = -\frac{1}{\rho}\left[\frac{\partial \sigma_t}{\partial z} + \frac{\partial e_{s,p}}{\partial S} \frac{\partial S}{\partial z} + \frac{\partial e_{t,p}}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial T} \Gamma \right] \tag{5.8}$$

等价于(5.6)式的近似式为

$$E = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_t}{\partial z} \tag{5.9}$$

根据方程(5.6)和(5.9)，我们可以看出，作为一级近似，对于稳定的水体，$\Delta_{s,t}$应随深度的增加而减小，或者说，σ_t应随深度的增加而增加。这样，我们只要查看一下水柱内的$\Delta_{s,t}$或σ_t的数值表，便可估计出E值的符号。这就是我们为什么要使用σ_t(或$\Delta_{s,t}$)而不是使用当场密度的一个理由（另一个理由是：海水沿着等σ_t面流动，当方程(5.9)是

一个良好近似时，沿等σ_t面的流动不会受到静力稳定性的限制)。如果我们把(5.8)式中的Γ项也包括在方程(5.9)中，那么它实质上等价于$E=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial\sigma_t}{\partial z}$。然而，当$p$很大时，(5.8)式中未包括在(5.6)和(5.9)式中的其他项(除i项外)，就变得更加重要。这些项的忽略将导致虚假的不稳定性，正如前面提到的南极底层水和北大西洋深层水之间的情形一样。

在导出方程(5.4)时，压强对密度效应的大部分都抵消掉了。我们还应注意到，抵消掉的压强效应部分是相当大的。假定我们考虑的是当场密度梯度，那么，当海水处于中性稳定度时，$\left(\frac{\partial\rho}{\partial z}\right)_w$和$\left(\frac{\partial\rho}{\partial z}\right)_p$应该相等，此时有$\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial z}\right)_p$ $=\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial p}\right)_{绝热}\frac{\partial p}{\partial z}=-g\left(\frac{\partial\rho}{\partial p}\right)_{绝热}$但$\left(\frac{\partial\rho}{\partial p}\right)_{绝热}$ $=\frac{1}{c^2}$(其中c为声速)，所以

$$-\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial z}\right)_w=\frac{g}{c^2}\approx 400\times10^{-8}\mathrm{m}^{-1}$$

正如前面已经提到的，如果使用当场密度，那么当海水实际上是处于中性稳定时，我们会得到一种错误的印象，认为海水是非常稳定的。如果我们希望使用当场密度$\rho(s,t,p)$来正确计算E值，那么加上压缩性的校正后，稳定度的公式应为

$$E=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial\rho}{\partial z}-\frac{g}{c^2}\qquad(5.10)$$

为了使用计算E值的这一公式，我们必须使用状态方程(IES80)直接确定ρ并使用声速c的适当方程(它也是S,T,p

的函数)。

按理说，当E为负值时，水体应该是不稳定的，可能会出现倒转现象；但实际上常常会有这样的情况，在上层50米的范围内，计算得到的E值为$E=-25\times10^{-8}$米$^{-1}$——-50×10^{-8}米$^{-1}$，但有证据表明，这上层水体的层化是稳定的。前面已经指出，在方程(5.5)和(5.8)中包含了绝热温度梯度项和其他一些项，但在方程(5.6)和(5.9)中未包括这些项，计算中忽略掉这些项产生的误差不能解释这种现象。当然，其中有些情形可能是这样的，水体中实际上存在着弱的对流，但观测不够细致，无法检测出这种弱对流。这种虚假的不稳定性也可能产生于观测的误差。实际上，E值是根据离散水平面上的观测值用差分法计算出来的。σ_t的观测误差容易达到5×10^{-3}(参看第二章)，两个水平面间的σ_t的差值$\Delta\sigma_t$的误差容易达到10^{-2}。如果深度间隔为$\Delta z=20$米，那么$E\simeq\pm\frac{1}{\rho}\left(\frac{\Delta\sigma_t}{\Delta z}\right)$的误差就可达到$\Delta E\simeq\pm50\times10^{-8}$米$^{-1}$。当深度比较大时，$\Delta z$也较大（因观测水层的深度差通常较大），这样误差就小一些，例如$\Delta z=500$米，$\Delta\sigma_t$的误差为10^{-2}时，E值的误差只有2×10^{-8}米$^{-1}$。

根据方程(5.4)计算E值时，要用到$\frac{\partial\rho}{\partial S}$，$\frac{\partial\rho}{\partial T}$和$\Gamma\left(\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)$的值，在Neumann和Pierson（1966）的书中给出了它们的表。如果使用方程(5.5)，我们也可使用关于$\Delta_{s,t}$，$\delta_{s,p}$，$\Delta_{t,p}$的表。

5.1.3 浮力频率(N)

布伦特-维萨拉（Brunt-Väisälä）频率（或浮力频率）N定义为

$$N^2=(gE)=g\left[-\frac{1}{\rho}\frac{\partial\rho(s,t,p)}{\partial z}-\frac{g}{c^2}\right]$$

$$\approx g\left[-\frac{1}{\rho}\frac{\partial\sigma_t}{\partial z}\right](\text{rads})^{2-1} \qquad (5.11)$$

以周/秒（即赫）为单位表示的相应频率为

$$\frac{N}{2\pi}=(gE)^{1/2}/2\pi$$

可以证明，频率N是稳定性为E的水体中内波的最大频率。高的N值通常出现在主要密度跃层带中，也就是说，出现在密度铅直梯度最大的地方。对于大洋水体，密度跃层通常在温跃层上（此处密度变化主要决定于温度变化），对于沿岸水体，密度跃层通常在盐度跃层上（此处密度变化主要决定于盐度变化）。

5.2 双扩散

即使水体于特定时刻是静力学稳定的，但由于海水是多成份流体，同时分子热扩散率和分子盐扩散率又不相同，也可能在此水体中出现不稳定性。如果两个水团的密度相同，但其温盐值不同，当此两个水团上下接触相叠时，由于温盐扩散率的差别（即双扩散），可能导致水层不稳定的密度变化。这一问题是目前很活跃的研究领域，读者可在Turner（1973）的书中找到有关的评论。对这个问题的详细讨论超出了本书的范围，但关于这一现象的一般了解还是很有趣的。在大洋水小尺度混合中和“细微”结构的形成中，双扩散

都起着重要的作用。这些小尺度（1—几米）现象是指温度和盐度的小尺度铅直变化。由于近年来使用了盐温深连续自记仪（STD）和电导率温度深度连续自记仪（CTD），观测得到了改进，已在大洋中发现了这些小尺度现象。

我们来考虑与双扩散有关的稳定性问题。首先，假定水体是静力稳定的，并且不存在运动。因为如果存在运动，特别是速度切变引起的湍流运动和强静力不稳定性引起的湍流运动，那么湍流扩散就会起着支配作用，这就很可能会使双扩散效应变得很不重要。在切变产生的湍流很弱的某些大洋部分，静力稳定性很强，双扩散效应可以变得很重要。

假定有一高温、高盐水叠置在低温、低盐水的上方，而且这上层水的密度等于或小于下层水。由于热扩散作用和盐扩散作用，上层水温度降低、盐度降低，而下层水温度升高、盐度升高，但是由于热量的分子扩散率为盐量的分子扩散率的100倍，所以温度变化引起的密度变化可能就要占着支配作用。当原来的上下层水的密度相差不大时，上层水的密度就可能变得比下层水还重，从而出现下沉运动。类似地，下层水会作上升运动。这种情况称为“双扩散不稳定性”。在实验室实验中，这种上升和下降的运动是以薄层水柱的形式出现的，这种现象称为“盐指形成”（Williams，1975）。有证据表明，在海洋中的确存在这种现象。例如，高温、高盐的地中海海水经直布罗陀海峡流到低温、低盐的大西洋水中去时，在向外流出水的下界面上，就有这种现象。

如果低温、低盐水叠置在高温、高盐水的上方，上面的水就会变得更轻，从而形成上升运动；而下层水变得更重，从而产生下沉运动。这种现象称为“成层”，它可使上下的两层都变得非常均匀，而中间被一温盐梯度很大的薄层区域分

开。有证据表明，在北极洋存在这种现象（在其他地方也有）。

上述两种过程均可导致热量和盐量的铅直输送，而且其输送率比分子扩散率大得多。这两种过程也可导致混合现象，而且其强度比不存在这些过程时的混合强度大得多。当然，这种运动一旦发生，它就会变成动力学上不稳定的运动，并形成尺度更小的湍流运动，此时，问题就变得更加复杂。在下一节和第七章，我们将简单讨论动力学不稳定性的问题。

如果高温、低盐水叠置在低温、高盐水的上方，双扩不稳定性就不会发生。上层水温度降低，从而它不会上升，但它也始终不会比高盐的下层水冷，从而不会下沉。类似地，下层水也是既不会上升，也不会下沉。要使双扩散现象发生，在界面处温度梯度和盐度梯度的方向必须一致。在这种情况下，因为温度对密度的效应和盐度对密度的效应是相反的，所以有可能发生双扩散现象。

5.3 动力学不稳定性

即使水体是静力学稳定的，而且特定的温盐分布使得双扩散现象不会发生，但是如果水体中存在运动时，它也可能是动力学不稳定的，而且可能形成尺度更小的不规则湍流运动。在下一章讨论运动方程之后，我们将进一步讨论这种可能性。

每一个人对湍流都是熟悉的，虽然他们一般都没有使用这一术语。湍流的例子很多，例如，大部分江河中的流动、阵风以及从水龙头流出的水流等等。无论在固定点处流动随时间的变化方面，还是在固定时刻流动在不同点处的差别方

面，这些流动都是非常不规则的。在日常生活中，我们也常常利用因湍流而产生的强烈混合现象，例如，通过搅拌我们可以使牛奶、糖与咖啡充分混合。在搅拌停止之后，流动逐渐变得规则，此时，便给我们提供了一个非湍流流动的例子；在日常生活经验中，非湍流流动是人们不大熟悉的。

第六章　海洋学中的运动方程

6.1　运动方程的形式

现在，我们来讨论如何把牛顿第二定理（$\mathbf{F}=m\mathbf{a}$）写成适合于海洋学中应用的形式（式中黑体字母的量是向量，关于向量的进一步讨论，可参看附录1）。

关系式$\mathbf{F}=m\mathbf{a}$表明，如果合力$\mathbf{F}$作用在质量为m的物体上，此物体将得到加速度（或者说速度变化率）$\mathbf{a}$。应该注意"合力"中的形容词"合（成的）"，它表示：可能有几个力同时作用在一个物体上，我们应首先用向量加法法来求得这几个力的合力，即净力，物体加速度的方向就是这个合力的方向。在实际应用上，通常是将向量方程$\mathbf{F}=m\mathbf{a}$写成三个分量方程。其中x方向上的分量方程表示：各力的x分量之和等于物体质量乘以加速度在x方向上的分量；在其他两个方向上，也有类似的表述。

关系式$\mathbf{F}=m\mathbf{a}$还表明，如果$\mathbf{F}=0$，则$\mathbf{a}=0$，也就是说，不会有运动的变化，但可能会有持久的运动。这种运动是由牛顿第一运动定理（它是第二定理的特殊情形）所确定的。

另外，如果我们发现$\mathbf{a}=0$，我们就可得出结论：合力$\mathbf{F}=0$。原则上，这个结论可能意味着根本没有力作用在物体上，但实际上，这种情况在地球上永远也不会出现。例如，物体总是要受到重力的作用，常常还会有反作用力来平衡这一重力。如果物体处于运动状态，一般还要受到摩擦力的作

用。当运动的加速度为零时，如果我们又知道作用在物体上的某些力的情况，那么我们就可以求得作用在物体上的另外一些力的情况。另外，我们应注意到，$a=0$意味着运动是直线运动。当物体作曲线运动时，物体便具有向心加速度（参阅附录1），因而必须有合力作用在物体上。

把$F=ma$写成$a=\frac{1}{m}F$是方便的，并可作如下的解释：

观测到的加速度等于作用于单位质量上的合力。我们可用文字写出：

加速度＝(压力＋重力＋摩擦力＋引潮力)/单位质量为了根据上述形式的物理定律，作出数学物理上的推断，我们首先必须用数学语言写出各种形式的力，然后再试图对方程进行求解。

矢量形式的运动方程为

$$\frac{dV}{dt}=-\alpha\nabla p-2\Omega\times V+g+F \qquad (6.1)$$

压力＋科氏力＋重力＋其他力（均指单位质量上的力）（下面，我们将简要解释这个方程的推导以及符号“∇”和“$\times$”的意义，方程中V代表速度向量）

这个方程可以写成坐标系$oxyz$中的三个分量方程，速度分量u，v，w分别朝东、朝北、朝上为正。坐标原点取在海面上。

压力　　科氏力　　重力　　每单位质量受的其他力

$$(x)\quad \frac{du}{dt}=\alpha\frac{\partial p}{\partial x}+2\Omega\sin\varphi v-2\Omega\cos\varphi w \qquad +F_x$$

$$(y)\ \frac{dv}{dt} = -\alpha\frac{\partial p}{\partial y} - 2\Omega\sin\varphi u \qquad\qquad + F_y$$

$$(z)\ \frac{dw}{dt} = -\alpha\frac{\partial p}{\partial z} + 2\Omega\cos\varphi u \qquad\qquad - g + F_z$$

$$(6.2)$$

方程（6.1）和（6.2）均称为运动方程，它们也可称为线动量守恒方程。我们可以写出角动量守恒的类似方程，但是和流体力学的习惯一样，我们在本书中不打算使用角动量的概念，而使用另一种与之有关的“涡度”概念。除非另有声明，本书中提到的“动量”，均指“线动量”〔在7.3节将指出，对于实际海洋中的大多数动力学问题，(6.2)式中包含 $\cos\varphi$ 的项是可以忽略不计的〕。

6.2 方程的求解和边界条件

在方程(6.2)中，u，v和w是海水质点的速度分量，它们描述“海洋的运动”。物理海洋学家（特别是动力海洋学家）想要了解的正是这三个量。u，v，w和压强p构成了方程中的四个未知量。如果再加上连续方程(4.4)，我们便有了求解四个未知量的四个方程。方程中认为已知的量包括：位置坐标(x，y，z)，比容α〔可依压强（或深度）和观测到的温盐分布求出〕，地转角速度Ω，地理纬度φ（在北半球为正，在南半球为负）；方程中的F及其分量F_x等代表摩擦力和引潮力，这些力将在后面加以讨论。在第十章讨论热盐效应时，我们将考虑更复杂的情形，把S，T和α也看作未知量。

运动方程的“求解”意味着，根据已知量去找出(或推测出)“满足方程”的u，v和w的值。所谓“满足方程”的意思是指：如果我们用找到的u，v和w的值代替方程中的u，v和w，

那么方程中的各项应相互平衡。也就是说，当把u，v和w的数值代入方程时，方程(6.2)第一式左边的u随时间导数（即$\frac{du}{dt}$）应与右边恒等。对方程(6.2)的第二式和第三式也可作出类似的说明。应该注意，方程(6.2)的三个分量方程中的u，v和w都应代入相同的表达式。另外，所得的解应对问题中的所有地点和全部时刻都成立。

另外，我们必须注意，u，v和w的表达式还必须同时满足如下的两个条件：

（1）连续方程$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0$

（2）边界条件。

关于第一个条件，不可压缩性的假定使连续方程简化成这样简单的形式，这个假定从方程(6.2)的所有可能解中排除了声波的解；因为声波的存在依赖于介质的压缩性。在本书中，我们将不明显地讨论声波问题，尽管第十二章给出的许多性质也可应用于波传播。

第二个条件表明，在海洋的边界上（如海底、海岸和海气界面等），速度分量u，v，w必须受到一定的约束限制。例如，如果u的表达式中包含x，在南北走向的海岸上u值必须为零；如果海底是水平的，那么w在海底处的值也必须为零。更一般地说，因为不可能有流动穿过边界，所以垂直于边界的速度分量必须为零*；在固体边界上，流动的切向分量也应为零，也就是说，流体不能沿固体边界“滑动”。这个“不滑动”条件是根据对几乎所有的真实流体所做的观测结果而得出的，它是物质的分子性质和固体-流体界面相互作

*此处应指静态边界。对于动态边界此结论不成立。——译者注

用的结果。

有时候，我们可以放宽对“无滑动”条件的要求。在相当薄的“边界层”内，沿边界的切向速度向边界迅速减小，在边界处减小到零。我们可以求出一个并不满足无滑动条件的内区流动解和一个边界层解；在薄的边界层内，此边界层解从内区解过渡到边界上的无滑动状态。如果我们仅仅对内区流动感兴趣，那么，我们就可以只考虑内区的解，并用“自由滑动”的条件来求得这个解。不过，应该注意，边界效应不会渗入到感兴趣的区域的假定，可能是不正确的，因此可能会得出错误的解。

求解的程序是简单的(甚至是粗糙的)。先构造出一个解，看看这个解是否能满足所有的条件；然后，根据观测结果，考察这个解是否能描述出可能的运动（这种方法是可行的，因为对许多微分方程，其典型解都已经知道）。如果忽略掉方程中的F项和加速度项，方程就大大简化，从而使求解的工作更加容易。现在，已经知道了经这样化简后的许多解，第八章我们将对其予以讨论。

如果F项中包括了摩擦力的表达式，求解的工作就变得很困难，因为除了少数特殊情形，我们对湍流摩擦的物理详情还不甚了解。如果方程中包括加速度项，求解的工作就变得更加困难。此时，方程变成了非线性方程，如果需要解析解（即速度的代数表达式）的话，数学上是非常难于处理的（数值求解方程的方法将在第十一章介绍）。

“非线性”意味着两个以上的未知量在方程中是以乘积的形式出现的，如$V\dfrac{\partial u}{\partial y}$就是我们所说的非线性形式。一般说来，非线性方程似乎是不可能求解的（我们可以证明，解

是唯一存在的，但我们没有普遍的办法来求得它)。正如下一章要讨论的，方程的非线性和湍流的存在是有联系的。

6.3 运动方程中各项的导出

6.3.1 压力项

想象流体中的一个长方体，其边长分别为δx, δy和δz。此长方体固定于坐标系中，而坐标系又和固体地球相联结(图6.1)。流体静压强作用在这体积之上的x方向上的力包括：作用于左面的为$+p\delta y\delta z$，作用于右面的为$-(p+\delta p)\delta y\delta z$，此处负号表示力沿负$x$方向作用。在$x$方向上的净压力为这两者之和，即为$-i\delta p\delta y\delta z=-i\frac{\partial p}{\partial x}\delta x\delta y\delta z$，此处单位矢量$i$表示$x$方向*。单位体积上的作用力为$-i\frac{\partial p}{\partial x}$，而单位

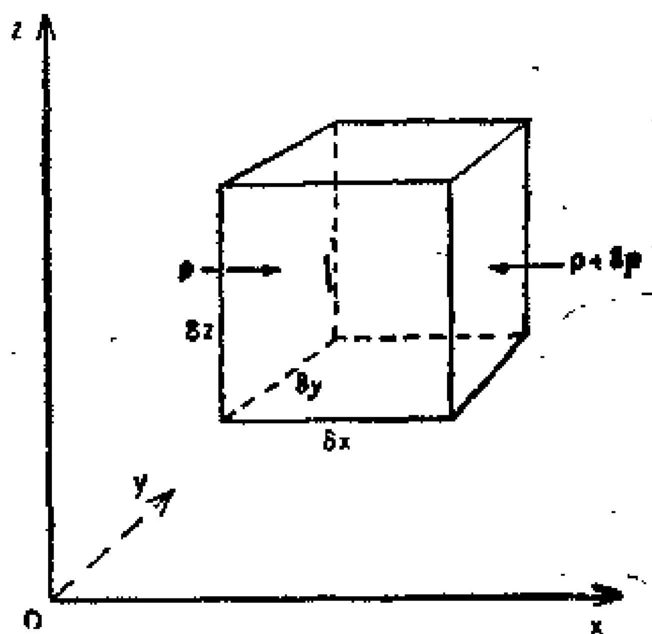


图 6.1 运动方程中压力项的导出

---

* 和通常的情形一样，我们在这里略去了δx的高阶项，$\delta x\to 0$时，这些高阶项都是很小的。从现在起，我们将经常这样处理，而不再每次都作说明。——译者注

质量上的作用力为 $-i\frac{\partial p}{\partial x}\frac{1}{\rho}=-i\alpha\frac{\partial p}{\partial x}$。同样地，考虑其他两个方向，我们便得到单位质量所受到的总压力为

$$-\alpha\left[i\frac{\partial p}{\partial x}+j\frac{\partial p}{\partial y}+k\frac{\partial p}{\partial z}\right]=-\alpha\nabla p$$

其中"∇"是$\left(i\frac{\partial}{\partial x}+j\frac{\partial}{\partial y}+k\frac{\partial}{\partial z}\right)$的简写，称为"梯度算子"；$j$和$k$分别表示$y$和$z$的方向上的单位矢量。一个量的梯度(如$\nabla p$)总是一个向量，所以，我们不需要象其他矢量(如$F$，$V$)一样，将其改写成"黑体"字母。$-\alpha\nabla p$中的负号表明，如果压强向右增加，那么压力的作用方向便向左〔一个量(这里为p)在特定方向上的导数(如$\frac{\partial p}{\partial x}$)也称为梯度，这是表示全梯度在一特定方向上的分量的一种方便术语〕。

6.3.2 从固连于空间的坐标系到固连于旋转地球上的坐标系的变换

因为我们是相对于固定在旋转地球上的坐标系来进行观测的，所以会出现科氏力项。只有当加速度a是相对于固定在空间的坐标系(即惯性坐标系)来测量时，运动方程$F=ma$才成立。对于实用的目的来说，这种坐标系是相对于遥远星体的固定坐标系。显然，对于海洋学家来说，相对地球上的点和方向来进行测量是方便的，因此必须对运动方程加以适当的调整，使之适合于旋转坐标系。

对固定于空间的理想坐标系中的运动方程，从数学上进行直接的精确变换，使之变为旋转地球坐标系中的运动方程(例如，参看书末所列的Neumann和Pierson，Lacombe或Batchelor的书)，我们便得到矢量形式的运动方程：

$$a_f=\left(\frac{dV'}{d_t}\right)_f=\left(\frac{dV}{dt}\right)_e+2\boldsymbol{\Omega}\times\boldsymbol{V}+\boldsymbol{\Omega}\times(\boldsymbol{\Omega}\times\boldsymbol{R}) \qquad (6.3)$$

式中　下标f表示相对于固定坐标系的量，下标e表示相对于地球的量。(6.3)式右端的第一项是相对于固定在地球上的坐标系的相对加速度；第二项是科氏加速度；第三项是向心加速度，它是地球上的物体随地球一起绕地轴旋转时所具有的加速度。式中的其他符号的意义如下：$\boldsymbol{V}'$为相对于固定坐标系的绝对速度，$\boldsymbol{V}$为相对于地球的相对速度，$\boldsymbol{R}$为从地球中心算起的物体的矢径，$\boldsymbol{\Omega}$为地转角速度。Ω的值为$\Omega=2\pi$弧度/恒星日或7.29×10^{-5}弧度·秒$^{-1}$(一个恒星日＝23小时56分4秒＝86164秒，它是相对于固定的恒星，地球绕地轴旋转一周所需的时间。地球相对于太阳自转一周的时间称为一个太阳日，因为地球还绕太阳公转，所以一个太阳日的时间长度比一个恒星日的长度略长)。$2\boldsymbol{\Omega}\times\boldsymbol{V}$一项中的符号"×"表示"矢量积"。不熟悉矢量运算的读者不必担心，因为在分量方程中，我们将写出和使用这种算子的分量形式(科氏力项的直观导出将在6.3.5节中讨论)。

相对于固定坐标系的运动方程为

$$\left(\frac{dV}{dt}\right)_f=-\alpha\nabla P+g_f+F \qquad (6.4)$$

利用(6.3)式，将上式变换到地球坐标系，我们便有

$$\left(\frac{dV}{dt}\right)_e=-\alpha\nabla P-2\boldsymbol{\Omega}\times\boldsymbol{V}+g_f-\boldsymbol{\Omega}\times(\boldsymbol{\Omega}\times\boldsymbol{R})+F \qquad (6.5)$$

在这个方程中，左边的项是相对于地球的加速度，右边各项是作用在单位质量上的各种力，也就是说，各种力分别产生的加速度。由于坐标变换，方程中便多了两项虚构的力，一项是$-2\boldsymbol{\Omega}\times\boldsymbol{V}$，称为科氏力；另一项是$-\boldsymbol{\Omega}\times(\boldsymbol{\Omega}\times\boldsymbol{R})$，它

是负的向心力（有时称为离心加速度，参阅附录1）方程。(6.4)中的真正的力是不变的。

6.3.3 万有引力与重力

物体间的引力称为万有引力，它是由牛顿首先发现的。万有引力的量值可表达为 $Fg=G\frac{M_1M_2}{r^2}$，其中M_1和M_2分别表示两个物体的质量，r是两物体间的距离。万有引力是物体间的吸引力，力的作用方向沿着两物体质心的连线（当物体的大小与距离相比很小的时候，或两个物体均为球形物体且其密度分布仅依赖于离球心的距离时，这个表达式才是正确的。对于地球和地球上的小物体，上述条件满足；当我们考虑潮汐理论时，地球和月亮也符合上述条件）。G是万有引力常数。绝对运动方程(6.4)中的g_f就是由万有引力提供的。在相对运动方程(6.5)中，$\boldsymbol{\Omega}\times(\boldsymbol{\Omega}\times\boldsymbol{R})$是与地心相距为$\boldsymbol{R}$的物体的向心加速度，它是此物体以角速度$\boldsymbol{\Omega}$绕地轴旋转时所产生的。对于与地球相接触的物体(参见图6.2)，这一项通常是由引力加速度g_f的一部分来提供的（此向心加速度的最大值只有引力加速度的0.3%)。差值$g_f-\boldsymbol{\Omega}\times(\boldsymbol{\Omega}\times\boldsymbol{R})$称为重力加速度，它是大家所熟悉的地球附近的自由落体加速度g(无摩擦时)。将来，我们就把$[g_f-\boldsymbol{\Omega}\times(\boldsymbol{\Omega}\times\boldsymbol{R})]$为$g$。在地球表面上，$g$只依赖于地理位置。$g$的量值在两极最大(那里所需的向心加速度为零，而$g_f$具有最大值，因为极地处的半径比赤道处的半径小)，而在赤道处最小(那里所需的向心加速度最大，而g_f最小)。但是，从极地到赤道，g的变化只有g本身的0.5%左右，所以我们将忽略这种变化。另外，在海表面的下面，我们也将忽略重力加速度随深度的微小变化，并把g取为常值9.80米·秒$^{-2}$。

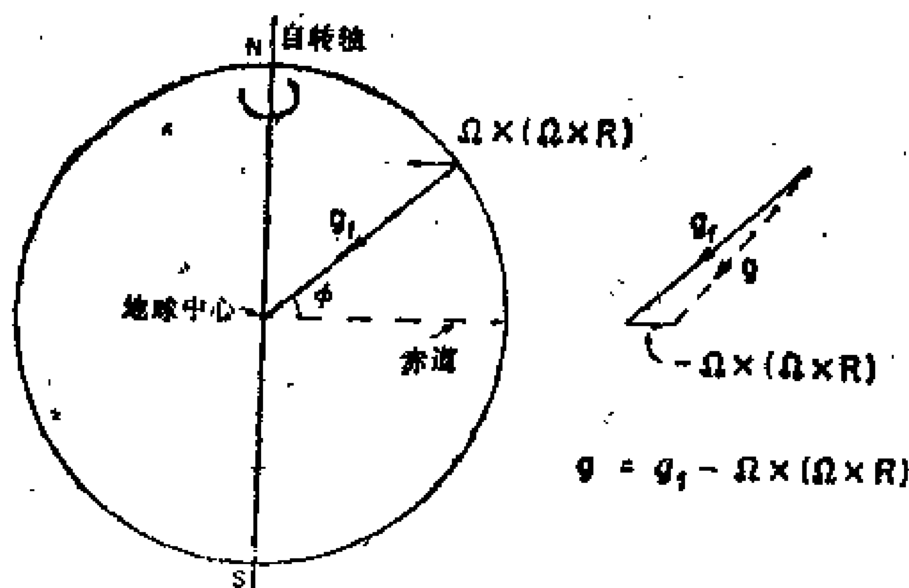


图 6.2 引力加速度g_f与重力加速度g的差正好提供所需的向心加速度$\Omega\times(\Omega\times R)$
注意图中向心加速度的大小是夸张放大地画出的，其量值为$\Omega^2 R\cos\varphi$，其方向与旋转轴垂直

注意，在分量方程(6.2)中，重力加速度只出现在z分量的方程中，因为据定义，z轴是平行于当地重力加速度的方向的。方程中g的前面带有负号，这是因为重力加速度的方向是向下的，而z轴是朝上为正的。

6.3.4 科氏力项

方程(6.1)中含Ω的项，或方程(6.2)中含Ω的项，或方程(6.5)中含$\Omega\times V$的项，均称为科氏加速度项〔为纪念G. Coriolis(1835)而命名，虽然在他之前已有人认识到这些项〕。方程(6.2)中共有四个科氏项。在这四项中，x方向的分量方程中的$2\Omega\cos\varphi\cdot w$与该方程中的其他项相比是很小的(因$w$很小)，故这一科氏项可忽略不计。另外，$z$分量方程中的科氏项$2\Omega\cos\varphi\cdot u$与压力项相比很小，与$g$相比也很小，但与压力项和$g$的差相比则不一定很小；在海洋中，压力项与$g$的差通常是很小的。但是在动力海洋学中，$z$分量

方程中的科氏项通常是忽略不计的（注意，当在沿东西方向移动的船上作重力测量时，这一科氏项是要影响测量结果的。另外，在潮汐研究中，这一项也有意义）。

这样，只有两个科氏项被保留下来，一个在 x 分量的方程中，另一个在y分量的方程中。这两项的数值仅依赖于水平速度分量。

这两项可以合并成一个水平科氏加速度项$C_H = 2\Omega \sin\varphi (V_H \times K)$，其中$V_H = iu + fv$表示速度的水平分量。$C_H$的方向必须与$K$（垂直向上的单位向量）和$V_H$垂直，也就是说，$C_H$是水平的，与$V_H$成90°的交角，并且在北半球指向$\vec{V}_H$的右方，在南半球指向$\vec{V}_H$的左方。

为方便起见，常把因子 $2\Omega\sin\varphi$简写为f，所以，$2\Omega\sin\varphi \cdot u = fu$，$2\Omega\sin\varphi \cdot v = fv$。

为了估计C_H的量值，让我们来考虑 1 米·秒$^{-1}$（≈2节）的流速，此流速对于主要的大洋海流是典型的。和这种流速相应的C_H的数值，在$\varphi = 90°$（极地）处为$C_H = 1.5 \times 10^{-4}$米·秒$^{-2}$；在$\varphi = 45°$处为$C_H = 1 \times 10^{-4}$米·秒$^{-2}$，在$\varphi = 0°$（赤道）处为$C_H = 0$。这些量值是很小的。一个具有10^{-4}米/秒^{2}加速度的物体从静止开始运动，需要40个小时才能获得14米·秒$^{-1}$（≈50千米·小时$^{-1}$或30英里·小时$^{-1}$）的速度！也可以通过下面的另一种情况来了解这种量值的大小：设有一无摩擦的斜面，其斜度为$10^{-4}/9.8 \approx 10^{-5}$，或者说，每一千米水平距离下降一厘米，此斜面上的物体具有的加速度为10^{-4}米/秒^{2}。这一斜度与计算得到的平均海面斜度相同（计算时除去波面斜率）。

6.3.5 科氏力项——直观的推导

地球旋转会对地球附近物体的运动有所影响，为了对此

影响有一形象的了解，让我们来考虑如下的假想情况。设想一远程枪炮放置于北极，沿经线方向瞄准南方远处的一个固定于地球上的目标。在平面图上，发射的炮弹将在一个平面内飞行，这个平面相对于“固定的星球”是固定不动的，但是在炮弹的飞行过程中，由于地球的旋转，目标将向东偏移。在枪炮射手（他也是随着地球一起旋转）看来，炮弹是沿着曲线路径飞行的，并偏向瞄准方向的西方（即右方）（如果枪炮置于南极，则偏向瞄准方向的左方）。因为运动方向的改变表明存在加速度，所以地球上的观测者为了解释炮弹轨道的向右弯曲，他只好认为炮弹受到某种力的作用，而且这种力的方向与炮弹运动方向相垂直。这种力就是所谓“科氏力”。在这里我们加上“所谓”一词，这是因为科氏力并不是真正的力，而是为了对旋转参考系中的观测者看到的结果进行解释而虚构的一种力。如果从赤道上发射一发炮弹，发射方向位于赤道平面上，那么此炮弹将沿发射方向飞行，而不会偏左或偏右；这一点是很明显的。根据类似的讨论可知，对于在地球表面任意点（即不仅是两极的点）向正南或正北发射的炮弹，其飞行方向都会向右方弯曲（在北半球）或向左方弯曲（在南半球）。我们应该记住，当枪炮不是放置于极地点时，所发射的炮弹均具有东向的速度，这种速度与地球的旋转有关，而速度量值的大小取决于发射点的位置。

如果从极地与赤道之间的某一纬度上向东或向西发射一个物体，此物体也会向右（北半球）或向左（南半球）偏转，但是在这种情况下解释偏转的原因要困难一些。我们可以想象北半球某纬度φ处与地球表面相切的一个切平面。地球的角速度Ω（它是伪矢量）可以分解成铅直分量$\Omega\sin\varphi$和水

平分量$\Omega\cos\varphi$。让我们首先考虑铅直分量，此时切平面在空间以角速度$\Omega\sin\varphi$旋转，而且从上往下看时，其旋转方向在北半球为逆时针方向，在南半球为顺时针方向；对于固定于切平面上的观测者来说，沿任何方向发射的炮弹都将向右偏转（在北半球）或向左偏转（在南半球）。显然，这种向右或向左偏转的趋势在极地（即$\sin\varphi=\pm1$）最大。由于切平面具有$\Omega\sin\varphi$的角速度，所以运动方程中就出现量值为$2\Omega\sin\varphi\cdot u$和$2\Omega\sin\varphi\cdot v$的科氏力项。运动方程中的其他两个科氏力项是由切平面的水平角速度分量引起的；至于它们是如何引起的，我们不再叙述而留作练习读者自己考虑。

在上面的解释中，我们用发射体来代表运动的物体，因为发射体在飞行过程中明显地不是与固体地球连结在一起的。实际上，任何运动物体都要受到科氏"力"的作用，但是物体受到的其他力（例如道路对汽车轮的摩擦力）可以克服这种科氏力，使得物体在固定于地球上的坐标系中不致于作偏转运动。科氏"力"的量值是很小的，在日常生活中很难直接感受到这种力的存在（除非在旋转盘上做游戏的时候）。然而，对于海洋和大气来说，海水或空气受到的水平力也是很小的，所以科氏"力"就显得重要了。

在运动方程的各科氏项中，都有一个"2"的因子。下面的例子解释了出现因子"2"的原因。在平面图6.3中，AB表示原来瞄准目标的方向，它也代表炮弹在固定空间中的轨迹。经过时刻t之后，炮弹移动了距离$AB=Vt$，但于此期间目标也移动了距离$BB'=Vt(\Omega\sin\varphi)t$，视加速度应该等于视位移对时间的二阶导数，即

$$\frac{d^2}{dt^2}(\Omega\sin\varphi)Vt^2=2\Omega\sin\varphi\cdot V$$

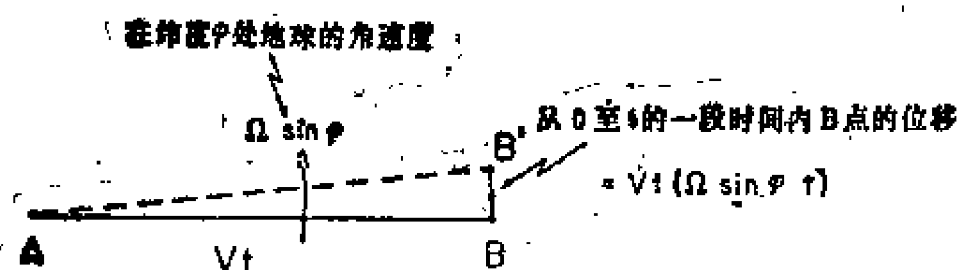


图 6.3 科氏力项(例如，$2\Omega\sin\varphi\cdot v$)中因子“2”出现原因的解释

6.3.6 其他加速度

本章运动方程中的最后一项F（单位质量上的力）使我们想到还有另外一些力应加以考虑，例如，月亮和太阳的引力，风和水之间的摩擦力等等。在第八章，我们将忽略这些复杂的因子，而只考虑假定$F=0$时方程的某些解。

在研究方程的这些解前，下一节将先讨论一下所要用的坐标系；在下一章将研究运动方程中各项的某些特征和量值。

6.4 坐标系

把矢量形式的运动方程（6.1）写成分量形式的运动方程（6.2）时，我们使用了直角坐标系或者说笛卡儿坐标系，因为在这样的坐标系下，分量方程具有非常简单的形式。矢量形式的运动方程（6.1），在任何坐标系下都是成立的，这一点也是使用矢量形式的方程的好处（我们可以在某个坐标系中导出某一方程，例如，在直角坐标系中导出压力方程，然后把这一方程变换成矢量形式，那么，变换后得到的矢量形式的方程，在任何坐标系下都适用。如果把这矢量形式的方程在一特定的坐标系（如球坐标系）下作适当的变换，使之用该坐标系的变量来写出这个方程，那么，便得到该坐标系下的相应方程）。

如果我们考虑的是全球范围内的海水运动，显然使用直角坐标系是不合适的，而必须使用球坐标系。地球不是精确的球体，如果通过两极作一个南-北向的截面，那么，此截面近似地为一椭圆，其椭率约为1/300[地球所以会有这样的形状，是因为地球引力加速度的一部分要用来提供向心加速度（$\Omega\times\Omega\times R$）的缘故]。但是使用球坐标系下的方程所引起的误差只有0.5％左右，这一误差可以忽略不计（Veronis，1973）。

在本书中，我们将完整地写出直角坐标系下的方程。这种形式的方程是最简单的，所以用它们来解释各种原理也最容易。另外，对于许多现象，这些方程的近似程度也是一致的。如果所研究现象涉及的水平范围不是很大，那么，我们可以在与球面相切的平面上来研究这种现象，并使用直角坐标系，这样引起的误差是可以忽略不计的。对于尺度很小（如100千米左右）的现象，这种切平面称为f平面；因为南北向距离很小，所以科氏参量f可取为常数，并取水域中心处的f值为代表值（在北冰洋，f接近于最大值，且变化缓慢，那么，可以令$f=$常数，并用直角坐标系或柱坐标系来研究问题，这种近似对面积相当大的区域上的许多现象都适用）。对于中纬度和赤道之间的、纬度ϕ可变化几十度的较大水域，这种切平面近似称为β平面近似。在这β平面上，可使用直角坐标系，但f值是随纬度变化的，并取为$f=f_0+\beta y$，其中f_0取为区域中间纬度上的f值，而$\beta=\dfrac{\partial f}{\partial y}$也取为区域中间纬度上的$\dfrac{\partial f}{\partial y}$值。量$\beta$表示科氏参量随纬度的变化。

第七章　运动方程中非线性项的作用和各项的量级

在讨论运动方程的某些特殊应用之前，在这一章中，我们首先研究一下运动方程中非线性项的作用，并对方程中各项的量级大小作一些估计。

7.1　运动方程中的非线性项

7.1.1　对于瞬时速度的摩擦项

考虑单位质量流体的运动方程（方程(6.2)）的x方向分量

$$\frac{du}{dt}=-\alpha\frac{\partial p}{\partial x}+2\Omega\sin\varphi\cdot v-2\Omega\cos\varphi\cdot w$$

$$+\text{摩擦力}+\text{引潮力}\tag{7.1}$$

利用牛顿万有引力定律可以写出引潮力，因此可以认为引潮力是已知的。尽管在流体力学发展的初期就研究了这个方程，但那时的注意力主要放在实验室内的流动上，在那些流动中引潮力是不重要的。在第十三章中我们将考虑引潮力的作用，而在此之前我们将忽略引潮力项。为了得到一个可求解的方程组，就需要有摩擦力项的表示式。为此我们考虑作用在流体元上的、与流体分子性质有关的力和流体内部的速度差。根据观测结果，牛顿假设：（切向）摩擦应力与速度切变的关系为（例如）$\tau_x=\mu\partial u/\partial y$，其中$\mu$是分子粘性系数，它是特定流体的一种性质。后来，大量事实证实了这个假设

对于层流流动是正确的。于是可以证明，单位质量流体所受到的x方向上的净摩擦力由下式给出

$$F_x=\nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)$$

这一项就是方程（7.1）中的分子摩擦力。量$\nu=\mu/\rho$是运动学分子粘性系数，$\nu=\nu$（s，t，p），对水来说，ν的典型值是10^{-6}米^2·秒$^{-1}$，它的变化范围是0.8×10^{-6}—1.8×10^{-6}米^2·秒$^{-1}$。这样，摩擦效应就可以用速度表示出来，并得到了封闭的方程组（即方程组的个数与未知量的个数相等），因此（8.2）式原则上是一个可解的方程组。

在推导F_x的上述表达式时，已经假定了流体是不可压缩的，并已忽略了形式为$(\partial\nu/\partial x)(\partial u/\partial x)$的项，因为在实际海洋中，这些项与保留下来的项相比为小量。这种形式的摩擦力项的推导是由Navier和Stokes完成的，因此含有这种摩擦力项的运动方程就称为奈维-斯托克斯（Navier-stokes）方程。推导的细节可在更高等的教科书（如流体力学引论，Batchlor，1967）中找到。这种推导在数学上是很直接的，虽然涉及的运算可能很复杂；但其复杂程度要看我们采用什么样的数学工具。作为一个例子，在第九章讨论风生环流时我们将对ν（$\partial^2u/\partial z^2$）这一项进行推导（见9.3节）。由分子粘性引起的、代表阻力的项已经被忽略。这一项对于我们将要研究的解是不重要的，但粘性的确可导致声波的衰减，因此当研究海中的声波时，须将阻碍压缩的项保留下来。

方程（7.1）适用于流体的瞬时速度，它可很好地近似描述象水这类流体的行为，也就是说，在测量误差范围内，它的解与一切实验结果相符。但实际海洋和大气的运动

动可能是湍流的（即随空间和时间的变化都很不规则），因此对它们精确地求解方程组可能是不现实的(起码,对边界条件和流体初始状态的细节就不可能有足够清楚的了解)。

7.1.2 非线性项引起的困难

(du/dt这一项表示流体元的加速度。它的具体表达式一般都以欧拉（Eulerian）形式写出（见附录1）。为了用运动方程来求解问题，我们必须用欧拉项的形式来写出$\frac{du}{dt}$(我们可以尝试把du/dt写为拉格朗日(Lagrangian)形式，但这样做更困难，而且也会出现与在欧拉方法中同样的问题)。在用欧拉项（速度是空间和时间的函数）来写出du/dt时，必须考虑到如下事实：当一个流体质点经过一段时间运动到另一点时，此流体质点的速度必然是与到达时刻和到达点的空间坐标相应的速度。

加速度这种形式的微商就称为全微商或个体微商；在附录1中将专门讨论全微商的问题。因此方程（7.1）变成

$$\frac{du}{dt}=\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}$$

$$=\text{方程(7.1)的右端项} \qquad (7.2)$$

其中$\frac{\partial u}{\partial t}$为随时间的局部变化率；$u\frac{\partial u}{\partial x}+V\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}$为由运动引起的对流变化率。

我们称对流项为“非线性项”，因为速度是以平方形式(例如$u(\partial u/\partial x)=(1/2)[\partial(u^2)/\partial x]$)或以速度分量与其他速度分量的微商的乘积[例如$v(\partial u/\partial x)$]的形式出现的。由于这些非线性项的存在，小扰动(变化)就可能会发展为很大的起伏变化，即可导致湍流的存在；每当非线性项与摩擦力项（它有消除速度差的趋势）相比足够大时，湍流现象就会发生。

7.1.3 尺度分析和雷诺数

上面说到非线性项与摩擦项相比很大，为了了解这个"大"的含义，让我们来考虑它们两者的比值 $(u\cdot\partial u/\partial x)/(\nu\cdot\partial^2 u/\partial x^2)$。如果我们取$u$和$\partial u$的量级都为$U$（$U$为某一特征速度的量值），取$\partial x$的量级为$L$（$L$为某一特征距离，在此距离上速度变化为$U$），那么上述比值的量级就是$(U^2/L)/(\nu U/L^2)=UL/\nu$，而$UL/\nu$就称为流体流动的雷诺数（$Re$）。它是运动方程中的非线性项（也称为惯性项）与摩擦力项比值的度量。

在流体力学中经常使用这种对方程各项作尺度分析或者说量级分析的方法，因为我们往往不能求解每一项都保留的方程组。通过这种尺度分析，会发现某些项可以被忽略，从而使问题得到简化。下面我们将分析所有的项，但这里我们希望利用雷诺数的例子来详细说明这种方法所涉及的假定和局限性。作为一个具体的流动例子，我们来研究圆管中的流动问题，这个问题是Osborne Reynolds研究过的。在这个例子中，圆管半径提供了一个长度尺度L，在这个长度L上，速度从管壁上的零变到中心线上的最大值。中心线上的流动速率U则提供了速度的量值。为了估计非线性项（速度乘以速度梯度）的大小，我们采用U^2/L。非线性项不一定确实就是这个值，其数值从流体的一部分到另一部分可以变化，但是如果我们已经适当地选择了各种尺度，非线性项就应该正比于U^2/L，而比例常数的量级为1（即在0.1到10之间）。同样地，$\nu(\partial^2 u/\partial x^2)$等项也应正比于$\nu U/L^2$。因此这个比值（即雷诺数）就给出了非线性项和摩擦力项相对重要性的估计。这是有限差分近似的又一个例子——只是在现在的情况中，近似程度有点过于粗糙。

这个无量纲数Re在决定流动特性方面是一个十分重要的量。的确可以证明，对于密度均匀的流体的无旋运动，方程组的解完全决定于边界的几何形状和雷诺数，（如果存在自由面，即非固体边界，那么还必须考虑称之为弗劳德（Froude）数的无量纲参数U^2/gL）尽管在特定情况下我们不一定能找到它的解但具有相同几何形状和相同雷诺数的流动称为是动力学相似的，也就是说，通过适当的比例换算之后，这些流动是相同的。作为一个具体例子，如果我们使管子直径增大一倍，同时调整单位时间内通过的总体流量以使速度减小一半，那么UL/ν就保持不变，因而这两个流动就可以看作是相似的。这样，人们就可以利用动力学相似来组织实验了。例如，如果我们想要确定在怎样的条件下管中的流动将从光滑的层流过渡到不规则的湍流，动力学相似性就告诉我们，对于给定几何形状的管子，过渡将在雷诺数为同一特定值时发生。这样一来，为了研究流态变化，我们只要改变流动的速率就行了，而不必去改变那些更不易改变的管子尺寸或粘性系数。如果雷诺数小于1000，则管中流动一定不是湍流。如果把管子入口做成光滑的喇叭形，并在流体进入管子之前，小心地尽量减小速度脉动，那么就有可能使管中的流动一直保持层流，直到Re高达 100 000。层流向湍流过渡的雷诺数数值的变化是由于几何形状的变化引起的，在这个例子中就是入口处的几何形状变化。雷诺数在增加到1000以前不会发生向湍流的过渡，这一事实说明，在雷诺数到达这个值以前，非线性项不起主要作用，在管道流动的情形中，向湍流的过渡发生之前，非线性项为零，但对于许多其他流动（例如绕物体的流动），尽管在雷诺数变得远大于1之前，湍流并不发生，但通常在$Re\approx 1$时，非线性项就开始对方

程的解进行修正了（对于假定非线性项为0时的解的修正）。一旦Re的值变得大于10^5—10^6（依赖于流场的几何形状），湍流就很可能发生，除非存在某些使流动趋于稳定化的因素，例如我们将在本章后面讨论的密度层化。

如果我们以墨西哥湾流作为海洋学的一个例子，$U \sim 1$米·秒$^{-1}$，$L \sim 100$千米$=10^5$米和$\nu \sim 10^{-6}$米·秒$^{-1}$，那么$Re \sim 10^{11}$，因此流动肯定是湍流的。

从这个例子我们可以得出结论，与分子摩擦效应比较起来，非线性效应是很强的。事实上，在开阔海洋中，我们可以忽略分子的摩擦力；只有在非常接近固体边界的地方和在消耗小尺度的湍流能量以避免湍流无限增长方面，分子摩擦才是重要的。也就是说，分子摩擦只对于低Re数的流动才是重要的，而这种低Re数是在低U值和（或）低L值时才发生的。

7.1.4 雷诺应力

尽管在海洋动力学的大多数方面可以忽略分子摩擦，但绝对不能认为因此就不存在阻止运动的力或不存在引起能量及其他特征量重新分布的力。当流体运动为湍流时，除了平均流动以外，它还具有迅速变化的速度分量，于是非线性项就会在运动方程中引起一些附加项，这些项在物理上具有摩擦力的性质。这些项以及热量守恒方程和盐量守恒方程（将在第十章讨论）中的类似项将引起动量、热量和盐量的重新分布，而且重新分布的速度要比纯分子过程相应的速度快。这些项就是所谓的雷诺应力（单位面积上的作用力）和雷诺通量（单位面积上的输运量），前者出现在湍流的平均运动方程（即雷诺方程，用首先导出此方程的科学家Osborne Reynolds的名字而命名）中，而后者则出现在热量和盐量的守恒

方程中。

7.2 平均流动方程

由于湍流运动的性质，求解详细的速度分布是不现实的，因此让我们来考虑写出平均运动方程组的可能性。我们采用在适当的时间间隔上的时间平均（这个时间间隔可以是几分钟到几个月，视所研究的现象而定）。按照Osborne Reynolde的作法（是他首先提出这种方法的），将变量u，v，w和p分为平均部分和脉动部分，例如$u=\overline{u}+u'$，其中字母上的一横表示取平均值，根据定义有$\overline{u'}=0$；然后将$\overline{u}+u'$等代入运动方程（7.2）并取平均。

首先考虑$\partial u/\partial t$的平均值：

$$\overline{\frac{\partial u}{\partial t}}=\frac{1}{T}\int_0^T\frac{\partial u}{\partial t}dt=\frac{[u(T)-u(O)]}{T}$$

式中 T为取平均用的周期，u的数值必须有某个上限，因为可用的能源是有限的，且摩擦损失（通常随u的增加而增加）总是会发生的，因此随着t的变大，$\overline{\frac{\partial u}{\partial t}}$这一项将变得可以忽略不计。

实际上，如果我们感兴趣的是由潮汐引起的变化或季节性变化，我们就需要考虑把速度分为随时间而变化的平均运动部分和脉动运动部分。图7.1说明我们怎样作到这一点(注意平均值与脉动值的划分并不总象图中表示的那样简单，但这并不影响这一节的一般结果；更详细的讨论将留给更深一些的教科书）。这样，在方程（7.2）的平均方程中，我们保留$\partial\overline{u}/\partial t$这一项，以便将来可以考虑它在平均流动的方程中有怎样的重要性。对于其他项，如果需要的话，可以交换取平均和求微分的次序。下面，让我们首先考虑方程(7.2)

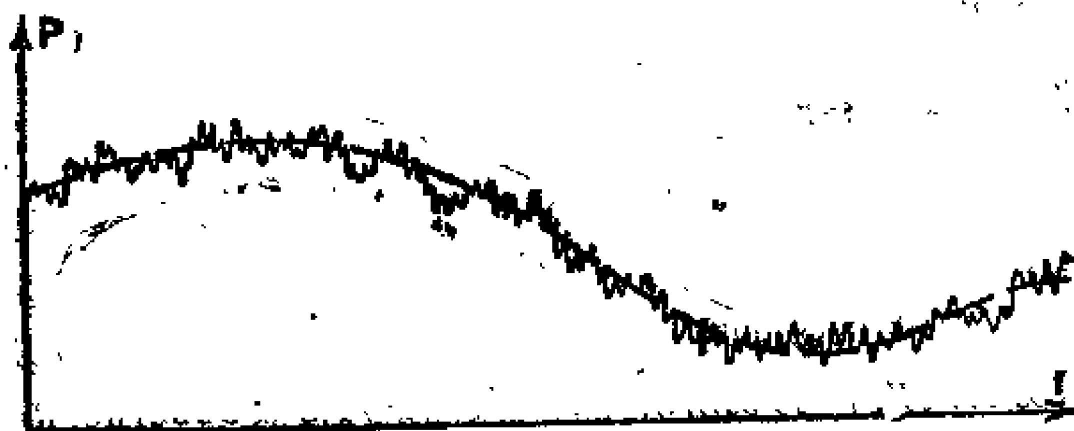


图 7.1 在一点上某一特征量P随时间的变化
实线代表作为时间t的函数的总量$P(t)$，虚线代表可能的平均值$\overline{P}$，而任一瞬时两者的差就是脉动部分P'

的右端项。

压力项变成

$$(\overline{\alpha+\alpha'})\frac{\partial(\overline{p}+p')}{\partial x}=\overline{\overline{\alpha}\frac{\partial\overline{p}}{\partial x}}+\overline{\overline{\alpha}\frac{\partial p'}{\partial x}}+\overline{\alpha'\frac{\partial\overline{p}}{\partial x}}$$

$$+\overline{\alpha'\frac{\partial p'}{\partial x}}$$

在右端第二项中，$\overline{\alpha}$已经是一个平均值，在平均过程中不会变化，又因为$\overline{p'}(=0)$是与x无关的，因此这一项是$\overline{\alpha}\,(\partial\overline{p'}/\partial x)=0$。同理第三项也为零。一般说来，任一个含有单一脉动量的项的平均值都必为零。如果脉动量α'和p'是相关的，则$\overline{\alpha'(\partial p'/\partial x)}$这一项可能不为零。（例如，在平均意义下，$\alpha'$与$(\partial p'/\partial x)$可以同号，或者异号(尽管不总是同号或异号)）。但是在海洋中，与$\overline{\alpha}$相比，α的变化是很小的，同时$\overline{\partial p'}/\partial x$的量级不会比$\overline{\partial p}/\partial x$的量级高，因此与$\overline{\alpha}(\partial\overline{p}/\partial x)$相比，$\overline{\alpha'(\partial p'/\partial x)}$可以忽略不计。

由于$\Omega\sin\varphi$在一指定位置上为一常量，且“和”的平均等

于平均的"和"，方程右边第一个科氏项为 $2\Omega\sin\varphi\overline{(v+v')}$ $=2\Omega\sin\varphi\ (\overline{v}+\overline{v'})$，现在 $\overline{v'}=0$，因此这个科氏项变成了 $2\Omega\sin\varphi\cdot\overline{v}$；同样地，在取平均时另一个科氏项变成了 $2\Omega\cos\varphi\cdot\overline{w}$。

在摩擦项（例如下式）中，我们有

$$\nu\frac{\partial^2\ \overline{(u+u')}}{\partial x^2}=\nu\left(\frac{\partial^2\overline{u}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\overline{u'}}{\partial x^2}\right)=\nu\frac{\partial^2\overline{u}}{\partial x^2}$$

这是由于处处有 $\overline{u'}=0$，因此它的空间导数必须为零。

于是，无论对于总的流动和平均流动，方程（7.2）右端所有的项都有相同的形式；这对于y方向和z方向方程中相应的项也同样成立。

现在来研究方程（7.2）左端的对流项。此时对流项变成

$$(\overline{u}+u')\frac{\partial(\overline{u}+u')}{\partial x}+(\overline{v}+v')\frac{\partial(\overline{u}+u')}{\partial y}$$

$$+(\overline{w}+w')\frac{\partial(\overline{u}+u')}{\partial z}$$

当我们对上式取平均时，如上所述，其中任何包含单一脉动量的项的平均都为零，因此对流项的平均值变成

$$\left(\overline{u}\frac{\partial\overline{u}}{\partial x}+\overline{v}\frac{\partial\overline{u}}{\partial y}+\overline{w}\frac{\partial\overline{u}}{\partial z}\right)+\left(\overline{u'\frac{\partial u'}{\partial x}}+\overline{v'\frac{\partial u'}{\partial y}}\right.$$

$$\left.+\overline{w'\frac{\partial u'}{\partial z}}\right)$$

前三项与 $\partial\overline{u}/\partial t$ 组合给出 $d\overline{u}/dt$，即给出平均速度（而不是总速度）的全微商，而留下后面三个包含脉动分量的项。

因此，把所有的项放在一起，便得到了$\overline{u}$的雷诺方程，它与方程（7.2）有相同的形式，不过其中以平均量代替了

总量，同时加上了上述包含脉动速度的三个新项。这些新项代表作用在平均运动上的速度脉动效应或“湍流”效应。应该注意，这些新项是由奈维-斯托克斯方程中的非线性项引起的。如前所述，方程的非线性性质、湍流存在的可能性以及作用在平均流动上的可能摩擦效应是彼此有关的。还要注意，因为我们没有在方程（6.1）和（6.2）中写出摩擦项的具体形式，因此方程（6.1）和（6.2）既适用于总速度，又适用于平均速度。

为了得到一个封闭的（即完整的）方程组，我们还必须写出摩擦力的具体表示式。用Navier-Stokes的方法得到了一个封闭的方程组，但这个方程组不能用于实际中的高雷诺数的湍流海洋运动。Reynold的方法指出了非线性项是如何产生出作用在平均流动上的湍流效应的，并用速度脉动给出了这些湍流效应的明显表达式。然而，方程组还是不封闭的，因为我们现在又增加了三个未知量u'，v'和w'。原则上，人们可以试图对这些湍流项进行观测。但实际上，即使在一个指定位置上也须克服很大困难才能作这种观测，要想在一个大区域上进行详细的观测几乎是不可能的。为了加深我们对湍流效应的理解，为了用平均流动的各种量和它们的梯度（即空间微商）将这些湍流效应加以“参数化”，就需要进行更多的观测（“参数化”的意思是把湍流的量用另一些量表示出来，这些量或者更容易观测，或者更容易从方程中计算出来；在上面所说的湍流项的情形中，这些量指平均速度和它们的梯度、密度分布或基于它的静力稳定性）。关于方程组的“封闭性”问题——使方程的个数与未知量的个数相等的问题，仍然是研究湍流流动的根本问题，也是一直没有得到普遍解决的问题。从奈维-斯托

克斯方程出发，有可能导出描述$\overline{u'u'}$，$\overline{u'v'}$，$\overline{v'w'}$等一类量行为的方程，根据这些方程就可以计算出上述的湍流项。可是这样导出的方程中含有脉动量三重乘积平均值的项，它们也是来自非线性项。同样可以得到表示上述三重乘积平均值的方程，但所得方程又含有脉动量的四重乘积平均值的项；如此下去直至无穷，未知量的个数总是多于方程的个数，因此我们必须利用观测知识和物理上的直觉知识来提供必要的附加方程。对于任何一种使方程组封闭的方案都要经过检验，看由此方案作出的预报与观测结果是否一致。下面我们将扼要地介绍一种最简单的封闭方案——与分子摩擦效应类比的方案。

7.2.1 雷诺应力和涡动粘性系数

除一些特殊情况外，我们将要讨论的类比关系（即通过引进数值上比分子粘性系数大得多的涡动粘性系数或湍流粘性系数来表示摩擦力项）并不能给出非常精确的结果。但如果能用这种类比法证明湍流摩擦效应很小，那么我们也许就可以求解忽略摩擦力项的方程组，并得到接近于实际的结果。还要注意到，在平均流动方程（雷诺方程）中，非线性项不可能占优势。流动状态转变为湍流之后，会发生动量的混合，并使平均流动的空间微商减小到这样的程度，以致使赖于平均流动的非线性项不占优势，也就是说非线性项不是方程中数值最大的项。因此，在最坏的情况下，平均流动方程也只可能是弱非线性的方程。只要我们能以合理的方式解决封闭性的问题，就有可能求解方程组。尽管有许多求解弱非线性方程的分析方法(即对解写出适当的数学表达式)，但如果有必要，也可在计算机上进行数值求解(见第十一章)。

首先我们要利用不可压缩流体体积连续方程$\partial u/\partial x+$

$\partial v/\partial y+\partial w/\partial z=0$ 来改写湍流项。对此连续方程取平均，就有$\partial \overline{u}/\partial x+\partial \overline{v}/\partial y+\partial \overline{w}/\partial z=0$。将原来的连续方程减去平均后的连续方程便得到$\partial u'/\partial x+\partial v'/\partial y+\partial w'/\partial z=0$，或缩写为$\nabla\cdot V'=0$。所以总速度、平均速度和脉动速度都满足体积连续方程。在雷诺方程的湍流项上，我们加上等于零的一项$u'(\nabla\cdot V')$，这样做只改变湍流项的数学形式而不改变它的数值。对于x方向上的分量，我们有

$$u'\frac{\partial u'}{\partial x}+v'\frac{\partial u'}{\partial y}+w'\frac{\partial u'}{\partial z}+u'\left(\frac{\partial u'}{\partial x}+\frac{\partial v'}{\partial y}+\frac{\partial w'}{\partial z}\right)$$

$$=\frac{\partial}{\partial x}u'u'+\frac{\partial}{\partial y}u'v'+\frac{\partial}{\partial z}u'w'$$

于是$\overline{u}$的方程变为

$$\frac{d\overline{u}}{dt}=-\overline{\alpha}\frac{\partial\overline{p}}{\partial x}+2\Omega\sin\varphi\cdot\overline{v}-2\Omega\cos\varphi\cdot\overline{w}$$
$$+\nu\left(\frac{\partial^2\overline{u}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\overline{u}}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\overline{u}}{\partial z^2}\right)-\frac{\partial}{\partial x}\overline{u'u'}-\frac{\partial}{\partial y}\overline{u'v'}$$
$$-\frac{\partial}{\partial z}\overline{u'w'} \qquad (7.3)$$

这就是x方向上的速度分量的雷诺方程。

上式中$\nu(\partial^2\overline{u}/\partial x^2)$这一类的项可以写成$\partial(\nu\cdot\partial\overline{u}/\partial x)/\partial x$[在作出$\nu$基本上为常数的假定之前，$\nu(\partial^2\overline{u}/\partial x^2)$这一项的本来形式就应该是$\partial(\nu\cdot\partial\overline{u}/\partial x)/\partial x$；不过，正如我们在9.3节要指出的，$\nu$确实近似地为常值]，而$\rho\nu(\partial\overline{u}/\partial x)$是由分子效应和$\overline{u}$在$x$方向上的梯度引起的$x$方向的应力（单位面积上的力），因此我们可以把$-\rho\overline{u'u'}$视为由湍流引起的应力。正是这些应力的微商引起作用在流体体积元上的净力（就象第6.3节指出过的压力的微商所起的作用一样）。分

子粘性应力和湍流应力的机理在性质上是相似的——分子效应是由分子的不规则运动和动量交换引起的，而湍流应力则是由流体微团的不规则运动并与周围流体交换动量所引起的。湍流应力的数值比分子粘性应力的数值大得多。因为流体微团不规则运动所移动的距离和流体微团包含的质量和分子的情形相比都要大得多。$-\rho\overline{u'u'}$，$-\rho\overline{u'v'}$，$-\rho\overline{u'w'}$（以及其他u'、v'和w'的二次积的平均值）这一类应力称为雷诺应力，这是为纪念首次导出它们的科学家Osborne Reynolds而命名的。仿照分子的情形，我们可以假定这些应力是通过某种“粘性系数”（涡动粘性系数或湍流粘性系数）与平均速度梯度相联系的，例如

$$-\overline{u'u'}=A_x\frac{\partial\overline{u}}{\partial x},\qquad -\overline{u'v'}=A_y\frac{\partial\overline{u}}{\partial y},$$

$$-\overline{u'w'}=A_z\frac{\partial\overline{u}}{\partial z}\tag{7.4}$$

与分子运动引起的粘性系数不同的是对于不同的方向采用不同的涡动粘性系数(A_x等)，因为它们可能是不同的（特别地，由于静力稳定性的影响，铅直方向和水平方向的涡动粘性系数是不相等的)。

上面讲的是定义涡动粘性系数的最简单的方式，但这个定义没有保持雷诺应力的对称性。例如，尽管$-\overline{v'u'}=A_x(\partial\overline{v}/\partial x)$应该和$-\overline{u'v'}=A_y(\partial\overline{u}/\partial y)$一样，但在我们上面的定义方式中，它们却不一定一样。通常，在$\partial\overline{v}/\partial x$和$\partial\overline{u}/\partial y$中有一项起主要作用，我们可以根据流动情况适当选择。这个问题是有可能回避的，但方程（7.4）〔以及方程（7.5）〕对于我们的目的而言是足够的。关于这个问题的进一步讨论，将留给更高级的教科书。

于是，象$-\partial(\overline{u'u'})/\partial x$这类的项就变成了$\partial[A_x(\partial\bar{u}/\partial x)]/\partial x$。通常都把$A_x$写在微分号外面，这样做的根据或者是（再一次与分子粘性系数类比）认为$(\partial A_x/\partial x)(\partial\bar{u}/\partial x)$这类的项不太重要，或者是认为这种类比是粗糙的（的确如此），因此进一步的这种假定并不比最初的假定更坏（最初的假定可能对，也可能不对，需视具体情况而定）。由于相对于其他项忽略了A的空间变化，x方向的湍流摩擦项就变成了

$$A_x\frac{\partial^2\bar{u}}{\partial x^2}+A_y\frac{\partial^2\bar{u}}{\partial y^2}+A_z\frac{\partial^2\bar{u}}{\partial z^2} \tag{7.5}$$

式中 A_x，A_y和A_z 称为涡动粘性系数。注意，正象ν那样，它们也是运动学粘性系数（量纲为$[L^2T^{-1}]$，单位为米^2·秒$^{-1}$），且表达式(7.5)中各项的量纲为力·质量$^{-1}$，即为加速度的量纲。将A乘以ρ，便得到动力学粘性系数，再乘以$\partial^2u/\partial x^2$就给出作用在单位体积上的力。在CGS单位制中，当$\rho\sim1$克·厘米$^{-3}$时，动力学粘性系数和运动学粘性系数大体有相同的数值，但在国际单位制（SI）中，因为$\rho\sim1000$千克·米$^{-3}$，因此这两者的数值不相等。[在文献中，符号A(或表示粘性系数的其他符号)有时用来表示运动学粘性系数，有时又用来表示动力学粘性系数，因此在取值时要特别小心；在本书中A总是用来表示运动学粘性系数的。]

与分子粘性系数不同，对于特定的流体和特定的温度、盐度和压力，涡动粘性系数也不是常量，而是随所研究的流动状态的不同而变化的。所以说涡动粘性系数不是“流体”的性质，而是“流动”的性质！涡动粘性系数的数值可高达分子运动学粘性系数数值的10^{11}倍。为了把A_x等涡动粘性系数通过平均速度及它们的微商表示出来，已经作了很多努

力，但至今还没有得到普遍可用的结果。因此必须记住：在我们对流体的湍流运动特征有足够清楚的了解以致能把湍流粘性项更精确地表示出来以前，上述形式的涡动粘性项就只能是表示湍流效应的过渡办法。

在某些情况下，涡动粘性方法的确给出很好的结果。例如在离地面几十米范围内的大气边界层中就是这样。在这层中A_z随z线性地变化，且采用涡动粘性系数形式的摩擦力项的方程组（它与对于海洋的方程组一样）的解与观测结果非常符合。据推测，可以用同样的方法来处理海底附近的流动，但在海洋的这个部分，关于流动的观测资料是很有限的。

当我们引进涡动粘性系数（包括分子粘性系数在内）时，x和y方向的运动方程为

$$\frac{du}{dt}=\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}$$

$$=-\alpha\frac{\partial p}{\partial x}+fv-2\Omega\cos\phi\cdot w+A_x\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+A_y\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$+A_z\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (7.6x)$$

$$\frac{dv}{dt}=\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}$$

$$=-\alpha\frac{\partial p}{\partial y}-fu\qquad+A_x\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+A_y\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}$$

$$+A_z\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad (7.6y)$$

其中u，v，w，α和p都是平均量，为简单起见，已经省略了字母上面的一横（除非特别说明，从现在起我们将讨论的是平均运动方程）。

7.3 运动方程的尺度分析，罗斯贝数，埃克曼数

(7.6) 形式的运动方程和相应的z方向的方程（下面将给出）是非常复杂的和非线性的（尽管通常只是弱非线性的），通常是不能明显求得其解的。但是不必失望地放弃对这些方程的数学处理，让我们来对各项的大小作一粗略的估计，这样就有可能在一开始就忽略其中的某些项，而使剩下的方程仍能表示海洋中的物理实质并能描述实际的运动（即使这种描述只是近似的）。以后，我们可以重新引进某些被忽略了的项，从而得到运动的更精确的数学描述。

我们要作的事情是参考描述性海洋学的知识来找出方程(7.6) 各项的可能数值，以便决定在具体情况下哪些项是最重要的。

首先来考虑远离强海流区（如墨西哥湾流或黑潮）且远离海面（在海面附近风的摩擦影响是很重要的）的海洋主体，然后再回来讨论强海流区域和表面附近的区域。

太平洋的宽度粗略地说约为12 000千米，而大西洋的宽度约为6000千米，因此我们取1000千米 = 10^6米的水平长度尺度（L）作为海洋环流大尺度特征的特征长度。特征水平速度（U）的量级为0.1米·秒$^{-1}$。此外，我们取铅直特征长度（H）为10^3米，它反映了总水深（世界海洋水深平均值≅4000米）的量价。

首先，我们利用连续性方程来估计特征铅直速度(W)：

$$\frac{\partial w}{\partial z} = -\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)$$

上式各项的量级为

$$\frac{W}{H} \approx \frac{U}{L}$$

即

$$W \approx \frac{U \cdot H}{L} \approx \frac{10^{-1} \times 10^{3}}{10^{5}} \approx 10^{-3}\text{ms}^{-1}$$

我们取10天≃10^6秒作为特征时间尺度(T)，暂时认为较短周期的运动为湍流分量。在纬度$\varphi = 45°$处，科氏参量为$2\Omega\sin 45° = 2\Omega\cos 45° = 2 \times 7.3 \times 10^{-5} \times 0.71 \approx 10^{-4}$秒$^{-1}$，而$g \simeq 10$米·秒$^{-2}$。对于压力项，$\alpha \approx 10^{-3}$米^3·千克$^{-1}$，且根据流体静力学方程，对于$z = -10^3$米有$p \simeq 10^4$千帕 $= 10^7$帕。

A_x和A_y的估计值从10米^2·秒$^{-1}$变到10^5米^2·秒$^{-1}$，因此我们将采用10^5米^2·秒$^{-1}$。至于A_z，估计值的范围为10^{-5}—10^{-1}米^2·秒$^{-1}$，因此我们将采用10^{-1}米^2·秒$^{-1}$。由于对A_x，A_y和A_z都用了最大值，所以我们得到的摩擦力项应该是其数值的上限。

由此可见，这些涡动粘性系数的估计值的变化范围很大。一部分原因是由于这些涡动粘性系数是流动的性质而不是流体的性质，另一部分原因是得到它们的方法不同。例如通过测量或估计方程中其他重要的项，我们可以得到摩擦力项，然后根据A_x = 摩擦力/（$\partial^2 u/\partial x^2$）计算出涡动粘性系数。另一种办法是，我们可以调整方程解（分析解或数值解）中的涡动粘性系数，使调整后的解与观测值尽可能地吻合。一种简单而粗糙的方法（在乘数因子100的精度范围内可能是很好的）是利用前一节指出的事实：非线性项与湍流摩擦项的数值大体同阶，于是

$$\frac{U^2}{L} \approx A_x \frac{U}{L^2} \approx A_y \frac{U}{L^2} \approx A_z \frac{U}{H^2}$$

或

$$A_x \approx UL \quad \text{和} \quad A_z \approx \frac{H^2}{L^2} A_x$$

这样，$H/L\approx10^{-3}$，所以$A_z\approx10^{-6}A_x$，这与前面给出的估计相同。造成$A_z\ll A_x$（或A_y）这个事实的一部分原因是由于流体层化引起的静力稳定性。流体的层化可以阻止铅直的湍流输运，同时又有助于使流动几乎是水平的。另一部分原因则是由于：$H/L\approx10^{-3}$ 强迫力有很大的水下面的说法平尺度；旋转效应（科氏力项）是重要的。注意$A_x\simeq UL$与是等价的："基于涡动粘性系数的雷诺数的量阶为1"。利用下面的说法$U=0.1$米·秒$^{-1}$和$L=10^6$，可得到$A_x\approx10^5$米^2·秒$^{-1}$米，$A_y\approx10^6$米^2·秒$^{-1}$，此值为各种估计值的上限。有可能会出现较低的A_x值或A_y值，因为相应于这些系数的流动尺度可能较小（较小的L或U）或者用涡动粘性系数表示的雷诺数的数值可能大于1。

相应于（7.6）式的铅直方向的运动方程为

$$\frac{dw}{dt}=\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}$$

$$=-\alpha\frac{\partial p}{\partial z}+2\Omega\cos\phi\cdot u-g+A_x\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

$$+A_y\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+A_z\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \tag{7.7}$$

上式各项的尺度大小如下：

$$\frac{W}{T}+\frac{UW}{L}+\frac{VW}{L}+\frac{W^2}{H}$$

$$=\alpha\frac{10^7}{H}+2\Omega\cos\phi\cdot U-g+10^5\frac{W}{L^2}$$

$$+10^6\frac{W}{L^2}+10^{-1}\frac{W}{H^2}$$

即

$$10^{-10}+10^{-14}+10^{-11}+10^{-11}$$
$$=+10+10^{-5}-10+10^{-11}+10^{-11}+10^{-11}$$

在这个方程中，所有的项都比压力项和g小得多，因此可以忽略除这两项以外的所有其他项，从而得到流体静力学方程（推导见附录1），即

$$\alpha\frac{\partial p}{\partial z}=-g \quad 或 \quad dp=-\rho g dz \qquad (7.8)$$

即使海水以典型的速度运动，即使把外海涡动粘性系数的最大观测值选作方程（7.7）中的涡动粘性系数值，在10^{-6}的精度范围内，（7.8）式也是正确的[作为一个练习，请读者证明：即使在流速较大的海流中，例如墨西哥湾流（它的最大速度约为3米秒$^{-1}$，湾流宽度～100千米），流体静力学方程仍然成立]。

应该注意，由于铅直流速W是根据连续方程由水平速度算得的，所以方程（7.7)中的三个非线性项具有相同的量阶值。另外，由于H，L，A_x和A_z的数值选择方式，方程（7.7）中的三个摩擦力项都具有同样（小）的量阶。这一结果对x分量和y分量的方程也成立。因此，在估计非线性项和摩擦力项时，只要研究其中的一个非线性项和一个摩擦力项就可以了。

现在来看两个水平分量方程中的一个：

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+\cdots=-\alpha\frac{\partial p}{\partial x}+fv-2\Omega\cos\phi\cdot w+A_x\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\cdots$$

上式各项的量阶大小为

$$\frac{U}{T}+\frac{U^2}{L}+\cdots=-\alpha\frac{\partial p}{\partial x}+fU-10^{-4}\cdot W$$

$$+\ 10^5\frac{U^2}{L^2}+\cdots$$

或：

$$10^{-7}+10^{-8}+\cdots=?\ +10^{-5}-10^{-8}+10^{-8}+\cdots$$

或相对地有：

$$10^{-2}+10^{-3}+\cdots=?\ +1\ -10^{-3}10^{-6}+\cdots$$

在上面，压力项一直用问号来表示，因为我们没有$\partial p/\partial x$的直接测量值。但是我们看到，为了使方程平衡，它与科氏力项（fv）必须有同样的量阶。在其余的项中，局部加速度项$\partial u/\partial t$最大，但是对于量阶为10天的特征时间，它也大约只有科氏项的1%，而对更长的特征时间则更小。因为w的值特别小，所以第二个科氏力项（$2\Omega\cos\phi\cdot w$）是小量。平均运动的非线性项是可忽略的小量，在水体内部的摩擦力项也是小量。因此，在1%的相对精度范围内我们有：

$$0=-\alpha\frac{\partial p}{\partial x}+fv$$ （对离开赤道几度或更远的海洋内

$$0=-\alpha\frac{\partial p}{\partial y}-fu$$ 部成立）　　(7.9)

$$0=-\alpha\frac{\partial p}{\partial z}-g$$

这些方程描述了海洋中水平压力分布和水平速度分量之间的关系；压力分布依赖于深度和密度(ρ)的分布（$\alpha=1/\rho$），而密度分布又依赖于盐度、温度及压力的分布。原则上，如果我们观测到了海洋中作为水深函数的盐度和温度，我们就可以根据(7.9)式中z方向上的方程计算出压强p，并利用此压强p由x方向和y方向上的方程求得u和v。另方面，

对于理论研究我们可以把温度和盐度作为未知量，引进状态方程$\alpha=\alpha(t, s, p)$（前面已提到它可根据海水性质的实验室研究结果给出），再与热、盐守恒方程一起求解联立方程组（总共有七个方程）。关于这种方法我们将在第十章中进行讨论。

如果我们将方程组(7.9)的第一个方程对y求导数，把第二个方程对x求导数，然后相减便得到

$$-\alpha\frac{\partial^2 p}{\alpha y\partial x}+f\frac{\partial v}{\partial y}+v\frac{\partial f}{\partial y}+\alpha\frac{\partial^2 p}{\partial x\partial y}+f\frac{\partial u}{\partial x}=0$$

但是

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=-\frac{\partial w}{\partial z}$$

对于一个象p这类有实际物理意义的物理量有

$$\frac{\partial^2 p}{\partial y\partial x}=\frac{\partial^2 p}{\partial x\partial y}.$$

于是

$$v\frac{\partial f}{\partial y}=f\frac{\partial w}{\partial z}$$

因为$dy=Rd\varphi$，其中R是地球半径（≈6000千米），所以

$$\frac{\partial f}{\partial y}=\frac{\partial(2\Omega\sin\phi)}{R\partial\varphi}=\frac{2\Omega\cos\phi}{R}$$

对于$\phi\approx45^\circ$，$\sin\varphi=\cos\phi$，因而$W=UH/R$，取H为总深度时，$W\approx10^{-3}U$。对于$\varphi=5^\circ$和$H=5000$米，这种尺度分析给出$W\approx10^{-2}U$。因此即使水平尺度远小于我们以前选的$L=1000$千米，对于科氏力项很大的流动基本上也都是水平的（$\because W\ll U$）。

因此，海洋区域内部的流动是由可解的简单方程组所描述的，因为对于这些区域的流动，非线性效应可以忽略

不计。但是这组简单的方程并不能给我们以完整的描述，因为对于海洋内部的边界条件依赖于风摩擦力起作用的表面层。同时还依赖于动力学关系更复杂的侧向边界层（例如墨西哥湾流）。内部区域的完全解要求外部区域的解，因此这个问题并没有完全解决。不过我们可以暂时不管边界条件的问题，而利用这组简单的方程来求出许多关于海洋内部的运动情况。

在下一章，我们将研究一种简单情况，其中没有真实的力——即只有科氏效应给出的加速度。在这种情况下，我们要研究线性尺度较小的现象，因为，如果有

加速度＝科氏加速度

则 $U^2/L \approx fU$ 或$L \approx U/f$

对于$U=0.1$米·秒$^{-1}$，$f \approx 10^{-4}$，则有$L \approx 10^3$米或1千米。在这个例子中，我们利用了方程中各项之间的可能平衡来决定必须选取的长度尺度，这是应用尺度分析方法的另一种方式。

在对海洋内部的大尺度流动作尺度分析时我们发现，非线性效应和摩擦效应都是很小的。在其他区域里，这两种效应可能比较重要。我们还发现，对于几乎所有的大尺度流动现象，科氏力项都占支配地位，也就是说，科氏力项都是重要的。

为了便于将其他区域中的流动型式进行分类，我们来考虑非线性项与科氏力项之间的比值以及摩擦力项与科氏力项之间的比值。

$$\frac{\text{非线性项}}{\text{科氏力项}} = \frac{U^2}{L} \frac{1}{f_0 U} = \frac{U}{f_0 L} = R_0$$

式中 f_0是所考虑区域内的f的特征值，比值R_0称为罗斯贝

数。第二个无量纲比值是

$$\frac{\text{摩擦力项}}{\text{科氏力项}}=A_x\frac{U}{L^2}\frac{1}{f_0U}=\frac{A_x}{f_0L^2}=E_x$$

或
$$=\frac{A_y}{f_0L^2}=E_y$$

或
$$=\frac{A_z}{f_0H^2}=E_z$$

E_x，E_y和E_z都称为埃克曼数，例如E_z是铅直埃克曼数，因为它依赖于涉及对铅直坐标空间导数的摩擦力项（这一项常简称为"铅直摩擦力项"）。同样地，E_x和E_y是水平埃克曼数。在海洋内部，$E_x\sim E_y$，所以常采用符号E_H来表示水平埃克曼数。对于大洋内部，$R_0\leqslant10^{-3}$，$E_z\sim E_H\leqslant10^{-3}$。在其他区域，它们可能不会这么小，但对于大尺度环流，其上限的量阶为1。

7.4 动力学稳定性

当流动变得不稳定以致可能崩溃为不规则的小尺度运动时，这种小尺度引起的摩擦效应比流体分子性质引起的摩擦效应大得多。什么因素决定着流体运动的不稳定性呢？我们已经指出，这种效应似乎会发生在海洋中，因为在海洋中出现的由涡动粘性系数所定量决定的摩擦效应是远大于分子摩擦效应的。水平涡动粘性系数的值是分子粘性系数值的10^7至10^{11}倍，而铅直涡动粘性系数的值则是分子粘性系数值的10至10^5倍。

首先考虑不旋转的流体，因此科氏力可以忽略不计。假设整个流体有均匀不变的密度，因此密度对空间坐标的导数处处为零。这是一个要求流体完全不可压缩的理想化的例

子，这种情形常常被采用而不作进一步说明。不过很容易作出具有相同性质的实际例子。取盐度和位势温度在整个流体区域中处处为常量。此时静力稳定性是中性的——即没有阻止铅直运动的浮力，或者说移动后的水体与周围的水有同样的密度。在这个实际例子中，盐度是处处均匀的，可是温度和密度都随深度的增加而增加，因而不是均匀的。然而，这种实际流体的情形与常密度、完全不可压缩的理想情形有完全相同的行为，因此理想情形的结果是有实际价值的。

对于这种简单的情形，正是非线性项与分子摩擦项的比值，即雷诺数，决定着动力学稳定性。如果$Re>10^6$，就很可能发生湍流。假定$U=0.01$米•秒$^{-1}$（这是一个比较小的速度），取$\nu\approx10^{-6}$米^2•秒$^{-1}$，那么使$Re=10^6$的特征长度就是$L=100$米。因为这个长度与海洋盆地的大小相比是很小的，所以在海洋中很可能到处都发生湍流流动。然而，即使在这种简单的情形中，对于湍流的发生来说，仅仅雷诺数很大还是不充分的。为了使小的速度变化（也称为“小扰动”）能发展起来，还必须有能量来源。除非存在流动梯度，否则就不会有能源。于是，如果流动速度非常均匀，那么流场中就不存在能源，此时分子粘性就会消耗掉小扰动的能量而使其衰减。当然，海洋是有界的，且固体边界处速度为零，因此只要有流动就会有速度梯度，从而湍流就有可能发生。在海面上，风的作用将引起速度梯度和湍流。

另一种可能性是：虽然雷诺数很大且存在速度梯度，但对某种形式的特殊流动，非线性项很小，因而不发生湍流。表面波就是这某些种情况。尽管雷诺数很容易达到10^7或更高，但因它们是弱非线性的，所以在波发生破碎以前都不出现湍流。如我们将在第十二章中所讨论的，虽然表面波的非线

性效应很小，但不能完全忽略不计。

7.4.1 密度变化对动力学稳定性的影响

当流体中出现密度变化时，这种密度变化可以使力学效应增强或减弱。静力学稳定性就是这种效应的一种度量。如果静力学稳定性是负的（不稳定），则速度脉动的铅直分量得到加强；如果是正的（稳定），则速度脉动的铅直分量将被削弱。如果湍流持续发生，它就会使流体发生混合，也就是说，使密度在铅直方向上更加均匀。在混合过程中，轻的流体向下混合而重的流体向上混合，从而使流体重心升高并使重力势能增加。这种势能的增加是由湍流动能转换来的，而湍流动能通常又是从平均流动的动能中得来的。湍流还通过分子的粘性效应将一部分能量转换为热（内能）。如果湍流损失能量的速率超过得到能量的速率，湍流就会消失。实际上，如果有足够的静力稳定性，那么含有铅直脉动速度分量的湍流将是不可能发生的。

如何建立判断静力稳定性与非线性效应引起的不稳定性两者之间相对重要性的判据呢？如前面已提到的，湍流的产生要求有一速度梯度。首先考虑$v=w=0$，且u只随z而不随x和y变化的情况。于是唯一可能的速度梯度就是$\partial u/\partial z$，我们要把它与静力稳定性进行比较。是否可能产生湍流与$\partial u/\partial z$的符号无关，只要从一层到另一层，u或者增加，或者减小——即只要求它变化，就有可能出现动力不稳定性，因此我们把$(\partial u/\partial z)^2$作为湍流形成的强度指标。静力稳定性的量度是布伦特-维萨拉(Bruot-Väisälä)频率N，它由$N^2=gE$给出[见方程(5.11)]。因此力学效应与密度效应的相对重要性的量度就是无量纲理查森（Richardson）数$Ri=N^2/(\partial u/\partial z)^2$，这个数是用引进它的人的名字命名的（有时也

称这个数为梯度理查森数，因为它依赖于平均量的梯度；有可能定义一个稍微有点不同的、依赖于湍流本身的理查森数，但这种推广已经超出了本书的范围）。如果$\partial v/\partial z \neq 0$，则在理查森数中就应该用$\partial V_H/\partial z$来代替$\partial u/\partial z$。

如果$Ri<0$，密度变化要使湍流增强；如果$Ri>0$，密度变化要使湍流削弱，如果只有V_H的铅直变化，且Ri变得足够大，则湍流是不可能存在的——因为密度分布的稳定效应克服了非线性项引起的潜在不稳定性。Miles（1961）指出，假定在平均流上有小扰动（脉动），且如果在流动中处处都有$Ri \geq 1/4$，则分层剪切流动是稳定的。关于这个定理的证明以及实验室的实验结果可以在Le Blond和Mysak（1978）的著作《海洋波动》（Waves in the Ocean）中找到。如果有大的扰动发生，这个“临界”理查森数可能就不对了。用实验方法确定海洋中的“临界”理查森数是十分困难的，因为Ri很难测量，同时还必须确定湍流开始发生的时刻，以及考虑不可能完全消除的速度水平梯度（对x，y的导数）的效应。从经验（实验）看来，当Ri数大于1/4左右时，铅直的速度梯度（即$\partial u/\partial z$或$\partial v/\partial z$）不可能引起湍流。当然，如果水平速度梯度存在，即使Ri远大于阻碍铅直脉动分量的临界值，基本上水平的速度脉动也可得到发展。墨西哥湾流流径的弯曲就是一个例子，即使Ri可能显著地大于临界值，这种流径的弯曲也可能发生。

注意，主要发生在铅直方向上的密度变化对平均流动的作用是间接的。这种密度变化对湍流的作用是改变铅直涡动粘性系数（以及类似的热湍流输运系数和盐湍流输运系数）。其原因是密度的变化很小（无论是脉动值还是平均值）。事实上，密度变化对平均流动没有明显的影响——在平均运动的

方程中既没有平均密度（或比容）微商的项，也没有密度（或比容）脉动量的项。因为这些脉动量是很小的，所以在推导平均运动的雷诺方程时，例如在x方向分量的方程(7.3)中，忽略了，象$\alpha'(\partial p'/\partial x)$这类包含它们的项的项。这种近似与所谓布兹涅斯克（Boussinesq）近似一致。Boussinesq说，如果密度变化非常小，对于一阶近似来说，我们可以忽略它们对流体质量（惯性）的影响，但必须保留它们对重量的影响。也就是说，对于给定的力，由于质量随密度的变化（如果采用和α在整个海洋上的平均值，这种质量变化最多为3％），我们必须考虑浮力效应，但可忽略水平加速度的变化。因此在水平的动量方程（x方向和y方向的）中，我们可以使用所考虑区域上的平均密度，但在z方向的方程（它已简化为流体静力学方程）中，在计算压力场时，就必须采用实际的现场密度值。

7.5 旋转效应

在非旋转流体中，必须考虑雷诺数和理查森数。即使足够大的Ri数也会限制铅直速度分量的脉动，但只要雷诺数足够大，流动就一定是湍流的，至少在水平方向上是这样。一旦雷诺数大到足以发生湍流，它的数值对于平均流动就不那么直接重要了。此时，雷诺数的值就决定了这样一个尺度：在此尺度上分子粘性效应对于湍流本身变得很重要，并能阻止较小尺度脉动的发展。

旋转提供了另外一种可能性，即科氏力项可能影响运动。对于海洋和大气，与非线性项和摩擦项相比，科氏力项显得更重要，并常常占主导地位。此时罗斯贝数和埃克曼数就分别决定了平均流动的非线性效应和摩擦（通常为湍流摩

擦）效应与科氏力效应的相对重要性。当基于分子摩擦的雷诺数不重要时，由基于涡动粘性系数的雷诺数所度量的平均流的非线性项与湍流摩擦项之比仍然是一个重要的参数。另外，科氏力项的支配地位迫使平均流动几乎是水平的，正如很强的稳定性的作用一样，科氏力项的这种作用使得与它有关的任何湍流都基本上是水平的（即基本上是二维的，而不象非旋转均匀流体情形那样呈现出三维的湍流）。

我们已经讨论了运动方程中的非线性项、摩擦力项和旋转项的重要性，下面我们将研究运动方程〔见方程(7.9)〕的一种简单近似：在这种近似中，罗斯贝数和埃克曼数都很小，以致对于平均流动来说，湍流摩擦（总流动中的非线性效应）和涉及平均速度分量的非线性项（除了第一个惯性运动的例子以外）都可以忽略不计。

第八章　无摩擦时的海流：地转流

在这一章，我们将讨论从简化的运动方程中推演出的某些运动特性，在此我们作出如下的假定：（1）运动方程组（6.1）或（6.2）中的F项（即摩擦力、月球和太阳的引力等等）为零；（2）运动是定常的，即任一点上的速度都不随时间而变（即$\partial u/\partial t=\partial v/\partial t=\partial w/\partial t=0$）；（3）除了惯性振动的例子以外，对流加速度项可以忽略不计。在上一章已经说明，对于海洋内部的大尺度平均环流，这些近似是正确的。

8.1　流体静力学平衡

作为讨论运动流体的第一步，我们首先来研究静止流体。假定（1）$u=v=w=0$，即流体是静止的；（2）所有F项均为零。于是根据方程（6.2），我们有

$$\alpha\frac{\partial p}{\partial x}=0,\quad \alpha\frac{\partial p}{\partial y}=0,\quad \alpha\frac{\partial p}{\partial z}=-g \tag{8.1}$$

前面两个方程意味着等压（常压力）面是水平的。即不存在水平压强梯度力。事实上，在这种情况下根本没有引起水平运动的任何力。第三个方程可以写成

$$dp = -\rho g dz \tag{8.2}$$

它是微分形式的流体静力学（压力）方程，也就是说，这个方程给出密度为ρ、厚度为dz的薄层流体引起的压力dp。如果ρ是常量（与深度无关），此方程就变成$p=-\rho gz$。这并不是什么令人激动的结果——实际上它不过证实了这样的事实，当流体静止时，运动方程的确可给出前面已知的答案（正如附录1中的第一条原理所证明的）。如我们在7.3节曾指出的：即使对于具有典型海水速度的流动，这个方程也仍是一个极好的近似。

方程右端存在负号，其原因是坐标原点取在海面上，且z轴向上为正。往上（到大气里）的测量结果，例如可以说"杆顶在正十米处"；往下（到海水里）的测量结果，例如可以说"鱼在深度为50米处"，也就是在$z=-50$米处。在50米深度处的海水压力为（取$\rho=1025$千克·米$^{-3}$）

$$\begin{aligned} p_{50} &= -[1025 \times 9.8 \times (-50)] \\ &= +5.02 \times 10^5 \text{帕} = +502 \text{千帕} \end{aligned}$$

深度每增加1米，压力就增加10千帕左右。

8.2 惯性流动

首先我们假设（1）$\partial p/\partial x = \partial p/\partial y = 0$（即海面无坡度，且流体内部所有的等压面也都是水平的，而后我们将研究这些项不为零的情况）；（2）如前所述，我们可以忽略F项；（3）$w=0$（即只有水平运动）。于是x方向和y方向的运动方程就变为

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} &= 2\Omega \sin\phi \cdot v \\ \frac{dv}{dt} &= -2\Omega \sin\phi \cdot u \end{aligned} \tag{8.3}$$

方程组（8.3）有以下的解：

$$u = V_H \sin(2\Omega \sin\phi \cdot t)$$
$$v = V_H \cos(2\Omega \sin\phi t) \qquad (8.4)$$

其中，$V^2_H = u^2 + v^2$，t表示时间。这组解是北半球物体以常线速度V_H和常角速度$2\Omega \sin\phi$沿顺时针方向作水平圆周运动的轨迹方程。如果圆周半径是B，则$V^2_H/B = 2\Omega\sin\phi \cdot V_H$，即向心加速度$V^2_H/B$是由科氏加速度$2\Omega\sin\phi \cdot V_H$提供的（图8.1），从物理角度上看，当风沿某一方向定常地吹了一段时间之后，海水将获得速度V_H，如果风突然停止吹送，运动便将无摩擦（对于一阶近似来说）地继续下去，此时有可能产生上述的运动；由于海水是在惯性（更确切地说是动量）作用下而运动的，因此称为"惯性运动"。在海流计的记录中，常常存在惯性周期的流动变化分量，分量的振幅依赖于激发力的强度，而且当激发力的作用停止之后，由于摩擦的影响，此分量的振幅还会衰减。

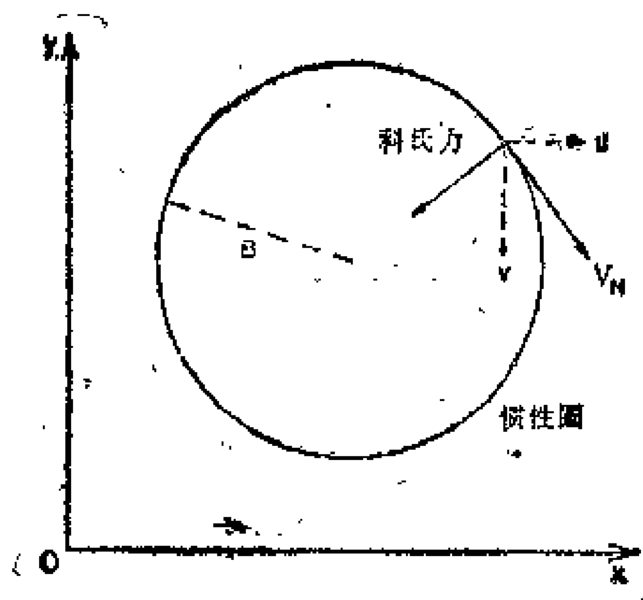


图 8.1 科氏力与惯性运动速度的关系（北半球）

注意方程（8.3)是非线性的，但它的确有解，这组解就是式（8.4)，因此非线性方程组有时是可以明显地解出来的。不过还要注意，如果我们把这个方程组看作是对某一流体微团的拉格朗日方程组，那么它就是线性的，[※]由于假定了拉格朗日方程中的非线性项（摩擦)很小，这就使得它易于求解。

在纬度$\phi=45°$处，若速度为$V_H=0.1$米·秒$^{-1}$，则$B\approx1$千米。若$V_H=1$米·秒$^{-1}$，则$B\approx10$千米。其旋转周期为

$$\frac{2\pi}{\text{角速度}}=\frac{2\pi}{2\Omega\sin\phi}=\frac{1}{2}\frac{\text{一个恒星日}}{\sin\phi}=\frac{T_f}{2}$$

因为$\Omega=2\pi/$一恒星日，量$T_f=$一恒星日$/\sin\phi$称为一个摆日，因为它是傅科(Foucault)摆的振动平面转过2π弧度所需要的时间。$0.5T_f$（半个摆日）的值在极地为11.97小时，在纬度45°处为16.93小时，而在赤道处为无穷。

从极地上方看到的惯性圈的旋转方向在北半球是顺时针的，在南半球是逆时针的。如果北半球的人穿过地球向下观察南半球的运动，那么在他看来运动也是顺时针的。可是在南半球的观察者相对于北半球的观察者是上下颠倒的，因此他称运动是逆时针的。同样地，南半球的人说科氏力的方向是在速度的左侧。这是一个进行观测的观点问题。利用气象学家的术语，惯性运动在两个半球都是反气旋的。“气旋的”这个词是从“气旋”一词导出的，气旋是一种风暴，在其中心为低压，在北半球风围绕气旋中心沿逆时针方向吹送，在南半球则沿顺时针方向吹送。反气旋系统的中心为高压，而风旋转的方向与气旋情形相反。至于形成这种流动方向的原因，当我们讨论到地转流时就清楚了。海洋学家们在一些老的文献中偶尔也用等价的一对术语“逆日的”和“顺日的”，

描述气旋与反气旋的方向。它们的意思是与面向赤道的观察者看到的太阳运动方向相反或相同。关于这些术语之间的联系可参看图8.2。

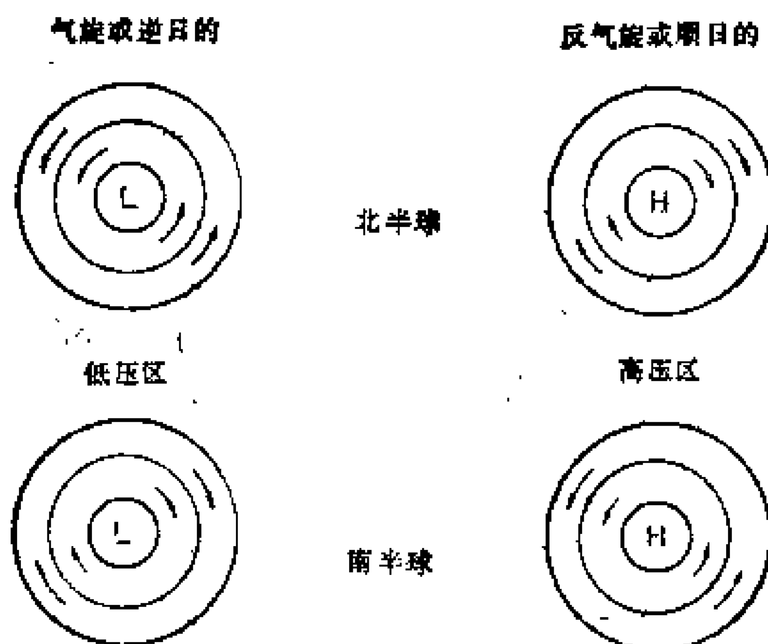


图 8.2　围绕北半球和南半球的低压区与高压区的旋转方向

8.3　重力位势

在准备讨论计算海流的地转方法时，我们必须引进重力位势的概念。$dw = Mgdz$这个量是使质量为M的物体沿与重力相反的方向通过一段铅直距离dz（忽略摩擦）时所作的功（等于所得到的势能）。于是我们定义一个称为重力位势的量Φ，在铅直距离dz上，重力位势的改变由下式给出

$$Md\Phi = dw = Mgdz \text{（焦）}$$

或

$d\Phi = gdz$（焦·千克$^{-1}$ = 米^{2}·秒$^{-2}$）（单位质量的势能改变）

$$= -\alpha dp \text{［根据方程(8.2)］}$$

从z_1到z_2积分，我们有

$$\int_1^2 d\Phi = \int_1^2 g dz = -\int_1^2 \alpha dp$$

根据2.23节将α写为$\alpha = \alpha_{35,0,p} + \delta$，我们得到

$$\Phi_2 - \Phi_1 = g(z_2 - z_1) = -\int_1^2 \alpha_{35,0,p} dp - \int_1^2 \delta dp$$

$$= -\Delta\Phi_{std} - \Delta\Phi \qquad (8.5)$$

量（$\Phi_2 - \Phi_1$）称为水平面z_2（此处压力为p_2）与水平面z_1（此处压力为p_1）之间的位势距离。方程（8.5）右端的第一个量称为“标准位势距离”（$\Delta\Phi_{std}$只是p的函数），而第二个量则称为“位势偏差”（$\Delta\Phi$是S，T和p的函数）。在量值方面，第二项约为第一项的千分之一。

这里要提醒读者，虽然在海洋学的术语中称$(\Phi_2 - \Phi_1)$为位势“距离”，但实际上它的单位为单位质量的能量（焦·千克$^{-1}$或米·秒$^{-2}$），且对于$g = 9.8$米·秒$^{-2}$和$\delta z = 1$米，有$d\Phi = 9.8$焦·千克$^{-1}$。为了数值上的方便，过去的海洋学家曾采用称为“动力米”的重力位势单位，1动力米=10.0焦·千克$^{-1}$。为了表示使用的单位是动力米，通常用D表示重力位势。此时位势距离（$D_2 - D_1$）在数值上就几乎等于用米表示的（$z_2 - z_1$），例如相对于海面有

	国际单位制	混合单位
海的几何深度	+100m	+100m
则	$z_2 = -100$m	−100m
压力约为	$p = 1005$kPa	+100.5 dbar
相对于海面的	$\Phi_2 - \Phi_1 = -980$Jkg^{-1}	
位势距离	$D_2 - D_1 = -98$动力米	

正是由于在位势距离的计算中采用了比容α，所以α作为S，T和p的函数的查算表比密度（ρ）的查算表更常见。

8.3.1 等重力势面和等压面

一个处处与重力垂直的面称为“等重力势面”，因为在此面上重力位势的值必然处处相同。“水平面”这个词表示的就是等重力势面。这种面的一个例子是没有流和波的平滑湖面或正确安放的台球桌面。这里需规定“没有流”，其理由将在下一节予以解释。

等压面是压力处处相同的面。在上述静止湖泊的情况下，水面应该是$p=0$的等压面（假定大气压力为常量且可忽略不计）。具有较高压力的等压面应该在湖的较深处，且只要湖水是静止的，等压面也应该是等重力势（水平）面。

在静止状态下，等压面一定是水平的（不要把$u=v=w=0$的静止状态与定常状态相混淆，在定常状态中u，v和w可能不为零，但它们不随时间而变化，即$\partial u/\partial t=\partial v/\partial t=\partial w/\partial t=0$；参见附录1）。现在我们假定等压面[图8.3(a)中的虚线]倾斜于水平面[图8.3(a)中的实线]。如图所示，作用在A处的单位质量水质点上的压强梯度力为$\alpha\partial p/\partial n$（$\partial/\partial n$指沿法线方向的微商，此法线方向位于图中纸面内且垂直于等压面）。此外还有重力作用在该质点上。这是一个不稳定的状态，因为这两个力的方向并不正好相反，不能平衡，因此必然有一个向左的合力，图中更详细地表示出质点B的不稳定情况。在B点上的压强梯度力被分解为如下的两个分量。

（1）与g平衡的铅直分量$\alpha(\partial p/\partial n)\cos i$；

（2）无法平衡的水平分量$\alpha(\partial p/\partial n)\sin i$

（此分量将引起向左的加速运动，也就是说，这种情况是不

稳定的)。这个向左的分量是

$$\alpha\frac{\partial p}{\partial n}\sin i=\left(\alpha\frac{\partial p}{\partial n}\cos i\right)\frac{\sin i}{\cos i}=g\tan i$$

为了阻止向左的加速运动，必须有一个大小等于$g\tan i$的向右的力作用在单位质量上（F/M）[见图8.3(b)]。在第七章我们曾经指出科氏力很可能是重要的。因此为了施加向右作用的力，一种方法是让水以速度V_1流入纸面（在北半球），以便产生科氏力使得$2\Omega\sin\phi\cdot V_1=F/M=g\tan i$[图8.3 (c)]，在南半球，水则应以速度$V_1$流出纸面。

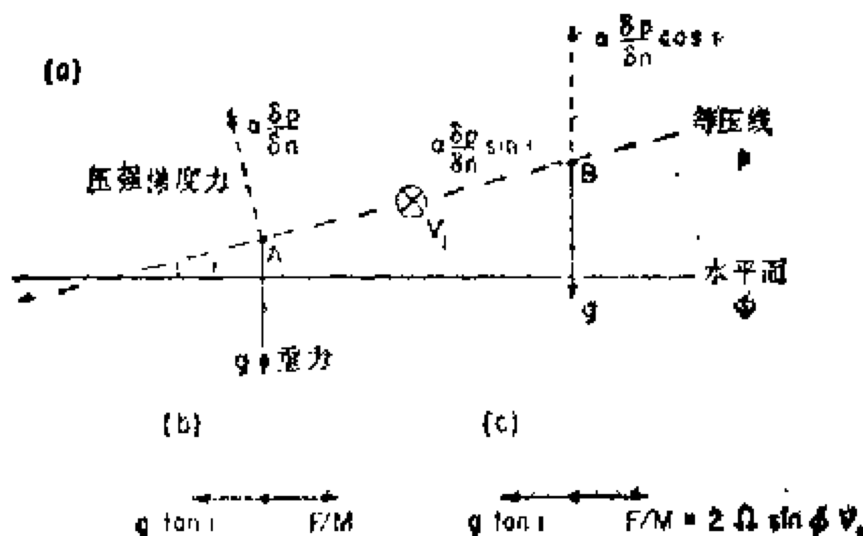


图 8.3 压强梯度力、等压面和水平面
对于北半球，V_1是指向纸面向里流的
（图中p，Φ均等于常数）

8.4 地转方程

科氏力有时称为"地转（即由地球旋转引起的）力"，因此方程

$$2\Omega\sin\phi\cdot V_1=g\tan i \qquad (8.6)$$

是地转方程的一种形式，它表示出压强梯度力与科氏力之间的平衡。

原则上，这个地转方程使我们可以通过测量等压面的坡度i来决定速度V_1。但实际上我们不能这样做，原因是我们无法按所需的精度直接决定p。所以我们不得不在确定了密度ρ随深度的变化以后，再根据流体静力学方程$p=-\int \rho g dz$间接确定p。即使用这种方法，我们也不能绝对地确定角度i。这是因为我们是在海面上用船进行测量的，而我们并不知道海面是不是水平（不考虑波）。事实上，如果在表层水中存在海流，海面就不是水平的，因为地转方程适用于这表层水（忽略风的作用，在第九章我们将把它加进去），因此海水运动将引起科氏力，此力要求水面倾斜，以便使压强梯度力的水平分量能起到平衡科氏力的作用。我们能作到的只是测定z_1处的i_1与高度z_2处的i_2之间的差，这一点我们将在下面予以说明。这个差就能给出相对于高度z_2的高度z_1处的相对速度，从而给出速度剪切（$\partial V/\partial z$）的有限差分估计值。

水面坡度是很小的，例如在纬度45°处，$2\Omega\sin\varphi\approx10^{-4}$，对于$V_1=1$米·秒$^{-1}$，$\tan i\approx10^{-5}$，即在100千米的距离上表面升高1米，100千米的距离是一般强海流（如墨西哥湾流）的典型宽度。

一种很受重视的测定海面绝对坡度的方法，就是从卫星上用雷达测高仪或激光测高仪进行测量。Cheney 和Marsh（1981a）根据1978年三个月SEASAT卫星雷达测高仪的观测资料，说明了横跨墨西哥湾的海面高度变化的估计值为140±35厘米，或者说海面坡度为$(1.2\pm0.3)\times10^{-5}$。可以预料将来一定会有标准偏差更小的先进技术出现。Cheney 和Marsh（1981b）对海面各种卫星测高技术给出了一个评述。

地转方程同样也可以用于大气，但是对气象学家比对海洋学家更方便，因为气象学家可以在地面上或在已知高度上的许多地方直接测量空气的压力，然后直接确定水平压强梯力项[$\alpha(\partial p/\partial n)\sin i$]从而计算出地转风的速度。此外，由于与大气中风的速度比较起来，海流的速度是很小的，所以气象学家可以忽略水面坡度而用“平均”海平面作为参考水平面。

8.4.1 为什么考虑地转方程?

海洋学家所以要利用地转方程来决定海流，这是因为对海流进行足够多的直接测量在技术上是困难的，而且耗资甚大。

在浅水区域，一条船可以抛锚固定，并在船舷上挂一个海流计以测量海流，也可以挂几个海流计同时测量几个深度上的海流。但是，这种方法只能给出船舶锚系点处的海流资料。另方面，锚系的船通常并不是完全固定不动的，而是在锚系点附近摆动（即可在前后左右摆动）。这种船舶运动的一部分就会叠加在海流计测出的海水运动上，从而构成一个难于修正的误差源。在深海中，抛锚固定船舶要更加困难，而且船舶运动的误差可能比实际海水的运动本身还要大得多。

更实用的方法是利用自记式的海流计，这些海流计挂在一根连接在锚系浮标上的细绳上（关于测量仪器和操作技术的描述，见Pickard和Emery1982年著的《描述性物理海洋学》一书；关于更详细的介绍，见Dobson，Hasse和Davis1980年的著作）。排列成阵列形式的许多浮标可提供作为时间函数的海流的三维分布信息。但是，由于仔细研究时费用昂贵，在海上的操作困难以及海流的复杂性，实际上不可

能在我们想要观测的那么大的海域上得到观测资料。

为什么需要在一段时期里测量海流？为什么在每个地方测量一次是不够的？简单地说，就是因为海流是不定常的，它们的速率和方向都在变化，因此确定平均值和随时间变化的唯一方法就是在一段足够长的时期内（可能至少几个月）作频繁的测量。

计算海流的地转方法要求有海洋中密度分布的资料，得到这些资料（根据温度和盐度的测量结果求得）比直接测量海流要容易一些。地转方法存在一些缺点，但当我们巧妙运用并结合其他资料时，它可能是很有帮助的。实际上我们已经用这种方法得到了海面以下海洋环流的大部分知识。地转方法对于强海流（例如我们将在8.10节中介绍的墨西哥湾流）的地方更是很有用的，因为在这些海流中很难系住自记式海流计。

这里应该附带说明，根据船舶的航海记录可推算出表层海流，而关于表层海流的大部分信息就是通过这种办法得到的。利用航海记录的方法假定：根据船舶相对于海水的速率与方向计算出的预定航行路径与实际航行路径（用天文航海定位、卫星航海定位等方法测定）的差别是由海流造成的。显然这种资料是很不准确的，也就是说，任何一次观测都有可能有很大的误差，但将某一特定区域（例如纬度5°×经度5°）的所有观测资料进行多年的平均，就可以得到“气候学的”或者说长期的平均运动状况。无疑地，实际的运动与这种平均运动之间有着显著的差异；依据我们有限的直接观测海流资料，这种差异往往可达到平均值的几倍。另外，流动还可能具有较小尺度的特征，利用航海记录是不能分辨出这种小尺度特征的。例如，对于赤道太平洋地区的观测越详

细，观测资料描述的流动形式显得越复杂。(由于表面波对海流的作用，许多海流计在海面附近不能正常工作，因此得到较好的海面流观测资料仍然是个问题，对此可参阅Baker 1981年的文章。卫星跟踪的海面漂浮物已开始给出开阔海洋中表面海流的直接观测资料，但由于花费太大，用这种方法广泛地收集资料是不可能的。)现在，随着先进的电子设备的投入使用，更好的航海定位方法将有助于提高根据船舶航海记录导出的海流资料的质量，但这只能局限于船舶频繁航行的航道水域，而对于大多数海域我们还不能得到长时间的大范围海流资料。

8.4.2 计算相对速度的地转方法

在图8.4中，A，B代表选定的海洋学观测站的位置，ρ

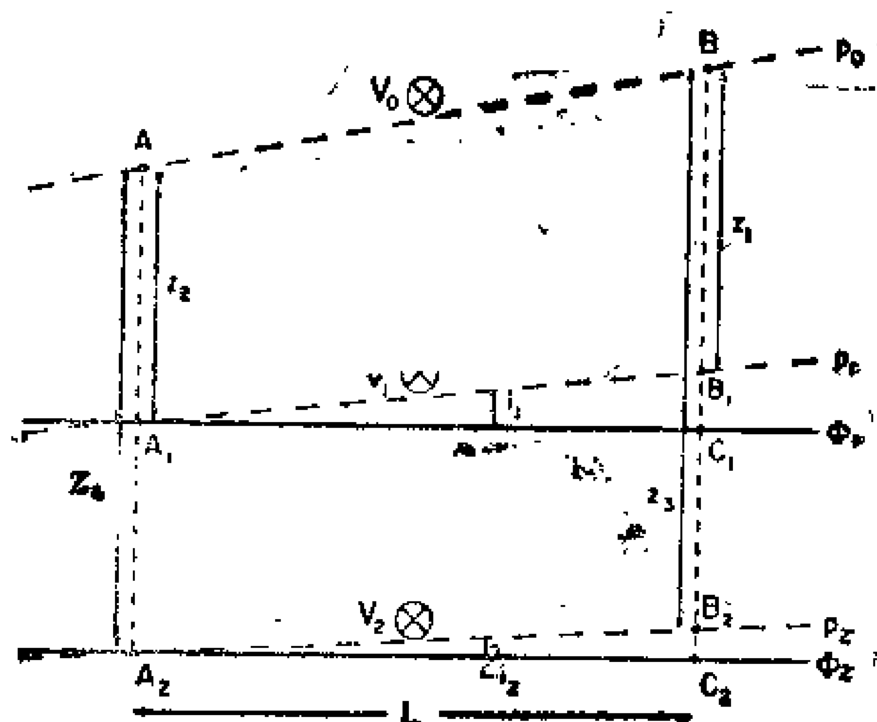


图 8.4 地转方程的导出

或α沿垂线AA_1A_2和BB_1B_2的分布是已知的。线AB代表海面，假定它不是水平的，但很遗憾，它的坡度是未知的（尽

管前面提到过的卫星技术对海面坡度的测定是很有前途的，并且人们认为将来有可能把海面相对于大地水准面的高度的测量精度提高到误差不大于±0.1米，但在目前的技术水平下，还不能用开阔海上的船只来测量海面坡度）。线Φ_1和Φ_2代表经过观测站A处的A_1，A_2和观测站B处的C_1，C_2的两个水平面。两个等压面p_1和p_2在站A处分别经过A_1和A_2，在站B处分别经过B_1和B_2。这两个等压面相对于重力位势面的角度为i_1和i_2。如果相对于地球的海水速度分量（在北半球指流入纸面的分量）在等压面p_1上是V_1，而在等压面p_2上是V_2，那么这两个水平面上的地转方程为

$$2\Omega\sin\phi\cdot V_1 = g\tan i_1$$

$$2\Omega\sin\phi\cdot V_2 = g\tan i_2$$

相减得

$$2\Omega\sin\phi(V_1 - V_2) = g(\tan i_1 - \tan i_2)$$

即

$$2\Omega\sin\phi(V_1 - V_2) = g\left[\frac{B_1C_1}{A_1C_1} - \frac{B_2C_2}{A_2C_2}\right]$$

$$= \frac{g}{L}(B_1B_2 - C_1C_2) \quad (因为\ A_1C_1 = A_2C_2 = L$$

$$和 B_1C_1 - B_2C_2 = B_1B_2 - C_1C_2)$$

$$= \frac{g}{L}(B_1B_2 - A_1A_2) \quad (因为\ C_1C_2 = A_1A_2)$$

$$= \frac{g}{L}[(z_1 - z_3) - (z_2 - z_4)] \tag{8.7}$$

根据流体静力学方程，有

$$g = -\alpha dp$$

$$\therefore \quad \int_{z_1}^{z_2} g\,dz = g(z_2 - z_1) = -\int_{p_1}^{p_2} \alpha_B\,dp \qquad (8.8)$$

$$= -\left[\int_{p_1}^{p_2} \alpha_{35,0,p}\,dp + \int_{p_1}^{p_2} \delta_B\,dp\right]$$

（根据(8.5)式）

注意上面各式中z的数值都是负的，因此$g(z_2 - z_1)$的数值与方程右端一样也是负的。类似地有

$$g(z_4 - z_3) = -\left[\int_{p_1}^{p_2} \alpha_{35,0,p}\,dp + \int_{p_1}^{p_2} \delta_A\,dp\right]$$

将上述两个方程乘以－1，以便使含z的项的符号与方程(8.7)中的相应项的符号相同，然后将它们相减[注意到两个$(\alpha_{35,0,p}dp)$项相等因此消掉]，并用L同除两边便得到

$$\frac{g}{L}[(z_1 - z_2) - (z_3 - z_4)] = \frac{1}{L}\left[\int_{p_1}^{p_2} \delta_B\,dp - \int_{p_1}^{p_2} \delta_A\,dp\right]$$

因此

$$(V_1 - V_2) = \frac{1}{L2\Omega\sin\phi}\left[\int_{p_1}^{p_2} \delta_B\,dp - \int_{p_1}^{p_2} \delta_A\,dp\right]$$

$$= \frac{1}{L2\Omega\sin\phi}[\Delta\Phi_B - \Delta\Phi_A] \qquad (8.9A)$$

(在采用混合单位制的书中，上式写为

$$(V_1 - V_2) = \frac{10}{L2\Omega\sin\phi}[\Delta D_B - \Delta D_A] \qquad (8.9B)$$

其中

$$\Delta D = \int_{p_1}^{p_2} \delta\,dp$$

(L以米为单位，δ以厘米^3·克$^{-1}$为单位，而p以分巴为单

因此(V_1-V_2)的单位为米·秒$^{-1}$。)

方程 (8.9A) 和 (8.9B) 是地转方程的实用形式，在每个观测站的一系列深度上的温度和盐度测量值，原则上提供了计算两个比容距平δ_A和δ_B的积分 (即$\Delta\Phi_A$和$\Delta\Phi_B$)所需要的数据，而观测站之间的距离L则可通过航海定位给出。实际上，比容距平随深度的变化永远不能以适合于直接积分的数学形式表示，因此为了确定积分值 (或者为了确定在混合单位制中的ΔD值)，必须象下一小节的例子中所作的那样，采用数值求和的方法 (见附录1的积分)。

在方程 (8.9A) 中，如果L用米表示，δ用米^3·千克$^{-1}$表示，p用帕表示，而$\Omega=7.29\times10^{-5}$秒$^{-1}$，那么(V_1-V_2)的单位就是米·秒$^{-1}$。实际上，没有必要由$p=-\int\rho g dz$来计算压力，采用$p=-10^4z$就足够了 (因为在5000米的深度范围内平均密度为$\rho(s,t,p)\approx1035$千克·米$^{-3}$，因此$\rho g\approx1.014\times10^4$帕·米$^{-1}$或在1.5%的相对精度范围内为$10^4$帕·米$^{-1}$)。取$p=-10^4z$还有另外的理由，因为在实际的距离$L$上 (例如在100千米左右的距离上)，一般说来，密度的铅直结构是非常相似的，当利用$p=-10^4z$算出的两个积分相减时，剩余误差与观测误差相比可以忽略不计。

用方程 (8.9) 算出的结果是(V_1-V_2)的值，这个值是压力p_1处 (深度$\approx10^{-4}p_1$米) 与压力p_2处 (深度$\approx10^{-4}p_2$米) 的海流速度差在A，B两站间的平均值。它的方向垂直于线AB，也就是说，它是实际海流速度差在垂直于AB的方向上的分量。在图8.4的情况下，在北半球这种速度应该指向纸内，在南半球它应该指向纸外。当站B在站A的右边时，如图8.4所画的那样，$(\Delta\Phi_B-\Delta\Phi_A)$的负值表示在北半球流动流出纸面，而在南半球流动流入纸面。如图中所

画的，两站之间的坡度为常量，但实际情形不一定是这样。方程（8.9）是根据两个站上等压面间距的差值而导出的，因此是根据等压面在两站间的平均坡度的差值而导出的，所以方程（8.9）给出的是（垂直于AB的）水平速度分量差(V_1-V_2)在A，B两站间的平均值。这可以想象为速度剪切$(V_1-V_2)/\bar{z}$，其中$\bar{z}$为等压面p_1与等压面p_2之间的铅直距离在A，B两站之间的平均值。还要注意，无论线AB在水平面内有怎样的地理方向，方程（8.9）都是成立的。

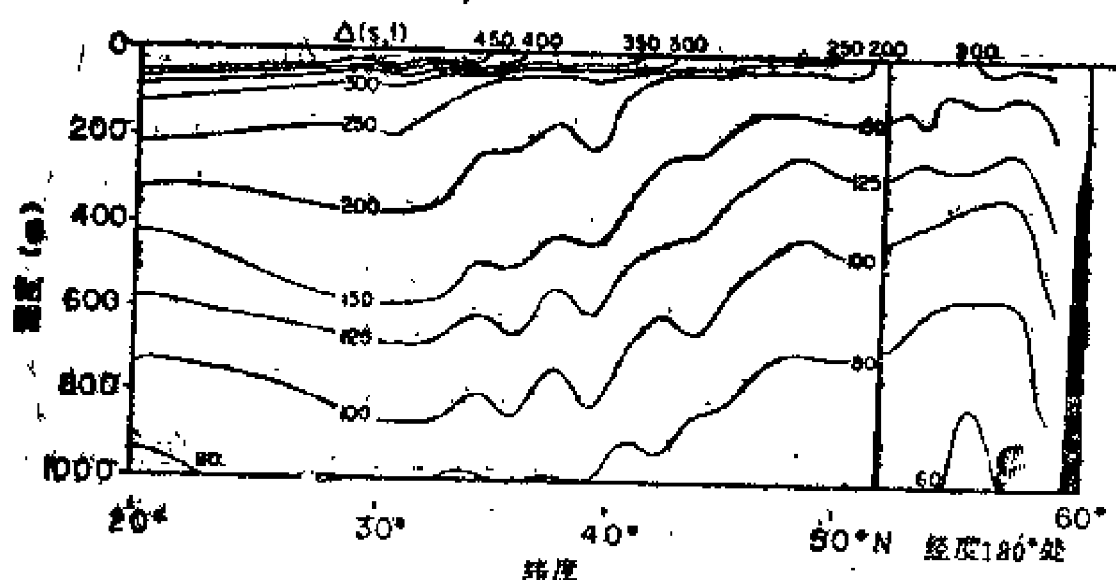


图 8.5 一个实际海区内的比容（以$\Delta_{s,t}$的形式表示）的铅直断面分布图，图中表示出等值线的不规则性

指明等压面上海流方向的更好方法是：如果等压面是倾斜的，那么在北半球的海流一定沿着等压面运动，流动方向右侧（南半球为左侧）的等压面高度比左侧的高度高。当研究表层海流时，这种说法是很有用的，因为海面是$p=0$的等压面。在第8.5节将给出上述法则的一个应用。但是，当分析海洋学资料时，一般并不作出海面以下的等压面图，更实用的方法是研究引起压力分布的密度分布。如图（8.4）所

示，如果右边（B站）的水比左边（A站）的水轻(密度小)等压面p_0，p_1和p_2就要倾斜，此时确定海流方向的一个规则是：一等压面上的海水将相对于下一层等压面上的海水而流动，这相对流动方向的右侧海水具有较小的密度（指在北半球；如在南半球则相反，右侧海水密度较大）。(平均说来，如果B处的水比A处的水密度小，那么要产生出同样的压力变化，例如从p_0变到p_1，或从p_1变到p_2，B站所需的水柱长度就要比A站的相应长度大，参阅图8.4)。

由于实际海洋断面上的等密度线一般不是直线，而是弯曲起伏的曲线，而且在有限深度范围内各等密度线间的相对倾斜角也呈现出不规则的变化（例如图8.5)，因此Sverdrup等人给出的关于密度分布与海流方向之间的关系（《海洋》，1946，p.449）是更加实用的说法：考虑铅直断面上的δ或σ_t的等值线分布。如果在两个深度之间，平均说来，等值线从左到右向下倾斜，那么上层深度上的海水将相对于下层深度上的海水而流动，其相对流速在北半球将背离读者；如果等值线从右到左向下倾斜，则相对流速将面对读者（$\Delta_{s,t}$曲线可以代替δ曲线)。在南半球，上述规则中的海流方向应相反。关于铅直断面图上等压线和其他水文要素的等值线的倾斜方向与海流方向之间的关系，我们将在8.4.5节和8.7节作进一步的讨论。

在图8.5中，如果我们假定热盐比容距平（$\Delta_{s,t}$）等值线在深水处（低于1000米处）是水平的，则（a）在20°N与30°N之间，大约300米以下的总流动将是“流入纸面的”，即向西的（北赤道流)，(b）在30°N至48°N之间，总流动是向东（北太平洋漂流或亚北极海流)，(c）在48°N至52°N（到阿留申群岛）之间，总流动是向西的（形成东北太

平洋气旋式（逆时针方向）阿留申回旋北缘的阿留申海流）。

(d) 在52°N与59°N附近的大陆斜坡之间，总流动是白令海深部海盆的气旋式环流。在33°N和45°N之间的$\Delta_{s,t}$等值线的波状起伏可能是由总流动内的涡旋引起的。

8.4.3 计算地转流速度剖面的一个实例

在表8.1（a和b）中，前三列表示在北大西洋漂流（墨西哥湾流向欧洲的延伸）区域中A和B两个观测站上的观测深度和观测到的温度与盐度。从第四列起给出每一观测深度

表 8.1 (a) A站的海洋学资料以及位势距平($\Delta\phi$)的计算

〔利用Processing Oceanographic Data"（Lafond, 1951)中的表〕

A站				单位				单位		
44°55′N, 50°09′W				10^{-8}米^3·千克$^{-1}$				米^3·千克$^{-1}$·帕＝米^2·秒$^{-2}$		
深度(m)	T°C	S	σ_t	$\Delta_{s,t}$	$\delta_{s,p}$	$\delta_{t,p}$	δ	$\bar{\delta}$	$\bar{\delta}\times\Delta p$	$\Sigma(\bar{\delta}\times\Delta p)=\Delta\Phi_A$
0	5.99	33.71	26.56	148	0	0	148			6.638
								146	0.365	
25	6.00	33.78	26.61	144	0	0	144			6.273
								135	0.338	
50	10.30	34.86	26.81	125	0	1	126			5.935
								126	0.316	
75	10.30	34.88	26.83	123	0	2	125			5.620
								122	0.305	
100	10.10	34.92	26.89	117	0	2	119			5.315
								112	0.560	
150	10.25	35.17	27.06	101	0	3	104			4.755
								98	0.455	
200	8.85	35.03	27.19	89	0	4	93			4.300
								83	0.830	
300	6.85	34.93	27.41	68	0	5	73			3.470
								65	0.850	
400	5.55	34.93	27.58	52	0	5	57			2.620
								52	1.040	
600	4.55	34.95	27.71	39	0	7	46			1.780
								45	0.900	
800	4.25	34.95	27.74	37	0	8	45			0.880
								44	0.880	
1000	3.90	34.95	27.78	33	0	10	43			0

表 8.1 (b) B站的海洋学资料以及位势距平的计算

〔利用"Processing Oceanographic Data"(Lafond, 1951)中的表)〕

B站			单位					单位		
41°28′N, 50°09′W			10^{-8}米^3·千克$^{-1}$					米^3·千克$^{-1}$·帕=米^2·秒$^{-2}$		
深度(m)	T(°C)	S	σ_t	$\Delta_{s,t}$	$\delta_{s,p}$	$\delta_{t,p}$	δ	$\bar{\delta}$	$\bar{\delta}\times\Delta p$	$\Sigma(\bar{\delta}\times\Delta p)=\Delta\Phi_B$
0	13.04	35.62	26.88	118	0	0	118			7.894
								119	0.298	
25	13.09	35.63	26.88	118	0	1	119			7.596
								119	0.298	
50	13.07	35.63	26.88	118	0	1	119			7.298
								119	0.298	
75	13.05	35.64	26.89	117	0	2	119			7.000
								120	0.300	
100	13.05	35.62	26.88	118	0	3	121			6.700
								122	0.610	
150	13.00	35.61	26.88	118	0	4	122			6.090
								122	0.610	
200	12.65	35.54	26.90	116	0	5	122			5.480
								117	1.170	
300	11.30	35.36	27.02	105	0	7	112			4.310
								98	0.980	
400	8.30	35.09	27.32	76	0	7	83			3.330
								70	1.400	
600	5.20	34.93	27.61	49	0	8	57			1.930
								52	1.030	
800	4.20	34.92	27.73	38	0	8	46			0.900
								45	0.900	
1000	4.20	34.97	27.77	34	0	10	44			0

上的如下各量的值：σ_t，$\Delta_{s,t}$，$\delta_{s,p}$，$\delta_{t,p}$，δ（等于其前面三列的和），$\bar{\delta}$（等于相邻观测深度之间的δ平均值），$\bar{\delta}\times\Delta p$和$\Sigma(\bar{\delta}\times\Delta p)=\Delta\Phi$（$\Delta\Phi$等于观测水层到1000米水层之间的前一列诸数值的和）。注意，计算$\Delta\Phi$时使用了$\Delta p=-\Delta z\times10^4$帕$=10^4$乘以米为单位的深度差。正如前面所述，取$\Delta p=-\Delta z\times10^4$帕可能使$\Delta p$的误差高达1.5%左右，因此$\Delta\Phi$的误差也可能高达1.5%，但因为两个站上的误差几乎是相同的，所以当我们在后一步的计算中取差值（$\Delta\Phi_B-$

$-\Delta\Phi_A$）时，此差值的误差也可能高达1.5%，这个误差相对于因观测的有限精度引起的误差来说是很小的。

表 8.2 根据表8.1（a，b）得到的重力位势距平以及在不同深度上算出的A站与B站之间的平均相对速度

深度 (m)	$\Delta\Phi_B$ (m^2s^{-2})	$\Delta\Phi_A$ (m^2s^{-2})	($\Delta\Phi_B-\Delta\Phi_A$) ($m^2s^{-2}$)	$V_{相对}$ (ms^{-1})	注
0	7.894	6.638	1.265	0.26	A站，41°55′N，50°09′W
25	7.596	6.273	1.323	0.27	B站，41°28′N，50°09′W
50	7.298	5.935	1.363	0.28	差值，27′，0′
75	7.000	5.620	1.380	0.29	即，两站相距
100	6.700	5.315	1.385	0.29	27海里＝50千米
150	6.090	4.755	1.335	0.28	＝5×10^4米
200	5.480	4.300	1.180	0.24	
300	4.310	3.470	0.840	0.17	sin41°28′＝0.662
400	3.330	2.820	0.510	0.11	sin41°55′＝0.668
600	1.930	1.780	0.150	0.03	平均$\sin\phi=0.665$
800	0.900	0.880	0.020	0.005	$2\Omega\sin\phi=9.7\times10^{-5}$秒$^{-1}$
1000	0	0	0	0	

在表8.2中，列出了A站和B站的$\Delta\Phi$的计算值和它们的差值（$\Delta\Phi_B-\Delta\Phi_A$）。最后，根据方程（8.9A）并利用$L=5\times10^4$米计算了每个观测深度上的相对速度（相对于取在1000米处的零速度）；计算中取$L=5\times10^4$米，这是因为观测站之间的纬距为27′（＝27海里＝50千米），而观测站又在同一经度上；$\sin\phi$的平均值取为$\sin\phi=0.655$。

在图8.6（a）中，画出了相对于1000米处的相对速度值随深度的变化。因为相对于1000米的深度来说，等密度面从左到右向下倾斜[图8.6(b)]，所以相对速度指向东。

还要注意，$(\Delta\Phi_B-\Delta\Phi_A)/g$给出两个站间等压面(动力

学地形）的高度差的估计值（例如在海面上这个高度差为0.13米），也就是说，从海面到压力为10^4千帕的水平面（相应的深度约为1000米）间的水柱高度在两站间只相差0.13米！如果压力为10^4千帕的等压面也是水平的（如果那里的速度为零，它就是水平的），那么B站的水面就比A站的水面高出0.13米。在用动力学米为单位的混合单位系统中，$\Delta D/0.98$给出以米为单位的高度差，因此ΔD的值在数值上就几乎等于高度差。另方面。$\Delta\Phi/g$表示与给定的压力差相应的两种深度的差值，一种深度是与给定的压力差相应的水层的实际深度，另一种深度是当海水为$S=35$，$T=0$℃的标准海水时，相应水层的假想深度。

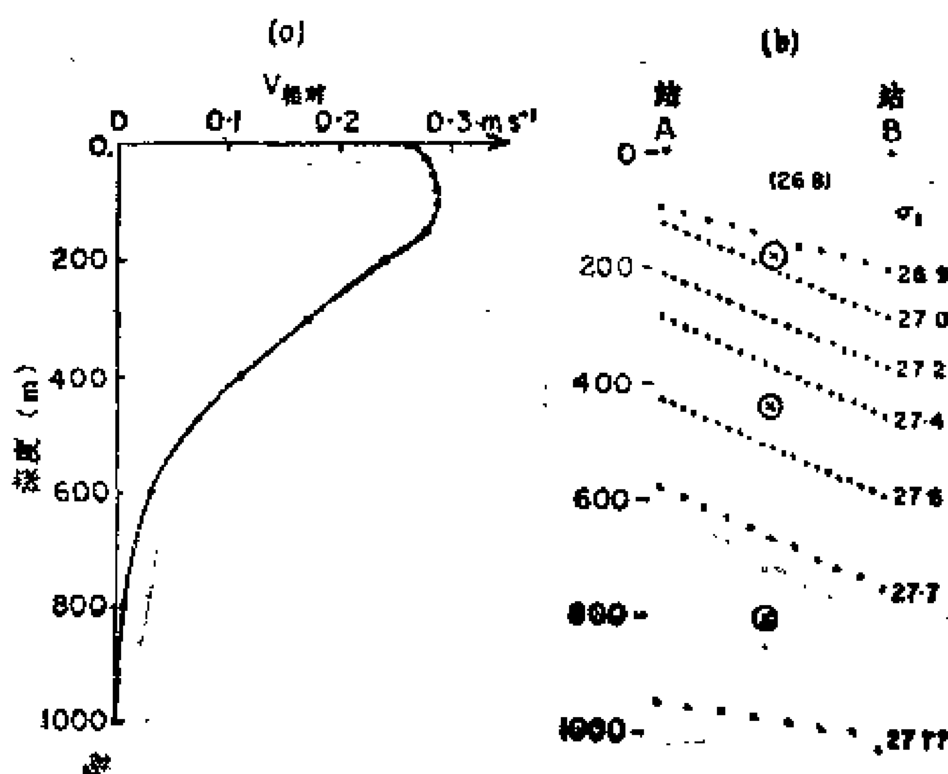


图 8.6 （a）根据表8.1和表8.2算出相对于深度1000米处的相对速度随深度的变化。（b）由同一组数据算出的A站与B站之间等密度面的平均坡度

上述计算是利用现有的比容距平表和旧的盐度定义进行

的。如果采用实用盐度值[可根据盐度计的测量值，并采用实用盐标1978进行计算求得或者根据旧的盐度值进行换算求得（如Lewis和Perkin，1981所描述的）]并利用适当的计算设法，那么也可将国际状态方程1980进行计算。在这种情况下，α_B的积分值[方程(8.8)]和α_A的类似的积分值就可以直接算出，然后相减便得到方程（8.9A）中方括号内的差值（因为对于国际状态方程1980，没有比容距平表）。

8.4.4　推导地转方程的另一种方法

地转方程也可以从运动方程（6.2）直接导出，其过程如下。假定

（1）无加速度，即$\frac{du}{dt}=\frac{dv}{dt}=\frac{dw}{dt}=0$；

（2）铅直速度w很小，所以$2\Omega\cos\phi\cdot w$可以忽略不计；

（3）无其他力作用，即$F=0$。

对于海洋内部，于第7.3节已经证实这些假定的正确性。在上述假定下，z方向的方程变成

$$0=2\Omega\cos\phi\cdot u-\alpha\frac{\partial p}{\partial z}-g$$

或

$$\delta p=-\rho\sigma z(g-2\Omega\cos\phi\cdot u)$$

这是加上了z方向分量科氏加速度的流体静力方程。方程中的科氏项是很小的，例如对于$\phi=45°$，$u=2.5$米·秒$^{-1}$（相当高的值），科氏项约为2.6×10^{-4}米·秒$^{-2}$，这与$g=9.8$米·秒$^{-2}$相比可以忽略不计。这样一来，即使在以实际海水速度运动的海水中，流体静力学方程（8.2）也仍然适用，而且具有所需的精度。这个事实对我们来说是非常幸运的，因为否则的话，利用地转方程对海流速度进行的计算就

会变得更加复杂。

现在x方向和y方向的方程变成

$$\left.\begin{aligned} 0 &= 2\Omega\sin\phi\cdot v - \alpha\frac{\partial p}{\partial x} \\ 0 &= -2\Omega\sin\phi\cdot u - \alpha\frac{\partial p}{\partial y} \end{aligned}\right\} \text{地转方程的分量形式} \quad (8.10)$$

这些方程说明，对于纯水平运动有

科氏力 = －压强梯度力

注意，在x方向和y方向的方程中，我们决不能舍弃科氏项，即使这一项是很小的。在每个方程中仅有的另一水平压强梯度力项也是很小的，但对于定常流动，它必须被平衡才行（如果方程中还有其他更大的项，我们才能忽略小项，在前面的铅直分量方程中，因为g这一项很大，所以把科氏力项略掉）。

还要注意[参见图8.7 (a, b)]，在分量方程中，x方向的压强梯度$\partial p/\partial x$是与v有关的，而y方向的压强梯度$\alpha p/\alpha y$是与u有关的。x方向和y方向的方程可合并为一个方程

$$2\Omega\sin\phi\cdot V_H = \alpha\frac{\partial p}{\partial n_H} \quad (8.11)$$

其中$V_H = (u^2 + v^2)^{1/2}$为u和v的矢量和的模，而$\partial p/\partial n_H$为垂直于V_H方向的水平压强梯度项[见图8.7(c)]。

为了便于记忆压强梯度力和速度的相对方向，一种办法是按下列顺序来思考：

(1)压强梯度有某一初始方向；

(2)流体开始沿压强梯度的负方向运动；

(3)然后流体受到向右的科氏力作用（在北半球），因此向右偏移；

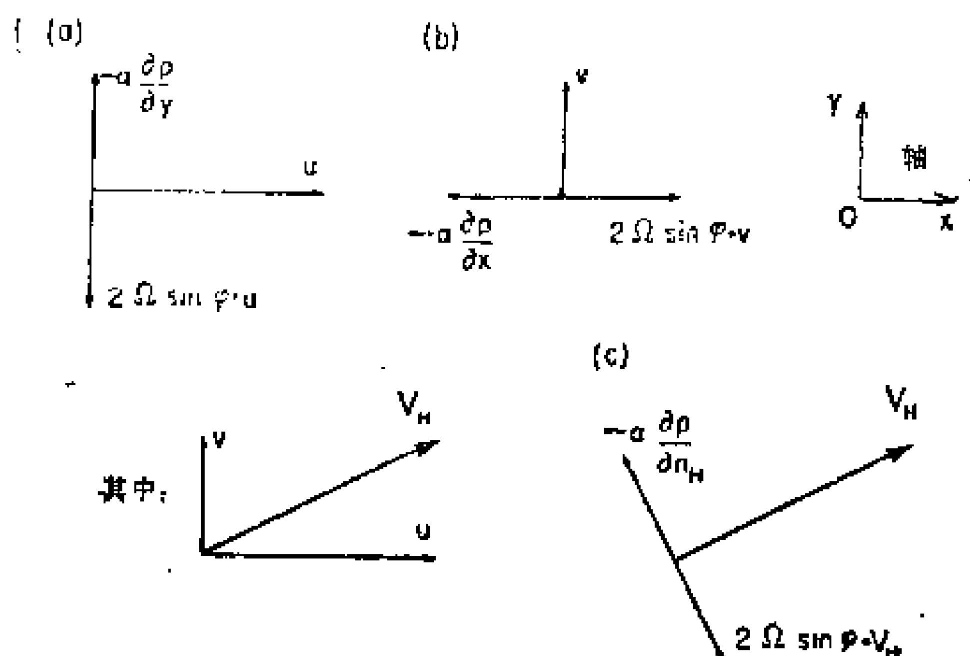


图 8.7 (a, b) 速度分量 (u, v)、压强梯度项和科氏力项三者之间的方向关系（北半球）；(c) 总水平速度V_H、压强梯度力项和科氏力项三者之间的方向关系（北半球）

（4）最后流体沿等压面运动，不是沿着压强降低的方向而是沿倾斜的等压面运动，此时压强梯度力指向等压面向下倾斜的方向，而科氏力指向等压面向上倾斜的方向，而且这两种力相互平衡。

在大气中相应的情况如图8.2所示，这图原来是用来帮助人们理解“气旋的”和“反气旋的”这两个术语的，作为一个练习，请读者证明在这张图中的环流是符合地转平衡规则的。

注意，另一种方法是使流体沿某一方向运动，于是科氏力将使流体向右偏转（在北半球）并在右边堆积（形成向右抬起的斜坡），这样就会出现向左的压强梯度力。因此，地转方程只告诉我们压强梯度力与科氏力的平衡，而它并没有告诉我们究竟是压强梯度力先出现还是运动先出现。

实际上，无论我们沿什么方向取压强的微商，方程(8.11)都是可以应用的。如果取n_H沿任一方向，那么V_H就变成了V_1，即垂直于n_H方向的地转流速度分量。在北半球，取n_H向右增加时，如果$\partial p/\partial n_H>0$，流动便远离观测者，如果$\partial p/\partial n_H<0$，则流动便流向观测者。这是"如果等压面向右向上倾斜（如图8.4中画的那样），则流动是流入纸面的"的另一种说法。

我们怎样从方程(8.10)和(8.11)来得到地转方程的实用形式(8.9A)和(8.9B)呢？方程(8.10)和(8.11)中的压强梯度是在z等于常数的面上取的，这些面也是Φ等于常数的面。正如已指出的，方程(8.10)和(8.11)中的压强梯度是不能直接测量的，因此我们必须引进重力位势的概念。利用隐函数微商法则有

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{y,\ z\text{或}\Phi\text{为常数}}=-\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)_{y,\ p\text{为常量}}\Bigg/\left(\frac{\partial \Phi}{\partial p}\right)_{x,\ y\text{为常量}}$$

记住，$\partial\Phi/\partial p=-\alpha=-1/\rho$（第8.3节），我们就得到$\partial p/\partial x=\rho(\partial\Phi/\partial x)$，这里$\partial\Phi/\partial x$是当我们在等压面上沿$x$方向行进时$\Phi$的变化率。同样地，有$\partial p/\partial x=\rho(\partial\Phi/\partial y)$和$\partial p/\partial n_H=\rho(\partial\Phi/\partial n_H)$。这些$p$与$\Phi$的梯度之间的关系式也可以不从微商法则而根据牛顿第一定律得到。假定一个人从图8.4中的A点移动一个小距离δn_H，在这段距离上等压面p_1上的高度将改变δz，在Φ_1面上的压强将增加$\rho g\delta z$，因此Φ将增加$g\delta z$。于是有$\delta p=\rho\delta\Phi$，两边同时除以δn_H并取$\delta n_H\to 0$的极限，便得到与用微商法则导出的完全一样的关系。把方程(8.10)和(8.11)中的p项用Φ代替，便得到地转方程

的另一种形式。

Φ的这些梯度也不能测量，但可根据密度场得到它们从一个水平面到另一个水平面的变化。由方程（8.5）我们有

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Delta\Phi_{标准} + \Delta\Phi$$

其中，$\Delta\Phi_{标准}$在每个站都是相同的，因此它对水平坐标的微商总是零。考虑图8.4中水平面1和水平面2上的x分量方程：

$$2\Omega\sin\phi\cdot v_1 = \alpha\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{在\Phi_1上} = \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial x}\right)_{在P_1上}$$

$$= \frac{\partial \Phi_2}{\partial x} + \frac{\partial(\Delta\Phi)}{\partial x}$$

$$2\Omega\sin\phi\cdot v_2 = \frac{\partial \Phi_2}{\partial x}$$

上述两式的差为

$$2\Omega\sin\phi(v_1 - v_2) = \frac{\partial(\Delta\Phi)}{\partial x}.$$

同样地，有

$$2\Omega\sin\phi(u_1 - u_2) = -\frac{\partial(\Delta\Phi)}{\partial y}$$

因此 $$2\Omega\sin\phi(V_1 - V_2) = \frac{\partial(\Delta\Phi)}{\partial n_H} \qquad (8.12)$$

式中 V_1和V_2分别代表水平面1和水平面2上垂直于n_H方向的水平速度分量。

上述方程是地转方程的微分形式，它们已被写成了便于使用观测资料的形式。实用形式的方程（8.9）表面上是方程（8.12）的有限差分形式，但实际上是方程（8.12）的积分形式。根据定义，沿n_H方向从0到L的平均值为

$$\frac{1}{L}\int_0^L (要被平均的量)\, dn_H$$

把这个平均算子应用到方程（8.12）上，并用f代表$2\Omega\sin\phi$，用字母上的一横代表平均值，便有

$$f(\overline{V_1-V_2})=\frac{1}{L}\int_A^B\frac{\partial(\Delta\Phi)}{\partial n_H}\mathrm{d}n_H=\frac{1}{L}(\Delta\Phi_B-\Delta\Phi_A) \tag{8.13}$$

方程（8.13）与（8.9）的唯一差别是在后者中没有把平均运算明显地表示出来；我们必须假定$\overline{f(V_1-V_2)}=\overline{f}$ $\overline{(V_1-V_2)}$，这个假定是一个很好的近似，因为在实际中用到的距离上，f几乎是不变的。在表8.2给出的例子中，n_H的方向指向南（此时f随n_H的变化最大），在A与B之间f的变化只有1％。

8.4.5 "热成风"方程

热成风方程是地转方程的另一种变化形式，最早导出的热成风方程是用来研究温度的水平变化是如何导致地转风速的铅直变化的，这也是把这种方程称为"热成风方程"的原因。考虑引进f以后的方程组（8.10）中的x方向方程，将方两边同时乘以ρ，得到$\rho f v=\partial p/\partial x$，对$z$的微分给出

$$\frac{\partial(\rho f v)}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial p}{\partial x}$$

改变微分的次序（这对于象p这类的变量是可行的），再利用流体静力学方程，$\partial p/\partial z=-\rho g$，便得到

$$\frac{\partial(\rho f v)}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{\partial(-\rho g)}{\partial x}=-g\frac{\partial f}{\partial x}$$

对y方向的方程可以用同样的方法处理。因此热成风的方程为

$$\frac{\partial(\rho f v)}{\partial z}=-g\frac{\partial\rho}{\partial x}$$

$$\frac{\partial(\rho f u)}{\partial x}=g\frac{\partial\rho}{\partial y}$$

因而
$$\frac{\partial(\rho f V_H)}{\partial z}=-g\frac{\partial\rho}{\partial n_H}\qquad(8.14)$$

这些方程再一次表明，根据密度场我们只能决定速度的铅直变化，即速度剪切$\partial u/\partial z$和$\partial v/\partial z$。其水平密度梯度是大到足以观察到的。由于深度的不确定性，ρ对x和y的偏微商（基于有限差分近似）并不是精确地在z等于常数（即同一水平面上）的条件下求得的，但误差很小，而对于$\partial p/\partial x$，$\partial\Phi/\partial x$等，相应的误差却比实际值大得多。实际上，如通常所遇到的情况一样，如果我们只有α值表而没有ρ值表，那么可以利用等式$(1/\alpha)(\partial\alpha/\partial x)=-(1/\rho)(\partial\rho/\partial x)$来算出$\partial\rho/\partial x$。同样，对$y$的微商也可以这样做。在气象学中，$\rho$可以用虚位温表示，即可以用虚位温的梯度来代替$\rho$的梯度；通常，在1 000米左右的上层海洋中，作为初次近似，可分别以用$\partial\sigma_t/\partial x$和$\partial\sigma_t/\partial y$来代替$\partial\rho/\partial x$和$\partial\rho/\partial y$。在较深的水层中，如果温度梯度对密度梯度起着决定性的作用，那么上面这种代替就不是一种好的近似（参阅第五章关于在静力稳定性方程中使用σ_t作为近似的讨论，那里与$\partial\sigma_t/\partial T$，$\partial\sigma_t/\partial S$相比很小而被忽略掉的项与这里的项相同，尽管现在这些项是海水性质水平梯度的系数而不是铅直梯度的系数），因而在深水中“热成风方程”不可能给出有用的结果。

当我们在7.4.1节讨论布兹涅斯克近似时曾说过，在水平方程中可以忽略密度的变化。然而正如我们已注意到的，密度的变化包括在热成风方程中，这是因为浮力效应的确影响压强场，而且热成风方程是利用含有密度变化的流体静力学方程导出的。在$\partial(\rho f v)/\partial z$和$\partial(\rho f u)/\partial z$这些项中，密度变化

的效应与u和v的铅直梯度效应相比是很小的。分别用$\rho f(\partial v/\partial z)$和$\rho f(\partial u/\partial z)$代替$\partial(\rho f v)/\partial z$和$\partial(\rho f u)/\partial z$所产生的近似与布兹涅斯克近似一致，也是一个好的近似。这里f也被移到了微分号外，因为它不依赖于z。

当顺着流动方向观察时，相对于下面的水，"轻水在右边"(在北半球)的法则可以从热成风方程(8.14)导出。假定ρ向东减小，那么就有$\partial\rho/\partial x<0$，因此$\partial(\rho f v)/\partial z$(在布兹涅斯克近似下等于$\rho f\cdot\partial v/\partial z$)$>0$，也就是说，$v$向上增加。如果$\rho$向南减小，则$\partial\rho/\partial y>0$，因此$\partial(\rho f u)/\partial z<0$。8.4.3节给出的例子很好地说明了这个法则。从1000米的深度向上到100米的深度[表8.1(a)和(b)]，在每个深度上都有$\rho_B<\rho_A$，因此V_{rel}(=u，即向东的分量)向上变大。在100米以上，$\rho_B>\rho_A$，因此V_{rel}向上减小。相对于100米处的流动，上面的流动是负的(向西的)，且轻水位于右边。由于在100米深度处的流速很大且是向东的，所以100米以上的流动实际上是向东的，因为它相对于100米处的流动只有很小的变化。

正如已指出的，在积分意义下这个"法则"也适用。也就是说，如果$\partial(\Delta\Phi)/\partial n_H>0$，则$V_1>V_2$，但$\partial\bar{\rho}/\partial n_H$与$\partial(\Delta\Phi)/\partial n_H$有相反的符号，其中$\bar{\rho}$是等压面$p_1$与等压面$p_2$之间的平均密度，或者说是$\Phi_1$的深度与$\Phi_2$的深度之间的平均密度(因为等$\Phi$面与等$p$面之间的深度差只有0.14米或更小)。在8.4.3节的例子中，1000米以上的所有深度上都有$\Delta\Phi_B>\Delta\Phi_A$，B点的平均密度低于A点的平均密度，所以相对于1000米处的流动的所有深度上的流动都是向东的。

8.5 绝对速度的导出

地转计算给出两个深度之间的相对速度分量(V_1-V_2),即平均速度剪切$\Delta V/\Delta z$。因此,如果我们知道了V_1(或V_2)的绝对值,那么我们就可知道另一个的绝对值。这有几种可能性:

(1)假定有一个无运动的水平面(参考平面)或无运动深度存在,也就是说假定在深水中$V_2 = 0$,那么可对参考平面以上的各水平面计算出V_1(经典方法);

(2)当有跨过海峡或海洋整个宽度的许多观测站时,可先计算出速度,然后再应用连续方程以检验所得流动是否合理,即检验所得流动是否服从关于流动的已知事实,以及是否满足热和盐的守恒关系;

(3)利用一个"已知运动的水平面",例如假定表面海流是已知的,或某个深度上的海流已用海流计或中性漂浮的浮体作了测量(为地转计算进行密度测量时,最好同时对海流作出这样的测量)也可作类似计算。将来,通过卫星测量海面坡度有可近能使表面海流能够计算出来,至少在强海流区是有可能的。

注意,上述方法是得到绝对速度的"经典"方法,一种较代的方法称为"β螺旋"方法,在8.9节将对这种方法予以介绍。

由于海面速度是很重要的,而且很容易由海面(假定它是等压面)坡度推断出来,所以,如果有足够多网格点上的站位资料,那么通常采用的方法是画出相对于某一较深面的海面位势(或"动力")高度图。相对海流的方向将平行于位势高度的等值线,而相对海流的速率将与等值线间的间距成反比[即对于小的间距有较陡的坡度,因而有较大的速度,参见图8.8或图11.4(b)],也有可能画出次表层等压面的位势高

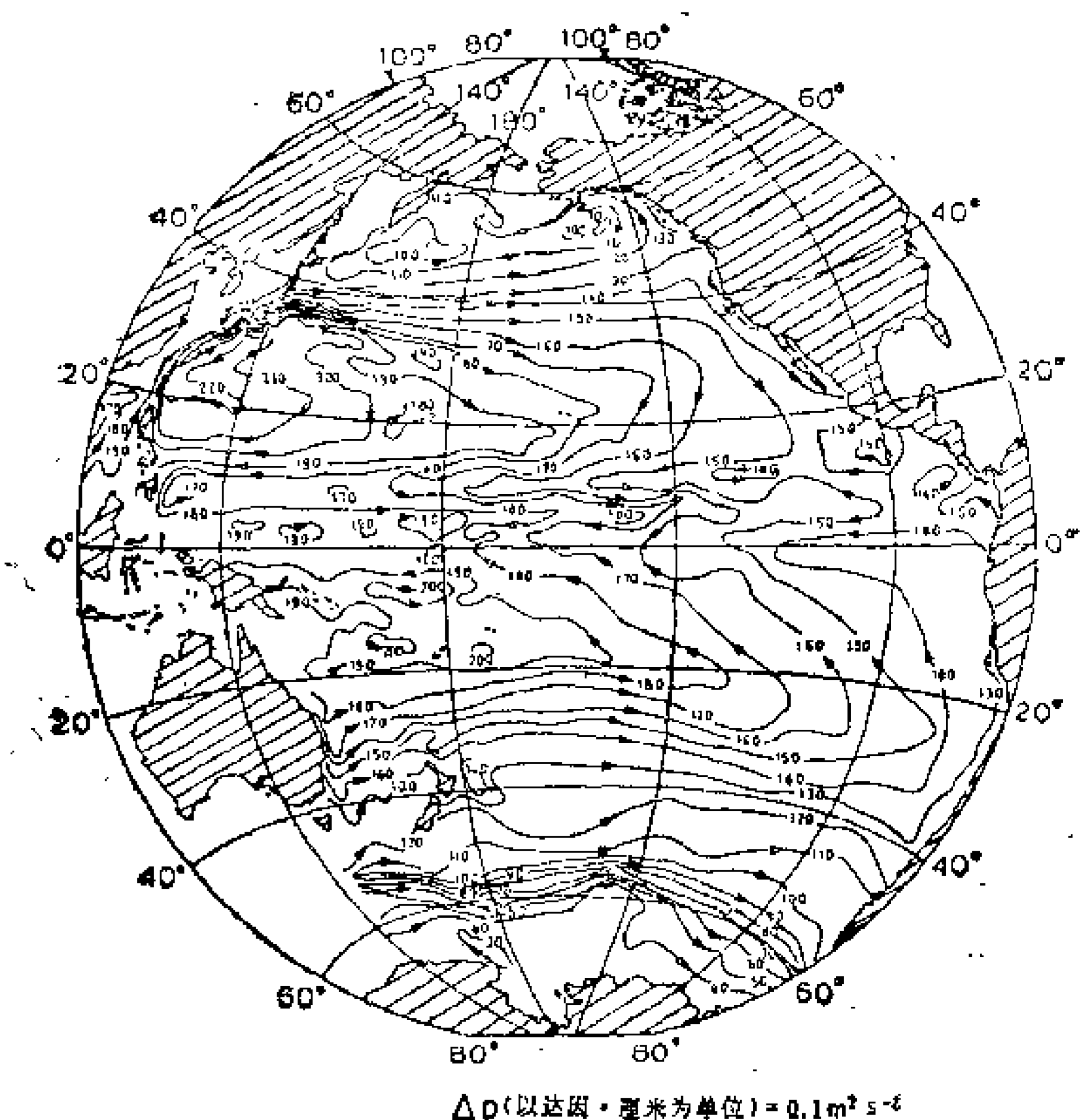


图 8.8 相对于1000分巴（即10 000千帕）的太平洋海面年平均动力高度图

图中的数字以动力厘米（0.1米²·秒⁻²）为单位，绘制此图时共用了36 356个观测资料。箭头表示由动力高度图推断出的流动方向。（Wyrtki，1974，图5）

度图以推断出那里的流动。

应该记住，这些位势高度图通常是相对于假定的无运动水平面而画出的，除非有适当的海流直接测量资料（这种情况是很少有的），这种无运动面一般都假定在深水中。如果上层海流的平均流速比深层海流的平均流速大得多（这种情况是常有的），即使深层海流并不精确为零，我们也可以得到上层海流的良好近似值。因而应该注意，尽管可忽略不计的速度很小的深层海流可能对算出的上层海流速度没有多大影响，但当把海流在整个深度上积分时，可能会对总的体积输送量有很大影响。例如假定在1000米深处（以及此深度以下）的海流速度为零时，计算出的1000米以上的上层海洋中的平均海流速度为10厘米·秒$^{-1}$，那么对于每米宽的海流，从海面到4000米深处的体积输送量为100米^{3}·秒$^{-1}$。如果从1000至4000米深处的实际海流速度为2厘米·秒$^{-1}$，而且方向与上层海流的方向相同，这时虽然对上层海流速度引起的误差为20%，但从海面到4000米深处的总体积输送量却高达180米^{3}·秒$^{-1}$，即比假定1000米以下有零海流时算出的值多了80%。

注意，有一个已知速度为零的面，但此面不能当作无运动水平面，这就是海底。其理由是：海底流速趋向于零是因为摩擦作用的结果，而在推导地转方程时已经预先假定了摩擦力为零。因此要记住，地转方程不能用在摩擦力起重要作用的区域。

8.6 等压面与水平面之间的关系

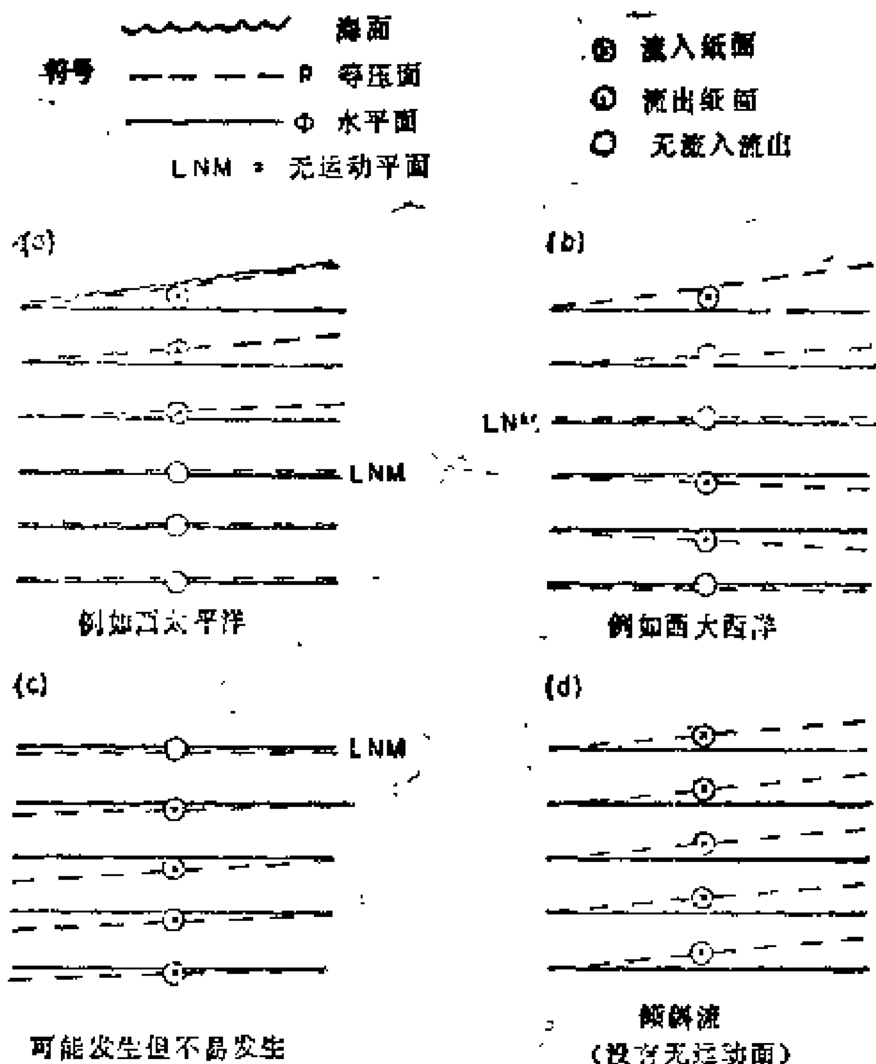
存在一个无运动水平面的经典假设的基础是人们有这样的信念，认为深水中的速度是很小的。但近年来用斯瓦罗

(Swallow) 浮子*的观测结果已经表明，上述的"信念"并不总是正确的，而且深水照片记录的砂底上的波痕也表明，海底处的海流可能有0.5米·秒$^{-1}$或更大的速度。但这些现象有可能只是局部的和（或）瞬时的；在许多区域，海水要素的分布表明，在深水中几个月或更长期间内的平均速度和几十千米或几百千米距离上的平均速度可能是很小的。因此，这种在1000米左右的深度上选一个无运动平面的作法，可能给出相当好的地转计算结果。

在太平洋，深水中海水要素分布的均匀性表明，在1000米左右深度处有一个无运动水平面的假定是合理的。在大西洋，有迹象表明，无运动水平面位于1000至2000米之间（即在上层海水与北大西洋深层水之间），而在这个深度以上和以下都有显著的海流。图8.9表示选择出的等压面与等重力位势面（或水平面）之间的几种关系。图8.9(a)和图8.9(b)分别表示西太平洋和西大西洋（墨西哥湾流区）的典型特征，它们都具有前面提到的特点。图8.9(c)的情况表明，在海面上几乎没有什么流动，但流速随着深度的增加而增加，在真实海洋中这种情况是很少见的。图8.9(d)表示，等压面都是彼此平行的，而且与水平面的倾斜角都相等，即所谓"倾斜流"情形。在图8.9(d)的情况下，应用地转计算方法将会在所有的深度上得到零相对速度，这个结果是正确的，尽管绝对速度不为零。这种情况在海洋中是不太可能的，因为由于温度和盐度变化引起的密度变化会导致等压面坡度随深

---

* 这些中性漂浮的浮体是密封的铝管，在它们上面加上适当的重物，以使其下沉并漂浮在预定的深度上，而后这些中性浮体就在该水层上随海水一起运动。浮体上装有一个声源，所以可在船上或岸上的观测站上跟踪浮体。它们以其发明者John Swallow (1955) 的名字命名，称为斯瓦罗浮子（也可参见Baker的文章，1981）。



北半球（坡度已被放大了）

图 8.9 等压面、水平面和流动方向三者之间的关系（北半球）

度的变化。经典的假定是：环流主要是由海面上的风驱动的，而密度分布则对海流起着调整作用，使其在中等深度上为零。但也可能有这种情况：在T与S变化很小的深水中存在倾斜流，而在1000米左右的上层海洋中附加有流速的铅直变化。如果我们把图8.9(d)那样的等压面倾斜与图8.9(a)那样的等压面倾斜加在一起，我们就可得到这种情况，此时

在任何深度上都不会有"无运动的水平面"。观测结果（虽然这种观测是间接的）表明，深水倾斜流至少是显著地小于表层附近的海流。虽然深层海流的速度可能很小，但正如第一节所指出的，如果深层海流扩展的深度范围很大，那么它们引起的体积输送量就可能很大。根据地转计算得到的表层海流图象非常类似于航海图上的海流图象（航海图上的海流是根据船舶航行资料独立得到的），这可能是深水的平均速度至少要比近表层的平均速度小的最好证据。

图8.9(a)，(b)和(c)是"斜压"情况的例子，而图8.9(d)是"正压"情况的例子。关于"斜压"和"正压"的定义将在下一节给出。

8.7 等压面、等密度面和海流之间的关系

流体中的等压面是流体静压强为常值的面，而等密度面（有时称为等比容面）是流体密度为常值的面。如果流体的密度仅仅是压强的函数，即$\rho=\rho(p)$（例如位温均匀的淡水的密度），那么等压面与等密度面是彼此平行的，这种情形的质量场称为正压的质量场。如果除压强外，密度还是其他参数的函数，并且在水平方向上还呈现出实际的变化，那么等压面与等密度面就可能彼此倾斜，这种情况下的质量场称为斜压场。斜压情况可以发生在密度依赖于压强与温度[$\rho=\rho(t,p)$]的淡水湖中，也可以发生在密度依赖于盐度、温度和压强[$\rho=\rho(s,t,p)$]的海洋中。对于正压的质量场，水可处于静止状态，但对于斜压的质量场，因为存在水平密度梯度，所以水是不能处于静止状态的。在海洋中，正压情况通常出现在深层水中，斜压情形则通常出现在1000米以上的上层海洋中，而大多数较强的海流都出现在这种斜压的上层

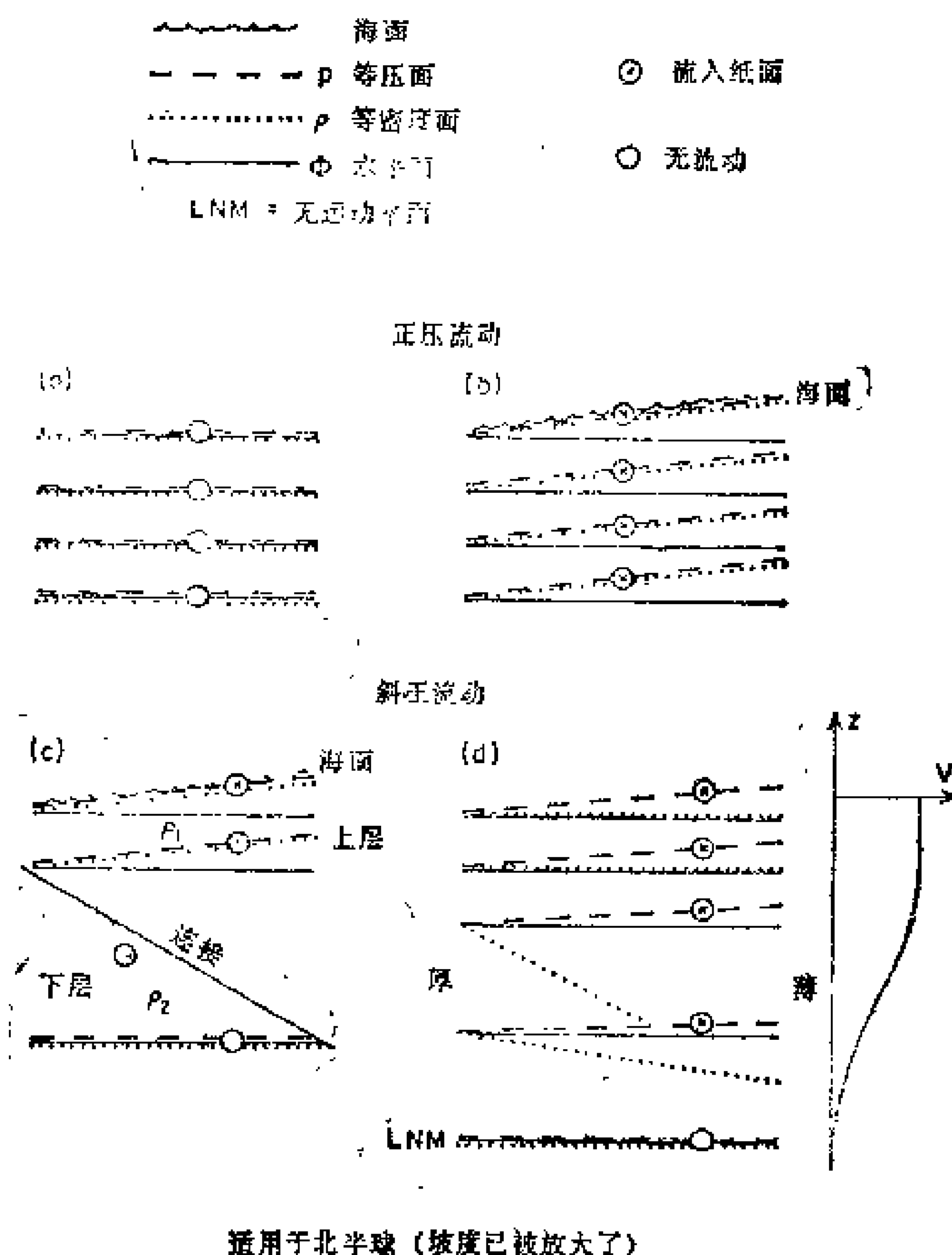
海洋中。

在正压情况下，等密度面平行于等压面，而各等压面本身又都是相互平行的。相对速度V_{ret}为零，且等密度面的坡度很小，以致觉察不到，对于$V=0.1$米·秒$^{-1}$，在中纬度海区其坡度的量阶为10^{-6}，也就是说，在100千米的距离上，等密度面高度的变化只有0.1米。图8.10解释了这种情况，其中图8.10(a)表示海水静止的情形，而图8.10(b)表示均匀流的情形。应该注意，在图8.10(b)中的坡度是被夸张了的！根据热成风方程组（8.14）的第一个方程，当$\partial v/\partial z=0$时，我们有$fv(\partial\rho/\partial z)=-g(\partial\rho/\partial x)$，密度的水平梯度和相应的等密度面的坡度都是由与压缩效应有关的密度变化引起的。在布兹涅斯克近似中，我们忽略了方程左边的密度变化，得到了正压情形时的$\partial\rho/\partial x=\partial\rho/\partial y=0$，正如我们将看到的，这些梯度和相应的等密度面坡度与斜压情况下的相应值比较起来是非常小的，因此近似是合理的。另一方面，当布兹涅斯克此近似适用时，我们可以采用位势密度或σ_t，这个量在正压情况下是不变的。

在斜压情况下，在等压面与等密度面之间没有简单的关系。根据地转方程（8.6），等压面的坡度正比于地转流的速度。根据热成风方程（8.14），水平密度梯度和相应的等密度面的坡度都正比于$\partial V/\partial z$，即都正比于速度随深度的变化率，或者说正比于速度的铅直剪切。应该注意，如果密度向右减小，则等密度面将向右向下倾斜。

首先考虑最简单的理想化的斜压流动——两层流体的系统，上层流体是运动的，下层流体是静止的。上层有常位势密度ρ_1，而下层有常位势密度ρ_2。在9.14.2节中我们将要证明，两层流体之间交界面（等密度面）的坡度等于$-\rho_1/$

$(\rho_2-\rho_1)$ 乘以海面（等压面）的坡度。因此，在这种简单



适用于北半球（坡度已被放大了）

图 8.10　示意图

(a，b) 代表北半球的正压质量场、压强场和有关的流动方向。(c,d) 代表北半球的斜压质量场、压强场和有关的流动方向。坡度是放大了的，在 (b,c) 中 p 和 ρ 的等值面坡度放大了 10^5 倍，在(c)中界面的坡度放大了 10^3 倍，在(d)中 p 面的坡度放大了 10^5 倍，ρ 面坡度放大了 10^3 倍。考虑到图中的坡度是放大了的，相应的最大流速约为0.1米·秒$^{-1}$

的情形中，等密度面的坡度的符号与等压面坡度的符号相反。对于海洋的情形，$(\rho_2-\rho_1)\approx 1$千克·米$^{-3}$且$\rho_1\approx1000$千克·米$^{-3}$，所以等密度面的坡度约为等压面坡度的1000倍。图8.9(c)说明了这种情况。再次提醒读者。图中的坡度都显著地放大了，且上层海中的等压面坡度和等密度面坡度的放大倍数要比交界面坡度的放大倍数大得多。我们还可以把情况(c)看作是上层为情况(b)与下层为情况(a)的一种组合。这个模型是最简单的，而且有点不太符合客观实际，因为在交界面上，ρ和V都有不连续性，但是这个模型的确说明了，在斜压情况下等密度面的坡度一定比等压面的坡度大得多，且有相反的符号，至少对一部分有流动的区域是这样。

作为一个更有实际意义的情况，考虑8.43节中的例子。通过线性插值可求出$\sigma_t=27.0$的面的深度，在A站为130米，在B站为280米。因此，$\sigma_t=27.0$的面从A到B下降了150米，而等压面从A到B上升了0.13米左右。等σ_t面的坡度与等密度（当场密度）面的坡度不同，它们的差值等于等压面的坡度，而这等压面的坡度在观测误差范围内是可以忽略不计的，因此我们可以用等σ_t面的坡度来代表等密度面的坡度。$\sigma_t=27.7$这个值在A站位于570米处，在B站位于750米处，从A站到B站约下降180米。以上在两种情况下，等密度面坡度与等压面坡度都有相反的符号，而且等密度面的坡度都大约为等压面坡度的1000倍。可是，在100米深度处，在观测误差范围内，等密度面是水平的，而在100米以上，由于u随高度的增加而减小，所以等密度面与等压面一样，都是倾斜的。例如，$\sigma_t=26.8$这个值在A站约位于50米深度处，而在到达B站之前，$\sigma_t=26.8$的值便出现在海面了，因此等σ_t面的坡度大于50米:50千米。总的看来，等密度面的坡度与等压面坡度符号相反，

且前者的数值远大于后者。

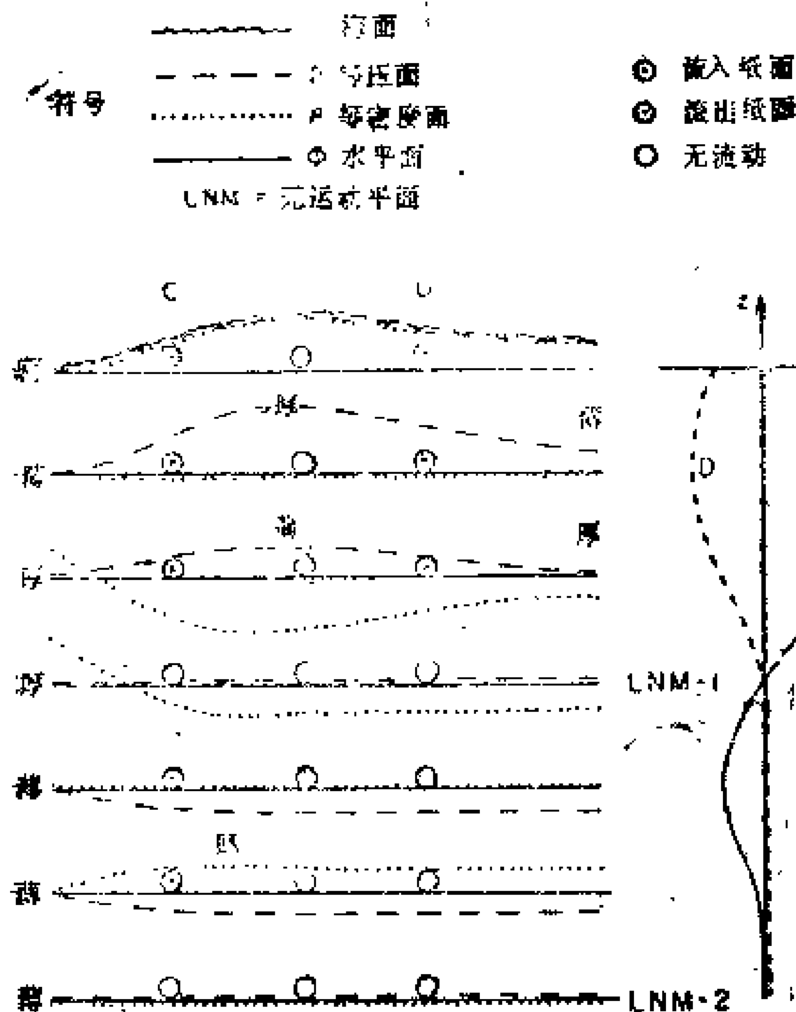
从这个例子中我们看到，水平密度梯度和相应的等密度面坡度都很大，可以观测得到；而压强梯度和等压面坡度都很小，除了在强海流区可通过卫星测高仪对其进行观测外，在其他海区一般是观测不到的（因为预期的±0.1米的精度是与多数海洋中的等压面高度的实际变化差不多的）。海洋中的密度差是很小的，因此等密度面的坡度为等压面坡度的$\rho/\Delta\rho$倍。如果密度测量的同样与压强和深度只能达到的测量精度相同（约为$1/10^3$），那么我们就不能探测到等密度面的坡度。幸运的是，我们可以通过测定盐度和温度把密度变化的测量提到更高的精度（$\pm 5/10^6$左右），或把σ_t的测量提高到0.005的精度。如果我们能把深度和压强差的测量提高到$1/10^6$的精度，那么我们就可以利用压强场直接得到相对速度场。如果我们能把海平面的测量提高到±1厘米:100千米的精度，对中纬度海区我们就能得到±1厘米·秒$^{-1}$精度的绝对速度场，但这种测量能力在可预见的将来似乎是不太可能的。

图8.10(d)给出了一个类似于8.4.3节的稍微更实际一些的例子，但在深度100米以上没有V的减小。注意，与前面几张图不同，此图中等压面坡度和等密度面坡度的放大倍数是不同的，p的放大了10^5倍而ρ的放大了10^3倍，这样做是为了表明等密度面的坡度比等压面的坡度大，尽管我们在图上不能表示出等密度面的坡度与等压面的坡度之比为1000:1。在这种情况下，由于压强效应引起的等密度面的坡度比起与铅直方向速度剪切有关的坡度来是很小的，以致无法把它表示出来。在流动的上部，V是很大的，且与z无关。各等压面是彼此平行且向右向上倾斜的（图中坡度约为10^{-1}，实际坡度约为10^{-6}）。等密度面是水平的（按此放大倍数放大后的坡度

应为 10^{-5}，而海洋中的真实坡度为 10^{-6}）。当速度开始随深度减小时，等压面坡度就逐渐减小，最后在运动的无平面上等压面坡度变为零。在速度铅直剪切很大的地方，等密度面的坡度是很大的，而且向右向下倾斜，随着深度的增加，等密度面的坡度逐渐减小，在V和$\partial V/\partial z$都等于零的无运动面上，等密度面的坡度为零；在现在的情况下，不象图8.10(c)那样，速度和等密度面坡度都不出现不连续性。

如果我们只有一张等密度面的图（还没有算出动力学高度），那么为了大致了解地转流的状况，我们必须用心算的办法，将密度从预期速度为零或速度很小的面上开始进行推断。在图8.10（d）中，从无运动水平面开始，等密度面向右向下倾斜（轻水在右边），因此相对速度必然是向上增加，直到等密度面变成水平以后，速度V便保持均匀不变。因为速度V向上增加并指向纸内，所以等压面必然向右向上倾斜（在等密度面向下倾斜的区域，等压面的倾斜方向与等密度面的倾斜方向相反）。

图8.11表示近似符合实际的更复杂的情况。等压面坡度的放大倍数还是10^5，等密度面坡度的放大系数还是10^3。右边（区域D）的流动类似于图8.10（d）表示的流动，但流动方向相反，而且在海面附近流速量值向着表面的方向有所减小，所以海面附近的等密度面坡度与等压面坡度具有相同的符号。在上面的无运动水平面（LNM_1）的上方，区域C类似于区域D，但是这两个区域中的流动方向相反，而且对于区域D，由于在上面的无运动面上流向发生改变，所以在这个面上的剪切和等密度面的坡度均不为零。随着深度的增加，区域C中的流动变为负的，等压面向右向下倾斜；当剪切变为零时，等密度面也变为水平。在上面的无运动面下



适用于北半球（坡度已被放大了）

图 8.11 一个更实际（也更复杂）的例子。斜压质量场、压强场和流动方向三者之间的关系（北半球）；C站和D站上速度的铅直变化

坡度是放大了的，等压面坡度约放大了10^5倍，而等密度面的坡度约放大了10^3倍

方，区域C中的等密度面向右向上倾斜，而等压面则向右向下倾斜；最后在下面的无运动面（LNM_2）上，等压面和等密度面又一次变成水平。概括起来说，由于在无运动面上流速为零，而且向上流速增加（可以为正流速也可以为负流速），所以等压面的坡度和等密度面的坡度具有相反的符

号，但在局部上它们也可以有相同的符号或其中一个是水平的而另一个是倾斜的。在这种情况下，用心算的办法对等密度面的断面分布图进行推断就更加困难了，除非对于非常简单的情况。由密度场推断出速度场要求具有相当丰富的经验。

我们还必须知道速度为零的面在什么地方。我们可以想象，如果加上图8.10（b）那样的正压场，使得C区的流动方向上下都保持一致，而D区的深层流动是正的（尽管这种极端情况是不太可能的），那么所得的相对速度场仍然是正确的，但绝对速度场就会完全不同。如果无运动水平面是仔细选择的，那么就有希望得到一个合理的流动图象。尽管在图8.11中我们把C区和D区上面的无运动平面都画在同一水平面上，但必须记住，无运动面的位置可能随地点而变，因此在两个区域可以是不同的。

在低纬度和中纬度海区，温度是决定密度的主要因素，因此温度断面图（在流场中直接画出）可以用来作为密度断面图的合理近似。判断相对流向（相对于较下层的海流而言）的法则"在北半球，沿着流动方向观察时，密度较小的海水位于右方"现在变成了"温度较高的海水位于右方"，而且等温线向右向下倾斜。在8.43节的例子中，在每个深度上，B站水的温度都高于A站水的温度（除了800米深度处，那里两站的温差很小）。因此速度向上增加且指向东。在100米深度以上，速度的轻微降低在温度场中是看不出来的；而A站的密度比B站的密度低，这是由较低的盐度引起的。不过，温度场可表示出流动的主要特征。

在海洋学中，常常认为正压流动是由等压面的均匀倾斜引起的（象密度基本上只依赖于压强的深水情况那样），而且

速度不随深度而变。斜压流动是由产生于密度变化的等压面附加倾斜引起的。在压强梯度力与科氏力平衡的意义上，以上两种流动都是地转流动，例如，在图8.12中，如果ABC代表水平速度的铅直变化，那么可以认为图中的速度是由两部分组成的，一个是正压部分V_b，另一个是斜压部分V_c。在图8.12（a）中，正压部分和斜压部分的方向相同；而在图8.12（b）中，它们的方向相反。斜压部分可以从地转（速度剪切）的计算中得到，但正压部分在地转计算中不会出现，它必须通过其他方法得到。这种划分似乎有点任意性，但它与深水中成立的正压流体的定义$\rho=\rho(p)$是一致的。然

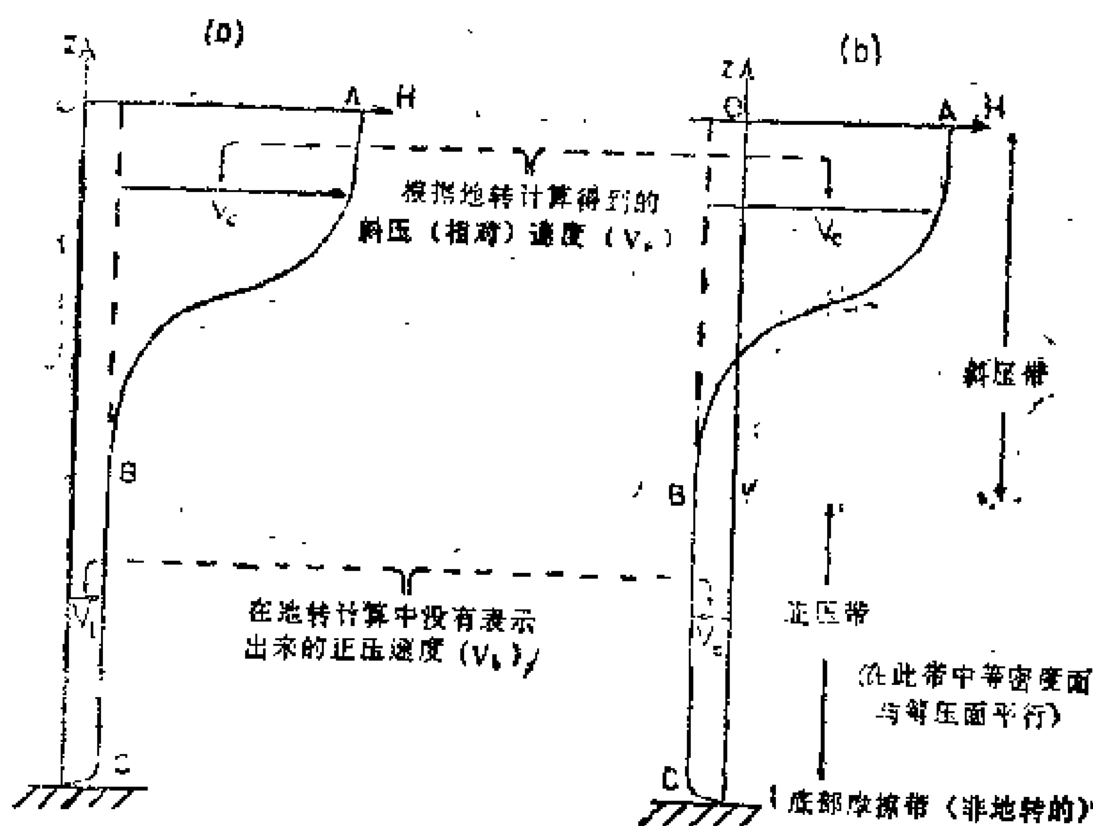


图 8.12　作为地转速度的正压部分（V_b）与斜压部分（V_c）组合的水平速度

（a）V_b与V_c同方向，（b）V_b与V_c反方向（注意实际上V_b，V_c不必要共线）

而，有些理论物理海洋学家取海面速度作为正压部分，而取相对于海面速度之偏离为斜压部分，因此，在特定问题的讨论中弄清所采用的系统是重要的。在第十二章将要讨论的时变波浪运动中，把正压运动视为与表面坡度和表面速度有关是合适的。

8.8 关于地转方程的说明

根据两个海洋观测站[例如A，B，见图8.13（a）]的资料计算地转流的方法只能得到垂直于线AB的海流分量V_1。为了得到总的海流，有必要用另外一对观测站（例如B，C）的资料进行计算，以便得到另一个分量（V_2），然后对这两个分量求矢量和，便得到总的海流V_H），如图8.13（b）所示。通常，为了得到一个区域上的总海流图像，应该有该海区的许多观测站位，然后将这些站位划分为许多组，每组三个；对每一组都可计算出相应的总海流。如果只需要求出通过某一个海峡的净输送量，那么只要在跨过海峡的一条直线上布设

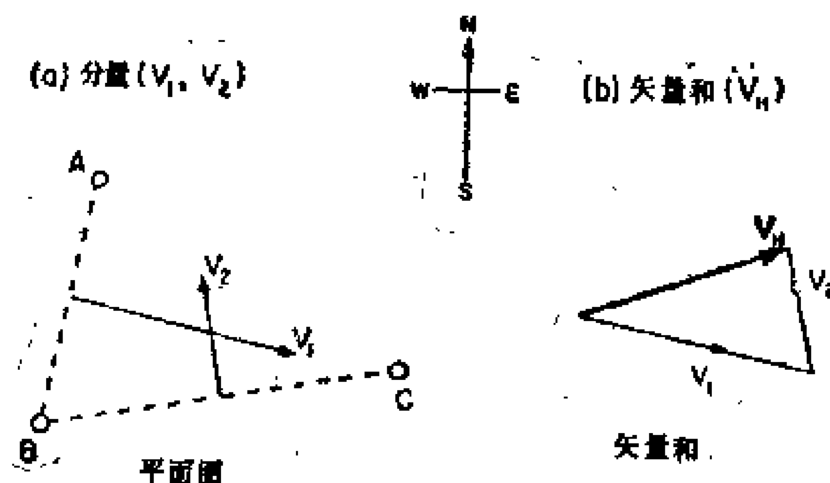


图 8.13 观测站AB得到的速度分量为V_1，BC得到的分量为V_2；总的水平速度V_H是它们的矢量和

观测站就够了。

计算海流的地转方法存在一些缺点：

（1）它只能给出相对海流，而且选择合适的无运动水平面也是个问题[曾经用过许多方法，其中一些方法已由Sverdrup等人（1946）和Defant（1961）给出了描述]。然而有证据表明，地转方程如果使用得法，可以给出深水中的合理值，例如Wüst用Pillsbury的资料对佛罗里达海峡所作的计算（见Sverdrup等人的书）和Knauss（1960）对赤道太平洋所作的计算就是这样的例子。

（2）在作地转计算时会碰到这样一个问题，即当观测站靠近海岸时，所选取的无运动水平面可达到海底。Sverdrup等人（1946）和Defant（1961）讨论了处理这种情况（有点人为性的）方法。

（3）地转方法只给出了通常相距几十千米的观测站之间的海流平均值，而要想把站位布设得很密是不现实的，这是由于：

（a）S，T和p测量精度的限制，从而也是α测量精度的限制（这些量的实际值在两站间的差必须显著大于这些量在个别站上的测量误差）。

（b）航海定位精度有限意味着站间距离（L）会有显著的误差。当然，如果船只安装有精确的定位装置，这种误差就可减至最小。现在可用卫星导航定位来确定静止船只的位置，其精度可达100米或更高，但观测时船只的漂浮会给地转计算中采用的L值带来很大的不确定性。

（c）内波运动会使固定点的密度出现振动式的变化，从而使密度场的测量变得更复杂，密度的这种振动式变化的效应是很难修正的（见Defant的文章，1950）。

事实上，地转计算只给出两站间距离上海流的平均值，这说明计算过程包含着平滑的效应，这种平滑效应可能并不是缺点，如果我们只对大块水体运动有兴趣，或不希望被一些小尺度的或短周期的变化所迷惑的话。

（4）在推导地转方程时，摩擦已被忽略。实际上，在海底附近或有海流剪切的地方，摩擦可能是显著的，因此地转方程对这些地方是不适用的。

（5）在赤道附近，地转方程不再成立，因为在赤道附近科氏力变得很小以致摩擦力可能是很重要的。但是Knauss（1960）的计算结果与海流直接测量结果的比较说明，方程的失效只在赤道附近，纬度为±0.5°（即±50千米）的范围以内。

（6）算出的地转流包括了所有长周期的瞬变海流。如果地转流只是根据两个站算出来的，那么要把瞬变海流与定常海流分离开是不可能的。原则上可以每隔一定时间重复对各站的海流进行计算，以找出非定常的海流成分，但实际上是很少这样做的。

尽管有这些缺点，但必须承认，地转方程的应用为我们提供了关于海流速度的大量知识。地转方法仍然是大面积区域上快速得到海流信息的唯一方法。近来仪器的发展提供了进行现场观测的各种手段，例如斯瓦罗浮子及各种类似的中性浮体可直接给出深海海流的拉格朗日图像，从固定在锚系浮标附近的船上放下的海流计可以得到欧拉型海流的铅直分布，另外现在还广泛使用适当布设的锚系海流计串，以研究有限区域上的环流。关于漂移浮标、海流计和锚系技术的简要描述可以在《描述性物理海洋学》（Pickard和Emery，1982）一书中找到。为了得到相当的成果，所有这些技

术的发展都要求我们作出巨大的努力。从斯瓦罗浮子和海流计得到的资料表明，存在着许多不同周期的瞬变海流，它们在空间上有十分复杂的变化，因此要得到平均流动的良好近似值是很困难的，这样我们也就无法用实测的海流来检验地转方程的适用程度，也就无法得到对于大面积区域上的地转计算所需要的已知运动面。为了在没有海流直接测量资料的情况下得到无运动面的深度，新近提出的一种分析方法（β螺旋法）将在下节予以介绍。

锚系海流计（常常附有T，S等记录器）的一些站位网已布设在我们感兴趣的区域，这就使得我们可以对海流作长期的研究，并可以得到海流随时间变化的信息。这种方法耗资是很大的，对于一般海洋尺度的区域，用这种方法在经济上可能是不合算的；也许最好的方法还是利用数值模拟（如第十一章所描述的），同时进行少量的海洋测量，以便用这些测量值调整模式中的参数和校核模拟结果。

8.9 β螺旋

Schott和Stommel（1978）提出了只根据密度场的测量值来得到绝对速度的一种方法。这种方法可以用于地转方程(8.10)[$fv=\alpha(\partial p/\partial x)$；$-fu=\alpha(\partial p/\partial y)$]近似适用的区域。假定在海水的流动过程中密度不发生变化，即$d\rho/dt=0$；若$\partial\rho/\partial t=0$（定常状态），则有

$$u\frac{\partial\rho}{\partial x}+v\frac{\partial\rho}{\partial y}+w\frac{\partial\rho}{\partial z}=0 \qquad (8.15)$$

如果我们利用布兹涅斯克近似下的热成风方程(8.14)，并用 $\rho_0 f\frac{\partial v}{\partial z}=-g\frac{\partial\rho}{\partial x}$；$\rho_0 f\frac{\partial u}{\partial z}=g\frac{\partial\rho}{\partial y}$（其中$\rho_0$

是平均密度)来替换方程(8.15)中的$\partial\rho/\partial x$和$\partial\rho/\partial y$,便得到

$$-u\frac{\partial v}{\partial z}+v\frac{\partial u}{\partial z}=-\left(\frac{g}{f\rho_0}\right)w\frac{\partial\rho}{\partial z} \tag{8.16}$$

如果我们把速度分量写成$u=V\cos\theta$, $v=V\sin\theta$, 则方程(8.16)就变成

$$\frac{\partial\theta}{\partial z}=w\frac{\partial\rho}{\partial z}\left(\frac{g}{\rho_0 fV^2}\right) \tag{8.17}$$

因为$\partial\rho/\partial z<0$，而且在北半球有$f>0$，如果$w>0$（向上)，则$\partial\theta/\partial z<0$，因此沿着水柱往上看，海流向右偏转($\theta$变小)，或者说沿着水柱往下海流向左偏转。在南半球$f<0$，对于$w>0$，海流往上向左偏转。当然，如果$w=0$，流动方向不随深度的变化而偏转。为了看出$w\neq0$和旋转是可能的，我们根据地转方程（8.10)和连续方程(4.4)($\partial u/\partial x+\partial v/\partial y+\partial w/\partial z=0$）来导出$\partial w/\partial z$的方程。在方程（8.10）中，利用布兹涅斯克近似，即把α当作常数，于是

$$\frac{\partial(fu)}{\partial x}=f\frac{\partial u}{\partial x}=-\alpha\frac{\partial^2 p}{\partial x\partial y}$$

$$\frac{\partial(fv)}{\partial y}=f\frac{\partial v}{\partial y}+v\frac{\partial f}{\partial y}=\alpha\frac{\partial^2 p}{\partial y\partial x}$$

因为对p的微分次序是可交换的，所以

$$f\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)+v\frac{\partial f}{\partial y}=0$$

利用方程（4.4）并用β代替$\partial f/\partial y$，我们得到

$$\beta v=f\frac{\partial w}{\partial z} \tag{8.18}$$

现在如果$v\neq0$，即流动不正好是东-西向的，那么$\partial w/\partial z\neq$

0，即w随z变化，所以不能处处为零。于是f随纬度变化而使$\beta \neq 0$这个事实，就使得地转流动有可能随深度的变化而旋转；因此本节要介绍的方法称为"β螺旋法"。

[注意，方程（8.18）是对于地转流动的涡度守恒方程；涡度的概念将在第九章中讨论]。

怎样利用这种方法来计算绝对速度呢？设$z = -h_0 + h(x, y)$表示一个等密度面，$h(x, y)$是从$z = -h_0$算起的高度。假定我们在这个面上沿着x方向移动，那么就有$dz = (\partial h/\partial x)dx$和$d\rho = (\partial \rho/\partial x)dx + (\partial \rho/\partial z)dz = 0$。于是，$\partial h/\partial x = -[(\partial h/\partial x)/(\partial \rho/\partial z]$就是这个面在$x$方向上的坡度。同样地有$\partial h/\partial y = -[(\partial \rho/\partial y)/(\partial \rho/\partial z)]$。利用这些值代入方程（8.15）的$\partial \rho/\partial x$和$\partial \rho/\partial y$，便得到

$$u\frac{\partial h}{\partial x} + v\frac{\partial h}{\partial y} = w \tag{8.19}$$

此方程对z求偏导数，得

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(u\frac{\partial h}{\partial x} + v\frac{\partial h}{\partial y}\right) = \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\beta v}{f}$$

用$\partial h/\partial x$，$\partial h/\partial y$将热成风方程（8.14）改写为

$$\frac{\partial v}{\partial z} = \frac{g}{\rho_0 f}\left(\frac{\partial h}{\partial x}\frac{\partial \rho}{\partial z}\right)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{g}{\rho_0 f}\left(\frac{\partial h}{\partial y}\frac{\partial \rho}{\partial z}\right)$$

由此我们看出，$\frac{\partial u}{\partial z}\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial z}\frac{\partial h}{\partial y} = 0$，因而代入前式有

$$u\frac{\partial^2 h}{\partial x \partial z} + v\left(\frac{\partial^2 h}{\partial y \partial z} - \frac{\beta}{f}\right) = 0 \tag{8.20}$$

如果在一个区域内有足够多的观测站，那么根据ρ(或σ_t或ρ_θ）的观测资料就可以确定出$\partial h/\partial x$和$\partial h/\partial y$，它们都是z

的函数，然后$\partial h/\partial x$和$\partial h/\partial y$对z的偏导数也可以计算出来。假定我们已经算出基于某一参考水平面的相对地转速度u'和v'，而参考水平面上的速度分量为u_0和v_0。那么$u=u_0+u'$，$v=v_0+v'$，于是有

$$u_0\frac{\partial^2 h}{\partial x\partial z}+v_0\left(\frac{\partial^2 h}{\partial y\partial z}-\frac{\beta}{f}\right)+u'\frac{\partial^2 h}{\partial x\partial z}$$

$$+v'\left(\frac{\partial^2 h}{\partial y\partial z}-\frac{\beta}{f}\right)=0 \qquad (8.21)$$

如果我们用N个水平面来决定u'，v'，$(\partial^2 h/\partial x\partial z)$ 和 $(\partial^2 h/\partial y\partial z)$，我们就得到具有方程（8.21）形式的求解$u_0$和$v_0$的$N$个方程。如果观测资料没有误差，那么两个水平面就足够了。可是在观测中很可能有误差，特别是来自时变运动的噪声，因此这组方程（8.21）不能精确地满足。我们利用最小二乘法来解u_0和v_0，使得方程（8.21）左端的平方和取最小值。

Schott和Stommel（1978）用许多地方的历史资料对这种方法进行了检验。在一个具体地方得到的u_0；v_0值，常常依赖于计算方程（8.21）中的$(\partial^2 h/\partial x\partial z)$和$(\partial^2 h/\partial y\partial z)$项时所采用的深度范围。Behringer（1979）通过使用流动方向来对这种方法稍微作了一些改动，所用的流动方向也可由密度场确定。他采用两种方法通过流动方向改写u_0和v_0的方程，在此基础上提出了三种最小二乘法的求解方案，他提出的方案与Schott和Stommel提出的方案是不一样的。Behringer提出的方案似乎给出了更好的结果。他还发现，如果先将流动方向加以平滑以降低“噪声”，那么三种方案给出的结果十分相近。Behringer和Stommel（1980）采用专门为检验而特地在中部大西洋收集的资料对此方法进行了检

验。所有的计算方案都给出一致的结果，利用同一资料且使用Wunsch（1978）给出的方案所算得的结果也是一致的。看来"β螺旋"方法和Wknsch的方法是很有前途的，但是对广阔的海洋来说，可能需要比现有资料更详细的密度场的观测资料。

8.10 应用地转方法得到强海流速度的合理性

作为一个例子我们来考虑墨西哥湾流。依海流流动来选定坐标轴的方向是很方便的，因此我们取x轴与流动方向垂直而取y轴与流动方向一致（我们通常采用正x轴向东，正y轴向北的坐标系，而现在这里是一个例外）。和第七章一样，我们采用尺度分析的方法并使用涡动粘性系数表示的摩擦力项。取湾流的特征宽度为$L_x = 100$千米$= 10^5$米，取其特征长度为$L_y = 1000$千米$= 10^6$米。对于沿湾流方向（y方向）上的海流速度分量，我们取$V = 7$米·秒$^{-1}$（最大值可高达3米·秒$^{-1}$）；对于横跨湾流的方向（x方向）上的分量，取$U = 0.1$米·秒$^{-1}$（因为湾流的流束宽度可能扩展）。然后取深度尺度为$H = 10^3$米，由连续方程可知铅直速度的量阶为$0(UH/L_x = VH/L_y = 10^{-3}$米·秒$^{-1})$。在第七章我们曾指出并且作作为练习留给读者讨论，铅直方向上的方程被简化为流体静力学方程。假定流动为定常状态（即$\partial u/\partial t = \partial v/\partial t = 0$），并对涡动粘性系数取最大值$A_z = 0.1$米^2·秒$^{-1}$和$A_x = A_y = 10^5$米^2·秒$^{-1}$；下面让我们来研究$x$方向上的运动方程：

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} = -\alpha\frac{\partial p}{\partial x} + fv - 2\Omega\cos\phi\cdot w$$

$$+ A_x\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + A_y\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + A_z\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

引进我们在上面选取的尺度，并取$f=10^{-4}$秒$^{-1}$（对于$\phi=45°$的值），上面方程中各项的量阶为

$$\frac{10^{-2}}{10^{5}}+\frac{10^{-1}}{10^{6}}+\frac{10^{-4}}{10^{3}}=?+10^{-4}-10^{-7}+10^{5}\frac{10^{-1}}{10^{10}}$$

$$+10^{6}\frac{10^{-1}}{10^{12}}+10^{-1}\frac{10^{-1}}{10^{6}}$$

两边除以fv的量级10^{-4}，则有

$$10^{-3}+10^{-3}+10^{-3}=?\quad+1-10^{-3}+10^{-2}+10^{-4}+10^{-4}$$

因此x方向（即横跨湾流的方向）的方程在1%的误差范围内为地转方程（记住，我们已经用了涡动粘性系数的最大值，因此1%左右的误差应该是摩擦效应的上限）。即使是在象湾流这样的强海流中，这个方程也可以用来求顺流的分量v。

现在考虑y方向的方程：

$$u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}$$

$$=-\alpha\frac{\partial p}{\partial y}-fu+A_x\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+A_y\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+A_z\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$$

即

$$10^{-6}+10^{-6}+10^{-6}=-?\quad-10^{-5}+10^{-5}+10^{-7}$$

$$+10^{-7}$$

现在的非线性项约为fu项的10%，而最大摩擦力项与fu几乎有同样的量级。如果我们使用V的最大值3米·秒$^{-1}$，那么非线性项就约为fu的30%，而摩擦力项有可能会高达fu的三倍（在x方向的方程中采用较大的v值并不改变各项间的相对重要性，因为v同时也出现在科氏力项中）。因此，对于y方向的方程，地转近似不是好的近似。虽然我们可以根据密度分布，利用地转近似来计算相对于一个参考水平面的

顺流速度分量，但不能利用这个近似来寻找象墨西哥湾流那样强的海流中的方程的解。在强海流中，必须考虑摩擦项，也许还要考虑非线性项。的确，如果摩擦力项略小于最大值（此最大值来自南极绕极流中摩擦效应的估计），那么非线性项可能会与摩擦力项的大小差不多，甚至会大于摩擦力项[用理论家有时使用的术语来说，在象墨西哥湾流这样的区域里，y方向动量方程中的罗斯贝数和埃克曼数（在此情况下为E_x）的量级变为1]。

第九章　有摩擦时的海流：风生环流

9.1　风生环流——引言

大洋表层环流的显著特点是：在北半球，环流沿顺时针方向流动；在南半球，环流沿逆时针方向流动(参看图8.8)，十五世纪初期，西班牙的航海者就已经知道了北大西洋环流的这一事实。随着航海记录的累积，其他大洋的环流情况也相继为人们所熟悉。在十八世纪中期，人们把大洋环流的成因归结为赤道地区和极地地区接受的太阳热量的差别，但是没有人提出关于大洋环流的任何定量的理论。大约在1875年，Croll深信八世纪中期关于大洋环流成因的假说是不正确的。虽然他也没有提出关于环流的任何理论，但他却认为风的摩擦应力是导致大洋环流的直接原因。1878年，Zöppritz以定量的方式证明，从风到海水的能量和动量的传递过程是非常缓慢的，不能用这一过程来解释大洋环流的成因。虽然我们不应该对Zöppritz进行非难，但是他的证明在数值上是错误的。在他的计算中，使用的摩擦系数是实验室中对层流测定的分子粘滞系数。他的计算结果表明，当表面风改变时，即使是几米深处的海流也需要经过几个月的时间才能发生相应的改变。但是，不久之后就有人指出，对于表面风的变化，只需要数小时而不是几个月，几十米深处的上层海流便能作出相应的变化。其理由是：在自然水体中，流动几

乎都是湍流的，对于这种方式的流动，起作用的是湍流或“涡动”粘滞性，结果便使动量和能量的铅直传递率大大增加，可达到分子运动过程引起的传递率的几十万倍。这种湍流粘滞效应，在Zöppritz生活的年代里还不为人们所了解。

对于总的大洋环流来说，风的驱动作用和密度变化效应都是重要的，但是对于大多数海区，在1000米左右的海洋上层，风的驱动效应起着支配的作用。在这一章，我们将讨论风生海流，在下一章将讨论密度差的驱动效应。

使用涡动粘滞系数的概念，可将已被人们接受的风生环流理论的发展分成如下几个阶段。下面提到的各项事实，至少可被认为是风生环流理论沿着正确方向发展的各个阶段的起点。

（1）大约在1898年，Nansen定性地解释了如下的观测事实：风生海流的流向与风向并不一致，两者构成了20—40°的夹角，而且在北半球流向位于风向的右边。

（2）1902年，Ekman对于理想化的海洋，定性地阐明了地转是如何导致Nansen所观测到的海流偏转现象的。

（3）1947年，Sverdrup指出，作为驱动力的风是如何决定着赤道表层流的主要特征的。

（4）1948年，Stommel阐明了风生环流的西向强化问题。

（5）1950年，Munk把上述理论结合起来，得到了用实际风场定量描述风生环流主要特征的解析表达式。

（6）在最近几年，对各个大洋和世界大洋的环流提出了许多数值模式。

上面提到的主要风生环流都是相当定常的。迭加在这定常环流之上的有惯性流和潮流，这两者都是随时间作周期变

化的。另外，近几年来，随着洋流直接观测资料的累积，我们已清楚地知道，海流中还存在着其他的随时间变化的运动，它们具有许多不同的空间尺度和时间尺度，而且在某些海区中，其流速量值可远远大于平均流的流速量值。在这一章中，我们将介绍定常环流（或长期平均环流）理论的发展情况，即介绍上面提到的阶段(1)—(5)，至于阶段(6)，将在第十一章介绍。在第十一，十二和十三章，我们将讨论随时间变化的运动的各个方面。

9.2 Nansen的定性论证

首先，我们介绍生物学家Nansen提出的定性论证的要点。Nansen的论证目的在于说明，北极的冰山漂移方向为什么会在海面风向的右方，而不与风向一致。

图9.1(a)表示表层水立方体的透视图，图中箭头表示风向。风摩擦引起切应力F_t，作用于水立方体的上表面，并使

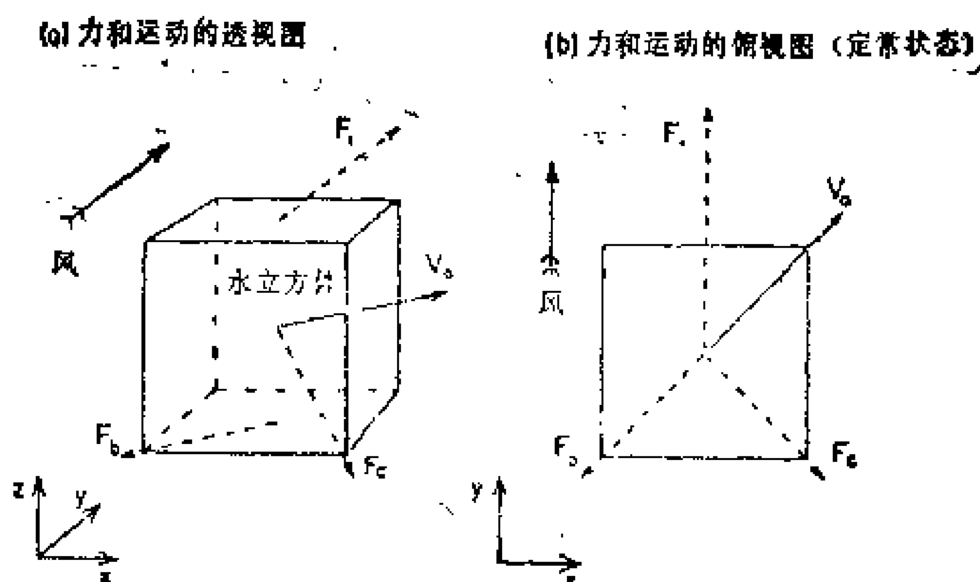


图 9.1 表层处水立方体所受的各力

水立方体沿风向运动。水立方体一旦开始运动之后，指向风

向右方的科氏力F_c便发挥作用。结果，水立方体实际运动的方向将在F_t和F_c方向之间。另外，当表层海水相对于下层海水运动时，又将有流体的摩擦阻力F_b作用于立方体的底面上，其方向与运动方向相反。F_t和F_c结合在一起将使水立方体加速，但是，当水立方体加速时，阻力F_b也随之增加。最后，将达到一种定常状态。此时F_t，F_c和F_b三者处于平衡[图9.1(b)的平面图]，水立方体以定常速度V_0运动，其运动方向介于F_t和F_c方向之间，在北半球时，即位于风向的右方。为了确定相对于风的精确方向，必须象Ekman做的那样（参阅9.4节），根据运动方程进行定量的讨论。

9.3 包含摩擦力项的运动方程

略去科氏力中的fw项（这一点已在6.34节中提到，并在7.3节证明了其合理性），并引进摩擦力，那么水平运动方程变为

$$\frac{du}{dt}=fv-\alpha\frac{\partial p}{\partial x}+F_x$$

$$\frac{dv}{dt}=-fu-\alpha\frac{\partial p}{\partial y}+F_y \tag{9.1}$$

式中 F_x和F_y代表作用于单位质量流体上的摩擦力分量。

如果加速度为零（即流体运动定常且对流加速度为零，或对流加速度可忽略不计），那么，$\frac{du}{dt}=\frac{dv}{dt}=0$，此时，我们要处理的是作用在单位质量流体上的三个力的平衡问题：

$$fv+F_x-\alpha\frac{\partial p}{\partial x}=0$$

即

$$fu+F_y-\alpha\frac{\partial p}{\partial y}=0$$

科氏力+摩擦力+压力=0

这些力的平衡示意地表示于图9.2中。应该注意，这三项都是力，我们应该按矢量的加法法则将其相加。(9.2)式中的两个方程是分量形式的方程，我们也可象图9.2那样，用图解的方式将各分力相加

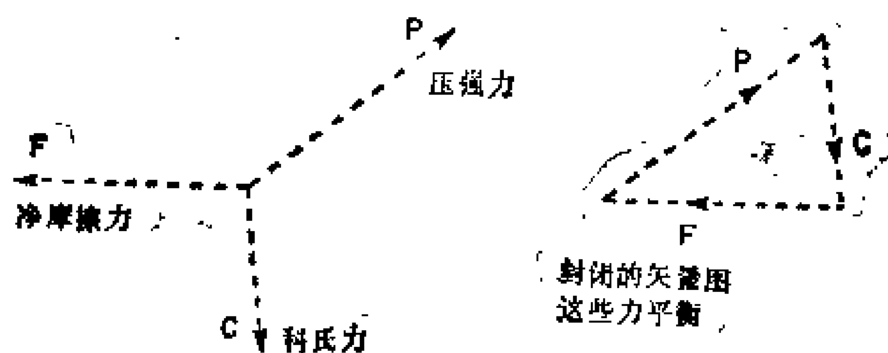


图 9.2　作用于水体上处于平衡状态的三种力

这种情况下的力平衡关系与地转关系不同，因为存在第三种力——摩擦力，所以压强梯度力与科氏力不再是量值相等、方向相反。在寻求方程的解之前，我们必须先写出摩擦力F_x和F_y的表达式。摩擦力是当物体间发生相对运动，或有发生相对运动的趋势时，才存在的力。固体间的摩擦力是大家所熟知的，而在流体中如果两部分流体作相对运动，则摩擦力也将出现。这两部分流体的运动可以方向相反，也可以方向相同，但流速量值不等（见图9.3)。在这两种情况下，我们就说流体中存在“速度切变”，而摩擦力的数值则与切变有关。在图9.3中，切变量用$(u_5-u_4)/(z_5-z_4)=\delta u/\delta z$表示，当$\delta z\to 0$时，此量趋于$\frac{\partial u}{\partial z}$。根据牛顿摩擦定理，如在

流体中取一平行于流动的平面，则作用于此平面单位面积上的摩擦应力为

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial z} = \rho\nu \frac{\partial u}{\partial z} \tag{9.3}$$

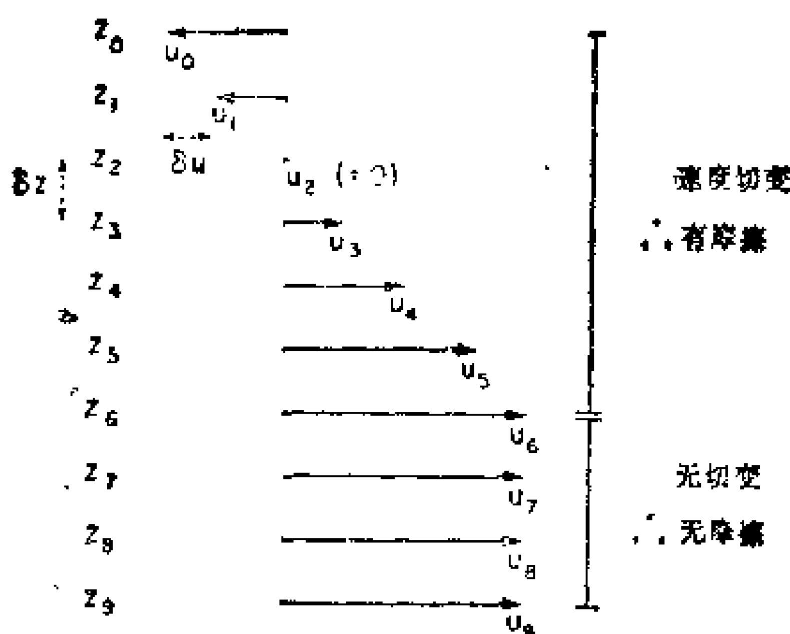


图 9.3 解释速度切变与无切变的示意图

应力τ作用在以不同速度移动的两个流体层的界面上，此应力使速度较快的流体层变慢，使速度较慢的流体层变快[方程(9.3)所示的摩擦定理适用的流体称为牛顿流体。水（包括海水）和空气都是牛顿流体，但是分子结构更复杂的物质，如长链聚合物，具有更复杂的特性，因而是非牛顿流体]。

量μ是动力学分子粘滞系数，而$\nu = \mu/\rho$是运动学分子粘滞系数。对于20°C的海水，μ值约为10^{-3}千克·米$^{-1}$，ν值约为10^{-6}米^2·秒$^{-1}$。在海洋中，海水的μ值和ν值随温度和盐度而变，其中温度的变化起着主要的作用，而盐度的效应则比较微弱。海洋中海水的μ值和ν值分别为上述数值的0.8—1.8倍。这些数值均指分子粘滞系数的值，它们只能用于雷诺数

($Re=UL/\nu$)小于1000(参阅7.13节)时的层流，例如小直径毛细管中的流动。在海洋中，流动一般是湍流，运动学粘滞系数的有效值是涡动粘性值（参阅7.2节），对于水平切变（如$\partial u/\partial y$，$\partial v/\partial x$)，相应的A_x和A_y值可高达10^5米^2·秒$^{-1}$，对于铅直切变（如$\partial u/\partial z$），相应的A_z值可高达10^{-1}米^2·秒$^{-1}$。

涡动摩擦应力$\tau=\rho A_z\cdot\partial u/\partial z$是一层流体对相邻上一层或下一层流体的作用力，它作用在相邻层流体的表面上，其数值是指单位面积上的受力，但为了将此力代入运动方程，我们需要写出作用于一定质量流体上的力的表达式。图9.4表示一个小立方体的流体，在z方向上存在切变，我们所需的力是$(\tau_2-\tau_1)\delta_s$，此力沿x方向。

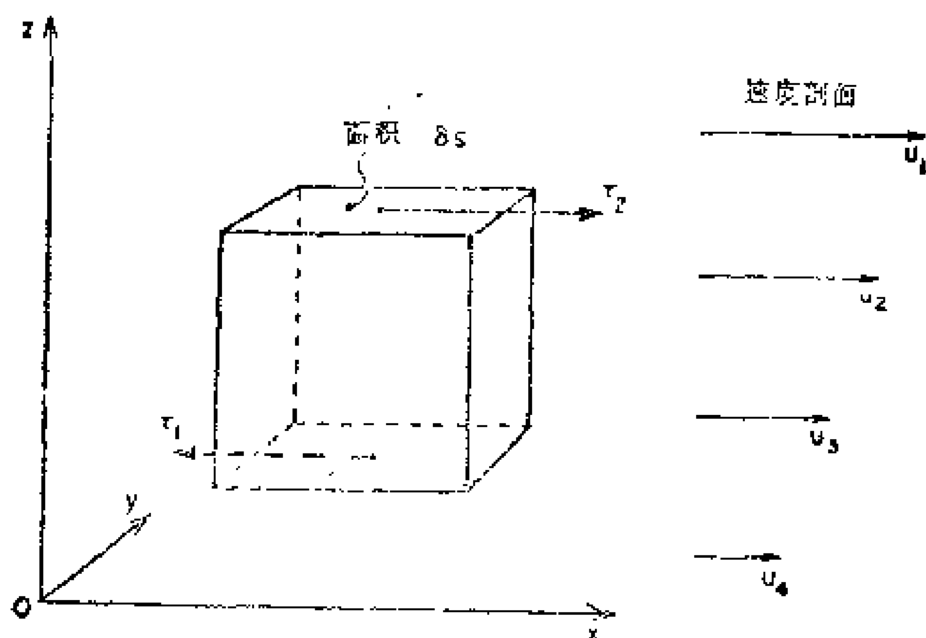


图 9.4 运动方程中摩擦力项的导出

因为
$$\tau_2=\tau_1+\frac{\partial\tau}{\partial z}\delta z$$

所以
$$(\tau_2-\tau_1)\delta s=\frac{\partial\tau}{\partial z}(\delta s\delta z)=\frac{\partial\tau}{\partial z}(\delta V)$$

式中 δV = 立方体体积的值。当$\delta s, \delta z \to 0$时，$\delta V \to 0$

$$\text{作用于单位体积上的力} = \frac{\partial \tau}{\partial z}$$

$$\text{作用于单位质量上的力} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial \tau}{\partial z} = \alpha\frac{\partial \tau}{\partial z} = \alpha\frac{\partial}{\partial z}\left(\rho A_z \frac{\partial u}{\partial z}\right) \tag{9.4}$$

因为我们考虑的是铅直切变($\partial u/\partial z$或$\partial v/\partial z$)，所以在上式中，我们用系数A_z。方程(9.4)中，A_z位于括号内，当涡动摩擦系数随深度而变化时，如(9.4)的表达式是合适的。因为我们对(ρA_z)随深度变化的方式了解甚少，所以，我们将仅限于讨论(ρA_z)假定为常数的情形，此时我们可把(9.4)式改写为

$$\text{作用于单位质量上的力} = A_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \tag{9.5}$$

因为ρ的变化很小，ρ的变化的效应和$A_z\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)$的变化比较起来是不重要的，所以我们可把(9.4)式中的ρ移到括号外面。当然这是一种近似，这种近似与7.41节讨论的布兹涅斯克近似一致。

将式(9.5)代入水平运动方程便变为

$$fv + \alpha\frac{\partial \tau_x}{\partial z} = fv + A_z\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \alpha\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$-fu + \alpha\frac{\partial \tau_y}{\partial z} = -fu + A_z\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = \alpha\frac{\partial p}{\partial y} \tag{9.6}$$

正如7.3节证明的，铅直方向的运动方程简化为流体静力学方程。在这种形式的运动方程中，铅直方向的速度分量w并不明显地出现。在从运动方程中求解出u和v之后，再利用连续方程便可求得w。在7.3节中，我们曾经指出，在海洋

内部，摩擦力项很小，可以忽略不计，但在海面附近和海底附近，摩擦力项不能忽略。要使$A_z\left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)$一类的项保留在运动方程中，其数值必须能和科氏力项相比较，即$A_z(U/H^2)\approx fU$。例如，设$A_z=10^{-1}$米^2·秒$^{-1}$，$f=10^{-4}$秒$^{-1}$，那么，$H^2\approx A_z/f\approx 10^{-1}/10^{-4}\approx 10^3$米^{2}或$H\approx 30$米。当$H\approx 100$米时，摩擦力项的值约为科氏力的10%。所以，在表层100米范围内，或在底层100米范围内，均应考虑摩擦力的作用(如使用理论术语，在海洋的顶部和底部，铅直埃克曼数的量级为1)。

9.4　含摩擦力项的运动方程的埃克曼解

求解方程(9.6)的困难在于：产生运动的力有两种，一种是引起压强项的质量(密度)分布，另一种是风的摩擦力项。我们可以把速度想象为两部分，一部分联系着水平压强梯度，另一部分联系着铅直摩擦。我们可以分别求解出这两部分，然后将它们相加，即

$$fv=f(v_g+v_E)=\alpha\frac{\partial p}{\partial x}-A_z\frac{\partial^2}{\partial z^2}(u_g+u_E)\qquad(9.7)$$

式中　$fv_g=\alpha\frac{\partial p}{\partial x}$，$u_g$和$v_g$为地转速度分量；

$fv_E=A_z\frac{\partial^2 u_E}{\partial z^2}$，$u_E$，$v_E$为与铅直切变摩擦有关的埃克曼速度分量(非地转分量)；

$-A_z(\partial^2 u/\partial z^2{}_g)$这一项是可忽略不计的，因为其值小于$10^{-8}\alpha(\partial p/\partial x)$(参阅7.3节)。

因为方程是线性的，所以速度场的这种分离是可能的。对一个线性系统来说，两个解的和也是方程（系统）的解，

这就是迭加原理；我们在此处又为这种原理提供了一个例子。如果非线性效应比较重要，那么这种分离的做法是不可行的。

为了对问题作出简化，Ekman(1905)假定海水是均匀的，海面不存在倾斜，因此压强项为零，这样就只需求解v_E。另外，他进一步假定海洋是无限广阔的，这样就避免了边界处的侧向摩擦和流向改变的复杂问题。

由于Nansen的建议，Ekman首次研究了海面上风的摩擦应力的效应问题。研究时，他作了如下的假定：

(1) 海洋无限广阔，没有侧边界；

(2) 海深无限(以避免底摩擦力项)；

(3) A_z为常数；

(4) 风是定常的，并吹送很长的时间；

(5) 海水是均匀的，且海面水平，此时流体为正压流体，密度只依赖于压强，所以$\partial p/\partial x=\partial p/\partial y=0$，这样便不存在地转流；

(6) f为常数，即采用f平面近似。

作出假设(2)的根据是：我们有理由认为风生海流随着深度的增加而减小，所以在非常深的深度上，流速小到可忽略不计，因而切变也可忽略不计，于是摩擦力为零，只有表面附近的摩擦应加以考虑。作出假定(3)，一方面是为了简化问题，另一方面也因为我们对A_z随z的变化了解甚少。

在上述假定之下，运动方程简化为

$$\left.\begin{aligned} fv_E + A_z\frac{\partial^2 u_E}{\partial z^2} &= 0 \\ fu_E + A_z\frac{\partial^2 v_E}{\partial z^2} &= 0 \end{aligned}\right\} \text{埃克曼方程} \qquad (9.8)$$

即科氏力＋摩擦力＝0［参阅图9.5(a)］。

为了简单起见，设风向沿正y轴方向［图9.5(b)］，此时，

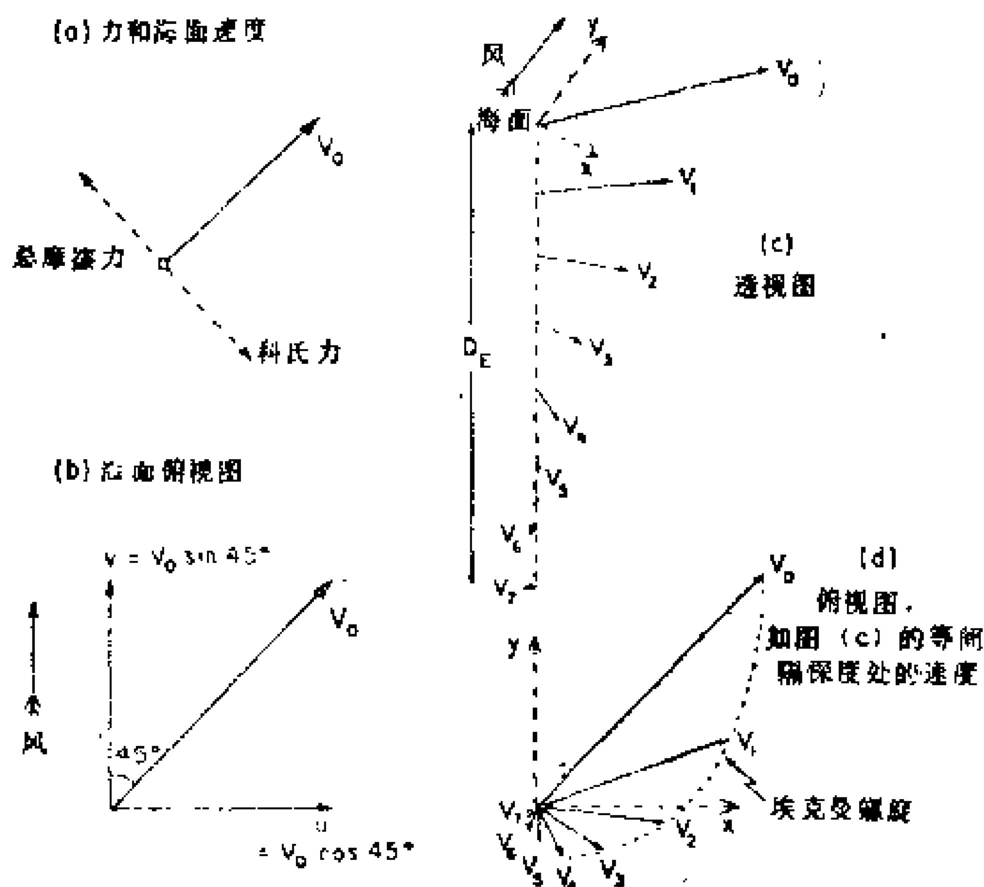


图 9.5　根据Ekman的分析得到的风生海流

(a)净摩擦应力与科氏力平衡，表面流速V_0与这两种力垂直；(b)沿y方向的风，表面流速V_0及其分量；(c)透视图，随着深度的增加，流速量值减小，方向右偏；(d)等深度间隔处流速的平面图和埃克曼螺旋（本图指北半球）

埃克曼方程的解为

$$u_E = \pm V_0 \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{D_E} z\right)\exp\left(\frac{\pi}{D_E} z\right)$$ 对北半球用"＋"号，对南半球用"－"号

$$v_E = V_0 \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{D_E} z\right)\exp\left(\frac{\pi}{D_E} z\right) \qquad (9.9)$$

其中

$V_0=(\sqrt{2}\pi\tau_{yn})/(D_E\rho|f|)$ 是表面处埃克曼流的流速量值 (9.10)

式中 τ_{yn} = 表面风应力的量值(近似地与风速平方成正比，其作用方向与风向相同)；

$|f|$ = f的量值；

$D_E=\pi(2A_z/|f|)^{\frac{1}{2}}$ 是埃克曼深度或摩擦影响深度(下面将讨论此概念)。

下面，我们来讨论这些解：

(1)在海面，$z=0$，其解为

$$u=\pm V_0\cos 45°,\quad v=V_0\sin 45°$$

这就表明，在北(南)半球，表面流与风向成45°夹角，并位于风向的右(左)边[参看图9.5(b)]。

(2)在海表面以下，$z\neq 0$，流速量值$V_0\exp(\pi z/D_E)$随深度的增加(即z变成更大的负值)而减小，而流向则按顺时针方向向右偏转(此处指北半球；如果是南半球，流向按逆时针方向偏转)。流速和流向的这种变化表示于图9.5(c)的透视图中。

(3)在$z=-D_E$的深度处，流速量值只有表面流速量值的$\exp(-\pi)=0.04$倍，而流向与表面的流向相反。通常人为地取深度D_E为风生海流的有效深度，或称为埃克曼层深度。若把各层流速向量投影到平面上，则流速矢端便构成一个螺旋，称为埃克曼螺旋[图9.5(d)]。

我们假定风沿y方向吹送，目的是为了使所得解的形式能够比较简单。如果风沿某一其他方向吹送，而我们相对于此方向来看流动模式，则流动模式应该是相同的。

为了得到表面流V_0、风速W和深度D_E之间的数值关系，

Ekman利用了两个实验性的观测结果。

观测1：风应力的量值$\tau_\eta=\rho_a C_D W^2$，其中ρ_a为空气密度，曳力系数$C_D\approx1.4\times10^{-3}$（无量纲），$W$为风速，其单位为米·秒$^{-1}$。因此，$\tau_\eta=1.3$千克·米$^{-3}\times1.4\times10^{-3}W^2=1.8\times10^{-3}W^2$帕。将上式代入方程(9.10)，便得到

$$V_0=\frac{\sqrt{2}\,\pi\times1.8\times10^{-3}W}{D_E\times1025\mathrm{kgm^{-3}}\times|f|}=0.78\times10^{-5}\frac{W^2}{D_E|f|}\text{ 米·秒}^{-1} \tag{9.11}$$

观测2：Ekman分析的现场观测结果表明，表面流与风速的关系为

$$\frac{V_0}{W}=\frac{0.0127}{(\sin|\varphi|)^{\frac{1}{2}}}\quad\text{（从赤道起算，当纬度大于}\pm10^\circ\text{时）} \tag{9.12}$$

把上式代入(9.11)，并记住$f=2\Omega\sin\varphi$，我们得

$$D_E=\frac{4.3W}{(\sin|\varphi|)^{\frac{1}{2}}}\text{ 米（风速}W\text{单位为米·秒}^{-1}\text{）} \tag{9.13}$$

因此，如果我们知道了纬度φ处的风速W那么，我们便可以算出V_0，D_E和海面下任意深度处的流速。D_E依赖于W的这一事实表明，涡动粘滞系数A_Z随着风速的增加而增加，如果我们知道D_E，就可估计出A_z值。下面的表9.1给出了一

表 9.1 若干D_E值和估计的A_z值

纬度(φ)	10°	45°	80°	A_Z(米^2·秒$^{-1}$)
V_0/W	0.030	0.015	0.013	
风速W(米·秒$^{-1}$)				(估计值)
10	$D_E=100$	50	45米	0.014
20	$D_E=200$	100	90米	0.055

些数值，这些数值是根据上面的关系计算出的。

9.4.1 关于Ekman所用的观测结果的讨论

应该注意，虽然可以相信上面的观测结果(1)和(2)是合理的，但却不是精确的。例如，C_D是可变的，对于15米/秒左右的风速，现在估计出的C_D值为1.3×10^{-3}—1.5×10^{-3}，具有20%的相对误差。

V_0/W的埃克曼表达式(9.12)中的常数表明了三位数字的精度，这个精度可能被夸大了，因为更广泛的资料得出的中纬度的值为2—5%。另外，随时间变化的效应和混合层深度也很可能是重要的。

虽然"混合层"深度与埃克曼深度相等这一假定常常是不正确的，但我们还是常根据上混合层的深度来估计D_E值，或者说，通过与上混合层深度相比较的办法来估计D_E值。混合层深度依赖于当地的风的过去状况，而不是依赖于观测时的风速。混合层深度也依赖于水体的稳定性和通过海表面的热平衡（它决定着对流效应）。混合层的形成是一种复杂的时变过程，这一过程仍然没有得到充分的了解。现在，它仍然是物理海洋学的一个活跃研究领域(10.5节将简要地讨论这一问题)。我们可以认为，埃克曼深度在大多数情况下均小于混合层深度，这是因为混合层深度可以受到短暂强风的很大影响。因此，一般说来，根据D_E值计算出的A_z值可能太大。

最后，Ekman的所有详细结果均依赖于A_Z不随深度而变和风为常数的这一假设，然而实际情形并非如此。因此，随着深度的增加流向右偏，流速减小，这一主要特征可能是正确的，但解的详细特征未必正确。应该注意，我们只是说"可能是正确的"，因为适用于检验理论的流速剖面测量结果

仍然很少。埃克曼理论唯一可应用的海区是开阔的深海，但在那里进行精确的海流测量是困难的，要得到充分定常的风状况也是很困难的。同时，我们也应认识到，埃克曼理论也适用于地面上大气运动的速度结构。已有一些观测结果表明，在大气情况下，埃克曼理论是非常符合实际情况的。随时间变化的效应仍然是一个问题，因为在足够长的时间（几个摆日）内，风速和风向常常都不是不变的；这样，就不能产生定常的海流状况。另外，稳定性的问题也是重要的。

正如7.21节所述，在地面附近的大气中，A_z随高度而线性增加，然后在某一高度范围内保持为常数，最后随着切变和摩擦影响的消失而趋于零。地面附近的这一层大气称为行星边界层或埃克曼层，有时也称为摩擦影响区域。在海洋中，如果对A_z也作出与大气中A_z的类似变化的假设，那么就可能得出更加切合实际情况的结果，虽然表面波的存在可能使上层海洋的状况不同于近海面层的大气。表面波还使得表面附近流的测量变得非常困难，同时我们还必须把埃克曼流与地转流和非定常流（潮流，惯性流）加以分离，所以详细地检验理论结果并不是一件容易的事。

实际上，假如在水平方向上海流是近似均匀的，那么也可以求解非定常的问题。如果u_E和v_E与水平位置无关，根据连续方程便有$w=0$，平均流的所有非线性项也为零。虽然海洋和大气中的实际流动在水平方向上并不是精确地均匀的，但可以认为它是充分均匀的，因此在大多数情况下，非线性项可以忽略不计。这样，包含时间导数项的非定常方程仍然是线性的，于是可以求解（如果解析解不能求出，可用数值方法）。当然，仍然需要解决A_z随z的变化方式的问题。有人曾经用A_z和z之间的各种依赖关系对海洋和大气求得了

有关解，不过这些详情已超出了本书讨论的范畴。

9.4.2 质量输送与上升流——边界效应

埃克曼风生海流的最大流速出现于海面，且流速随深度的增加而减小，由于最强流的流向指向风向右（左）方，所以易于知道净质量输送的方向也指向风向的右(左)方。事实上，下面将证明净质量输送的方向与风向相交成90°。

如果没有压强梯度力，水平运动的方程为

$$\rho f v_E + \frac{\partial \tau_x}{\partial z} = 0 \qquad -\rho f u_E + \frac{\partial \tau_y}{\partial z} = 0$$

上式可改写为

$$\rho f v_E \mathrm{d}z = -\mathrm{d}\tau_x \qquad -\rho f u_E \mathrm{d}z = -\mathrm{d}\tau_y \tag{9.14}$$

$\rho v_E \mathrm{d}z$表示每秒沿正y方向流过某一小面积的质量，此小面积与y轴垂直，位于深度z处，高度为$\mathrm{d}z$，宽度为1米；$\int_E^0 \rho v_E \mathrm{d}z$表示每秒沿正$y$方向流过某一面的总质量，此面的宽度为1米，并从表面伸展至深度z处；$\int_E^0 \rho V_z \mathrm{d}z$则表示沿正$x$方向流过的相应质量。若在足够深处选择一个下界面，那么积分便将包括整个风生海流的水层。取$z=-2D_E$，此处的流速量值只有表面相应值的$\exp(-2\pi)=0.002$倍，此值实际上可视为零。我们分别用M_{xE}和M_{yE}表示沿x方向和y方向的埃克曼质量输送，那么，便有

$$f M_{yE} = f\int_{-2D_E}^0 \rho v_E \mathrm{d}z = -\int_{-2D_E}^0 \mathrm{d}\tau_x$$

$$= -(\tau_x)_{sfe} + (\tau_y)_{-2D_E}$$

$$f M_{xE} = f\int_{-2D_E}^0 \rho u_E \mathrm{d}z = \int_{-2D_E}^0 \mathrm{d}\tau_y$$

$$= (\tau_y)_{sfc} - (\tau_y)_{-2D_E} \tag{9.15}$$

$(\tau_x)_{-2D_E}$和$(\tau_y)_{-2D_E}$实际上为零，这是因为在风生海流层以下流速实际为零，所以不可能有切变和摩擦。于是可得

$$fM_{xE}=\tau_{y\eta}\text{和}fM_{yE}=-\tau_{x\eta} \qquad (9.16A)$$

式中，我们用下标η来表示海面的值（我们用η而不用0，这是因为在现在的讨论和以后的讨论中，海面可能比坐标原点处的水平面高η或低η，而坐标原点处的水平面取在平均海面上）。

ρ的变化很小，所以在（9.15）式的积分中，可以把ρ移到积分号的外边，这样做所产生的误差是可以忽略不计的。此时，所用的ρ值应该是典型的值，即应该是所考虑的区域中从表面到深度$z=-2D_E$处的平均值。

除了使用质量输送外，我们还常使用单位宽度上的体积输送$Q_y=\int_{2}^{0}v_E dz$。此时有$M_{yE}=\rho Q_{yE}$和$M_{xE}=\rho Q_{xE}$，而方程（9.16）另一种形式为

$$fQ_{xE}=\alpha\tau_{yE} \qquad fQ_{yE}=-\alpha\tau_{xn} \qquad (9.16B)$$

即使埃克曼螺旋的细节与实际不符，上面（9.16）式的结果也是正确的。

在我们的例子中，风向沿正y方向，$\tau_{xn}=0$因此$M_{yE}=0$，但$M_{xE}>0$，因为$\tau_{yn}>0$。这就表明，净体积输送的方向与风向成90°角，并指向风向的右方（指在北半球；若在南半球，则指向左方）。对于其他方向上的风，这一结果也是正确的。

根据连续方程，必须有来自风向左方的入流来补充向风向右方流出去的出流。对于Ekman所假定的无限广阔的海洋，这是没有什么问题的，在海洋的表层就存在这种入流。但是，如果风平行于海岸吹送，且海岸位于风向的左方（北

半球)，则就有了一定的困难。风使表层水或者说埃克曼层中的水向右方移动，即离岸移动，但由于海岸的存在，在风向左侧不可能有表层水来补充。自然界发生的情况是这样的：当埃克曼层中的水从海岸流出时，表面下的海水就会上升，以补充流走的海水。这种现象称为涌升；海岸附近的区域是辐散区。这种现象常在各大洋东岸的许多区域发生。在北半球，风必须沿海岸向南吹送，这种风常出现在夏季。在南半球，体积输送的方向指向风向的左边，因此，为使上升流产生，风必须向北吹送。一般可以说，对于两个半球，当风沿大洋东岸向赤道吹送时，上升流就会发生；当风沿大洋西岸向极地吹送时，上升流也会发生，不过这种情况比较少见。

向赤道吹送的风，引起上升流的区域的例子有：太平洋南北美洲西海岸（不列颠哥伦比亚到加利福尼亚一段和秘鲁海岸外）和大西洋西非和南非的海岸外。吹向极地的风引起沿岸上升流的例子有：西南季风期间印度洋的索马里半岛和阿拉伯半岛的海岸外。

上升流的水并不来自很大的深度。对上升水性质的研究结果表明，上升水来自不大于200—300米的深度。当上升水具有高营养盐含量时，浮游生物的生产便受到促进，因此，在生物学上上升流过程是重要的。90％左右的世界渔场位于2—3％的大洋水域，其中大部分都是沿岸上升流区。然而，并非所有次表层水都具有高的营养盐含量，所以上升流并不一定就促进生物生产力。

如果风沿大洋东边界向两极方向吹送，海水便被迫向岸移动，并使海岸处的海面升高。这样便将引起海面倾斜，从而产生地转流(存在上升流的沿岸区域也存在海面倾斜，不过

此时是海岸处海面底，而外侧海面高）。一般说来，沿岸方向流动的地转流流速比风生的向岸（或离岸）流速大得多，由于这个原因，向岸（或离岸）流也就特别难以测量。在大洋的东部，当海面向海岸往下倾斜时，如果压强梯度力"主要地"是由科氏力来平衡的，那么，在海表面就会出现向赤道方向的流动。我们在这里所说的"主要地"，因为在近岸区和浅水区，摩擦力变得重要起来，从而使流变得不再是纯地转的了。在沿岸上升流区，同一水平面上的密度，岸边比岸外高，此时将发生斜压补偿作用，也就是说，随着深度的增加沿岸流流速减小。有时候，还可能出现"过补偿"作用，使海岸外面的压强梯度在深处改变符号，这样就要出现向极地方向流动的潜流，以便使压强梯度力能与科氏力平衡，或部分地平衡[F·A·Richards编的《沿岸上升流》(Coastal Vpwelling)一书中，有许多关于上升流观测和理论的描述。1981]。

9.4.3 远离边界处的上升流与下降流

在实际的海洋上，风并不象Ekman假定的那样均匀，而是随位置而变的。如果风向不变，但风速沿与风向相垂直的方向上变化，则与风垂直的埃克曼输送也将变化，这时就可能产生上层水的辐散或辐聚。根据连续方程，在辐合的地方，水体就要下降（下降流），而在辐散的地方，水体就要上升（上升流）。

例如，在北大西洋，高纬度处风向东吹送，低纬处风向西吹送（向东吹送的风称为西风，因为这种风是从观测者的西方吹来的；向西吹送的风称为东风）。图9.6(a)表示北大西洋的主要风，其中风向箭头的长度表示风速大小。西风引起的埃克曼输送向南，东风引起的埃克曼输送向北，且较大

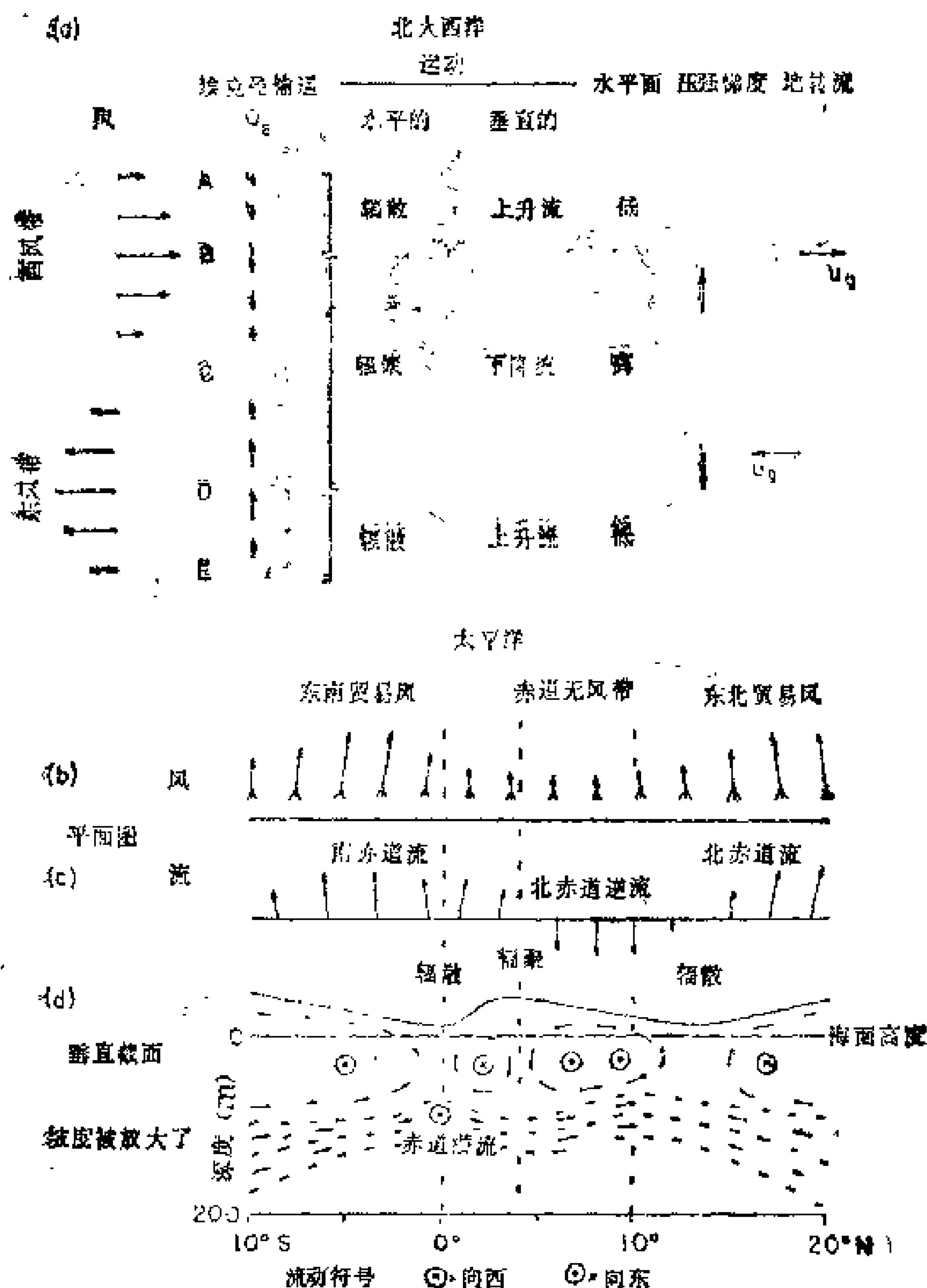


图 9.6 （a）北大西洋中与风切变相联系的辐聚和辐散，以及有关的地转流；（b）赤道东太平洋的风系（平面图）；（c）赤道东太平洋的流系（平面图）；（d）赤道东太平洋某区域的铅直截面图，图中表示出环流、辐聚和辐散

风速对应的埃克曼输送也较大。这样，向南的埃克曼输送从A到B增加。为了维持这种增加，埃克曼层下面的水体必须向上涌升，并形成一个辐散区。向南的埃克曼输送，从B到C减小到零；而从C到D，埃克曼输送方向朝北，其量值则从C到D增加。于是，C点附近是辐合区，表面的海水必定下沉。在B和D之间的区域是辐散区，此处的海水向上涌升。这样，海面将形成倾斜并产生压强梯度，由于这种压强度的影响，风产生的流动便不仅限于埃克曼层内，而是要深得多。因而，在100—200米的深度，风可直接地在埃克曼层内产生风海流。在1000—2000米的深度，风可间接地产生与埃克曼流的辐聚和辐散有关的地转流和压强梯度。

在辐聚区，海面升高；在辐散区，海面下降；海域内出现压强梯度和地转流u_g[见图9.6（a）中的右图]。

若风沿赤道向西吹[图9.6（b）]，即使没有风的水平切变，在赤道处也会出现海水的辐散，并形成海水的上升[图9.6（d）]，这是因为赤道以北埃克曼层的输送向右，而赤道以南埃克曼层的输送向左。于是，海水从赤道向两边散开[图9.6（b，c，d）的其他方面将在9.13.1节和9.13.2节中讨论]。

9.4.4 底部摩擦和浅水效应

如果海流在海底上面流动，则海底摩擦力将在海底上面产生埃克曼螺旋型流动，但其旋转的方向与近表面的风生埃克曼螺旋的旋转方向相反。图9.7以透视图和平面图的形式表示出海底摩擦力引起的流动模式。

设A_z为常数，则方程（9.8）仍然成立，但边界条件不同。海底处的切向速度必须为零（即$u=v=0$）；假定在摩擦影响区域(埃克曼层)的上面地转流与z无关，则受摩擦影

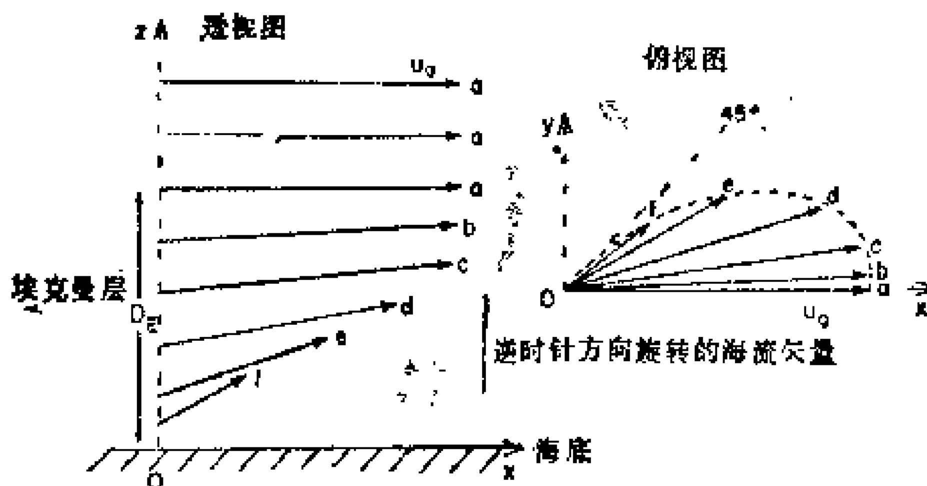


图 9.7 海底附近摩擦对地转流的影响（北半球）

响后的流速应趋于常数。作为一个具体的例子，在地转区域，取$u=u_g$，$v=0$（其实，相对于地转流方向的普遍结果与地转流的方向无关），则对于北半球，其解为

$$u_E=u_g[1-\exp(-\pi z/D_E)\cos(\pi z/D_E)]$$

$$v_E=u_g\exp(-\pi z/D_E)\sin(\pi z/D_E) \qquad (9.17)$$

此处，为使公式简单起见，在海底处取$z=0$，D_E和以前一样为$D_E=\pi\sqrt{2A_F/|f|}$。(9.17)式满足(9.18)式(直接代入便可证明)。在$z=0$处，$u_E=v_E=0$，这符合边界条件的要求。随着z的增大，$\exp(-\pi z/D_E)$趋于零，因此，$u_E=u_g$，$v_E=0$，这也符合边界条件的要求。在海底附近，（但不在海底处），$(\pi z/D_E)\ll 1$，将(9.17)式中的指数函数、正弦函数和余弦函数展开，并保留$\pi z/D_E$的一次项而忽略高次项，则有$u_E=\pi z u_g/D_E=v_E$。所以，在海底附近u和v随z而线性增加，海底附近的流向与地转流流向相交成45°角，并指向地转流的左方（北半球，对南半球则指向右方）。流是旋转的，从地转流的方向旋转到此方向的左面45°，在海底处流速变为零。

和Nansen论证表面流向右偏转一样，我们采用类似的论证办法，便可说明在海底附近流为什么向左偏。如果没有摩擦的作用，流是处于地转平衡的，其中科氏力指向右方，而压强梯度力指向左方。对于正压的情形（海底附近可合理地认为是正压的），压强梯度力与深度无关。当接近海底时，摩擦力使流速减小，科氏力（与流速量值成正比）也减小，于是指向左方的压强梯度力便不能得到完全的平衡。这就要求流向不断向左偏转，直到科氏力与摩擦力的矢量和能够与压强梯度力取得完全平衡时为止。

在相同的假定下，对于海面或陆地上吹送的风，适用于同样的解。在北半球，因为表面风与地转风（埃克曼层上的风）成45°角，并指向地转风的左方，而表面流与表面风成45°角，并指向表面风的右方，所以，表面流的方向与地转风的方向相同。在南半球，风和流的旋转方向均相反，但最后的结果仍然相同，即表面流方向与地转风的方向相同。因为选择的A_z形式很简单，所以解的细节可能不太真实。大气中，风向左旋转的角度通常小于45°，在海洋上通常观测到的角度是10—20°。理论结果和观测结果之间的这种不一致现象，可能是因为我们忽略了时变效应和稳定性效应。同时，也由于我们所选择的A_z形式过于简单，类似地，风生表面流在风的右方，但它们之间的夹角，并不是精确的45°。

应该注意，表面附近的风速，仍占地转风速的很大比例。在10米的高度上，风速约为地转风速的60—70%，风速减小到零的过程，主要发生在表面附近。大气中埃克曼层的厚度约为海洋埃克曼层厚度的10倍。根据这种深度计算出的大气运动学粘滞系数，约为海洋埃克曼层运动学粘滞系数的100倍。这两种系数的数值之间的差别，主要是因为大气中

流速较大，从而切变和湍流摩擦的效应也较强，A_z的数值至少证明了这一点。

当地转流和表面层内的风生埃克曼螺旋式的流结合在一起时，或者当地转流和埃克曼底层流（水深变浅且地转流伸展到底部时）结合在一起时，情况会变得更加复杂。设想海洋中存在潮流（其流向可能也是旋转的），那么不难想象，真实的情形就要复杂得多。当流系中包含着三个部分（即地转流、风生海流和潮流）时，特别是这三部分又都随时间变化时，要把这种流系分解成这三种分量，那是非常困难的。

当水深变浅，深度减小到D_E的量级或更小的时候，表面埃克曼层和底部埃克曼层便相互靠近，甚至重叠。在浅水中，这两种螺旋具有相互抵消的倾向，因此，总的输送方向便将沿着风的方向，而不是与风向成45°角的方向。当水深约减小到$D_E/10$时，输送方向便基本上为风的方向。此时，科氏力的效应相对于摩擦力的效应是很小的，其作用可以忽略不计。

9.4.5 埃克曼理论的局限性

上面的理论看上去是相当完善的，但如果把它和海洋中充分发展的埃克曼螺旋流的分布对比一下就会发现，这个理论实际上是可疑的，Ekman本人在他的一篇论文（最后一批论文中的一篇）中，也承认了这一点。但是，这并不等于说，这个理论是不正确的。埃克曼螺旋是大家所熟知的，在实验室中明显地观测到这种现象（实验室中的粘滞性是分子的，且为常数），在大气中也有证据表明这种现象的存在。另外，有一些综合效应，如上升流是大家普遍熟知的现象，这些都是在广泛基础上对埃克曼理论的支持。为什么在海洋中那么难于观测到埃克曼螺旋呢？

首要的理由是：Ekman所求解的问题是非常理想化的。让我们来讨论他所作的各种假设。

（1）无侧向边界——这是不符合实际情况的，但在远离海岸的海域还算是一种不太坏的假设。在沿岸附近海域，埃克曼流的实际结果也支持所得到的解。

（2）水深无限——这也是不真实的，但对于开阔海域，由于这种假定所引起的误差是小的，因为100—200米的D_E值与外海的平均水深4000米比较起来是小的。

（3）A_z为常数——这是不真实的，但在目前我们对A_z的了解甚少，无法知道这种假定所引起的误差是否很大。这种误差很可能不会太大，因为Rossby和Montgomery（1935）曾取$A_z=f(z)$，并用类似的方式解过同样的方程。他们发现其结果与埃克曼结果只有细节上的差别。例如，风向与表面流向之间的夹角稍为小一些，纬度和风速效应也有小的差别。

（4）流和风都是定常的——这可能是引起困难的真正因素，因为实际上的流和风都不是定常的（在信风带可看作近似定常）。

（5）另外，海洋中还有其他形式的运动（热盐的，潮汐的，表面波的，内波的），而流速计不能将这些不同的流区分开来。流速计测出的是各种流的合成结果，海洋学家必须尽量将它们分离开来（一般表面波引起的速度是不能测的；这些速度也不能完全被平均掉，这可能引起很大的误差）。为了把各种流分离出来，必须有长时间的记录（例如长达几个月的逐时记录，或时间间距小于一小时的记录），而这些记录我们是缺乏的，所以不能详细地验证埃克曼理论。除了上面所述之外，深海测流有许多实际困难，而深海区域是存在

埃克曼螺旋的唯一区域。

（6）海水均匀——这是明显不真实的。虽然我们在前面曾经提到过，风摩擦引起的这部分流可以单独求出，我们还是应该对这一假定加以讨论。Sverdrup也许就是第一个试图改正这一缺陷的人（参阅下一章）。

（7）f平面假设——对于在纬向的带状水体或纬度范围不大的区域，这一假定引起的误差不大。

尽管这种理论很理想化，但是由Nansen提出并由Ekman解决的这种风生海流理论，为探讨上层流的形成机制开辟了一条途径。Ekman成功的关键是使用了数值很大的涡动粘滞系数，而不是使用数值很小的分子粘滞系数(Zöppritz曾使用分子粘滞系数，他所得出的结果没有多大的意义)。

最后，我们还应该提到，Ekman的简单理论已经有了许多推广，有的推广到有限水深的情形（如在9.44节所定性描述的），有的推广到非定常的情形，即当风突然吹起来时，埃克曼流系的发展。关于这些内容的概要情况，可在《物理海洋学原理》(Principles of physical Oceanography)（Neumann和Pierson，1966）一书中找到。

9.5 Sverdrup的风生环流解

假定加速度和因水平速度梯度引起的摩擦力均可忽略，则运动方程为

$$\alpha\frac{\partial p}{\partial x}=fv+\alpha\frac{\partial\tau_x}{\partial z}$$

$$\alpha\frac{\partial p}{\partial y}=-fu+\alpha\frac{\partial\tau_y}{\partial z}\qquad(9.6')$$

即

压强梯度力 = 科氏力 + 摩擦力

Ekman简单地忽略了上式左端的压强梯度力项，把海洋看作是均匀的，且水平面为等压面，即认为不存在地转流，这是不符合客观实际的。在本节，我们将忽略水平摩擦力项，这种摩擦力在湾流一类的流系中是重要的，所以本节导出的解对该地区是不适用的。但是，我们加上了风的驱动作用，所以可以考察风的驱动作用在远离海岸边界处的可能效应。

从本质上讲，Sverdrup所做的不过是保留摩擦力项和不再确定速度u和v随z变化的详情。它满足于确定风影响层内的x和y方向的总输送（若表达成质量输送，即为M_x和M_y）。Sverdrup把各方程等号两边的表达式从表面到$z=-h$积分；他把表面取为$z=0$，这是因为和摩擦影响深度比较起来，η是很小的；另外，他假定$z=-h$位于海底之上，并且此处的风生运动为零。这种运动不仅包括埃克曼流，而且也包括因埃克曼流的辐散而引起的地转流，所以$h \gg D_E$。在积分的第一阶段，方程取如下的形式：

$$\int_{-h}^{0} \frac{\partial p}{\partial x} \mathrm{d}z = \int_{-h}^{0} \rho f v \mathrm{d}z + \tau_{x\eta} = f M_y + \tau_{x\eta}$$

$$\int_{-h}^{0} \frac{\partial p}{\partial y} \mathrm{d}z = - \int_{-h}^{0} \rho f u \mathrm{d}z + \tau_{y\eta} = -f M_x + \tau_{y\eta}$$

(9.18)

式中 $\tau_{x\eta}$和$\tau_{y\eta}$代表了海面风摩擦应力，它们都是积分后方程（9.6′）中摩擦项的剩余部分。理由是这样的：一个连续函数的导数在区间内积分时，区间两端点处的函数值便决定了积分值。在这种情形下，水中摩擦应力的值等于表面（$z=0$）风应力的值（τ的值），且在$z=-h$处的摩擦应力

为零（由于 $-h$ 选择在运动为零的地方，而没有运动的流体便没有摩擦存在）。为了减少简化符号，在本节的其余部分，我们将略去下标 η，并用 τ_x 和 τ_y 来表示表面风应力分量。

我们将导出一个更为一般的方程，而Sverdrup的简单结果，可作为一个特殊情形被包括在这个一般方程中，所以，此处我们将给出某些结果而不再加以证明。如果我们将（9.18）式的第一式对 y 微分，将第二式对 x 微分，那么，在对压强微分时，可将微分运算置于积分号下，因为积分限是固定的（表面不是精确水平的，但其变化很小，不会有什么影响，后面我们将要指出，其变化可以忽略不计）。对于这两个压强项，仅仅是微分顺序不同，然而对于压强一类的变量，微分次序是可以交换的，所以这两个压强项是相同的。将所得两个方程相减，注意到 $M_x\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)=0$（因科氏参数 f 在 x 方向，即东-西方向上无变化）和 $\frac{\partial M_y}{\partial y}+\frac{\partial M_x}{\partial x}=0$（根据连续方程），于是便得方程：

$$M_y \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial \tau_y}{\partial x} - \frac{\partial \tau_x}{\tau y} \qquad (9.19)$$

而质量输送的连续方程为

$$\frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_x}{\partial x} = 0 \qquad (9.20)$$

上述两个方程便构成了描述质量输送 M_x 和 M_y 的方程组。

Sverdrup的做法是或者假定深层处的流速为零，或者假定海底是水平的，且该处的摩擦力与表面应力相比是很小的。如果存在正压流，或者海底深度变化而海底处又有水流动，那么，方程中就要出现附加项。关于这一点，我们将在后面讨论。方程（9.19）的重要特征是，出现于方程中的不是表

面风应力τ_η的分量τ_x和τ_y本身，而是风应力的水平梯度$\partial\tau_x/\partial y$和$\frac{\partial\tau_y}{\partial x}$。

在方程（9.19）中，$\left(\frac{\partial\tau_y}{\partial x}-\frac{\partial\tau_x}{\partial y}\right)$是风应力旋度$(\nabla\times\tau_\eta)$的铅直分量（$\mathrm{curl}_z\tau_\eta$），对于水平风来说，这也是唯一不等于零的旋度分量。我们常用β来表示$\partial f/\partial y$，这样方程（9.19）便变成

$$\beta M_y=\mathrm{curl}_z\tau_\eta \qquad (9.21)$$

上式称为斯维尔德鲁普方程（注意，因为$\beta=\partial f/\partial y$代表科氏参量$f$随纬度的变化，所以当使用符号$\beta$时，$y$轴必须选择在南北方向上）

在某些地方，$\mathrm{curl}_z\tau_\eta=0$，因此，在该处便不存在南北向的质量输送（虽然可以有南北方向的流动，但沿铅直方向积分为零）。如果某条曲线上的各点处均有$\mathrm{curl}_z\tau_\eta=0$，那么，这条线便构成一条将环流分成“回旋”的自然边界。

M_x和M_y是风影响层内的总质量输送，其定义为：$M_x=\int_{-h}^{0}\rho u\mathrm{d}z$和$M_y=\int_{-h}^{0}\rho v\mathrm{d}z$。我们可以写出

$$M_x=M_{xE}+M_{xg}$$

其中右端第一项代表埃克曼风生输送（非地转输送），而第二项代表地转输送（它是由于质量分布而引起的）。类似地也可定义M_{yE}和M_{xg}[就象在方程（9.7）中将v分成v_E和v_g一样]。那么，方程（9.18）则变为

$$fM_{yE}=f\int_{-h}^{0}\rho V_E\mathrm{d}z=-\tau_x$$

$$fM_{yg}=f\int_{-h}^{0}\rho v_g\mathrm{d}z=\int_{-h}^{0}\frac{\partial p}{\partial x}\mathrm{d}z \qquad (9.22)$$

对于M_x，也有类似的方程。

9.5.1 方程中各项的量级

对上面方程中的某些项的量级有所了解是有益的。设地点位于北大西洋35°N附近，风速为7—8米/秒（大约15节），风向为西风，那么

$$\tau_x \approx 10^{-1}\mathrm{Nm^{-2}}\ (\text{或Pa}) \qquad \tau_y = 0$$

$$\mathrm{curl}_z\tau_\eta \approx -\frac{\partial \tau_x}{\partial y} \simeq -\frac{10^{-1}\mathrm{Nm^{-2}}}{1000\mathrm{km}} \simeq -10^{-7}\mathrm{Nm^{-3}}$$

$$f \approx 10^{-4}\mathrm{s^{-1}},\quad \beta \approx 2\times 10^{-11}\mathrm{m^{-1}s^{-1}}$$

由方程（9.16）和上述数值，我们可得

$$M_{yE} = -\frac{\tau_x}{f} = -10^{-3}\mathrm{kgm^{-1}s^{-1}}$$

式中的负号表示流动向南。由方程（9.21），有

$$M_y = M_{yE} + M_{yg} = \frac{\mathrm{curl}_z\tau_\eta}{\beta} = -\frac{10^{-7}}{2\times 10^{-11}}$$

$$= -5\times 10^{3}\mathrm{kgm^{-1}s^{-1}}$$

我们看到，$M_{yg} = -4\times 10^{3}$千克·米·秒$^{-1}$，这一数值是由风的南北向变化以及M_{yE}的辐聚所引起的；在通常情形下，此值远远大于M_{yE}的值。

上面的M_y值只是对一米宽的断面而言，若对于宽为5000千米$=5\times 10^{6}$米的海洋断面，南向流的质量输送为25×10^{9}千克·秒$^{-1}$，相应的体积输送为25×10^{6}米^{3}·秒$^{-1}$ = 25斯维尔德鲁普（此处和海洋学中的通常做法一样，当把质量输送转换成体积输送时，ρ的值取为1000千克·米$^{-3}$，相对于用实际密度，将产生3%的误差，但和估算输送量时的不确定性比较起来，这种误差很小，可以忽略）。

9.5.2 斯维尔德鲁普方程的应用

Sverdrup将上面的方程应用于低纬度处的信风带，在那

里，τ_g和$\partial\tau_y/\partial x$均假定可以忽略不计(即与保留项相比是很小的)，而$\tau_x$随着$x$的变化，可通过平均运算去掉。将$f = 2\Omega\sin\varphi$代入，并注意到，$y = R\mathrm{d}\varphi$（此处$R$等于地球半径），那么，$\beta = \mathrm{d}f/\mathrm{d}y = \mathrm{d}(2\Omega\sin\varphi)/R\mathrm{d}\varphi = 2\Omega\cos\varphi/R$，于是方程（9.19）便给出$M_y$的值，而由方程(9.20)可得

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} = -\frac{\partial M_y}{\partial y} = \frac{1}{2\Omega\cos\varphi}\left(R\frac{\partial^2\bar{\tau}_x}{\partial y^2} + \frac{\partial\tau_y}{\partial y} + \tan\varphi\right)$$

将上式从$x = 0$（海岸处$M_x = 0$）起进行积分，最后可得到

$$M_x = \frac{x}{2\Omega\cos\varphi}\left(\frac{\partial\bar{\tau}_x}{\partial y}\tan\varphi + \frac{\partial^2\bar{\tau}_x}{\partial y^2}R\right)$$

$$M_y = -\frac{R}{2\Omega\cos\varphi}\frac{\partial\bar{\tau}_x}{\partial y} \qquad (9.23)$$

此处，x是从大洋东岸向西算起，到大洋中某点P的距离（图9.8），所以式中的x值为负值。式中的应力$\bar{\tau}_x$表示（$0, x$）

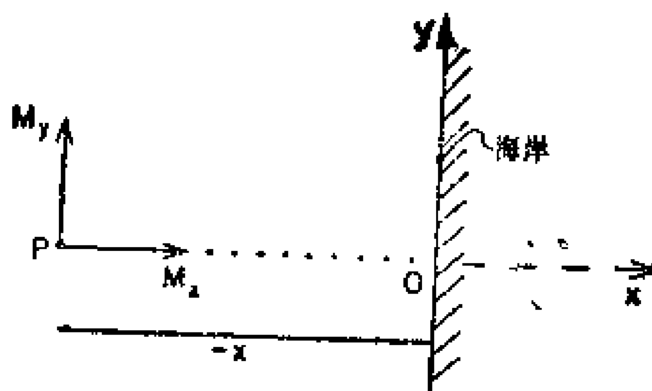


图 9.8 导出大洋东部斯维尔德鲁普体积输送的示意图

区间内的平均应力，而M_x和M_y均指P点处的值。

若将埃克曼解和斯维尔德鲁普解加以比较，我们可以看到，斯维尔德鲁普解不能描述流速随深度的变化，但是它考虑了大洋的一个边界，这比起Ekman假设的水平无限海洋来

说，更接近于实际。同时斯维尔德鲁普解不再受均匀海洋假设的限制，因此，这个解可以描述实际海洋中的这种附加特征。

在方程（9.23）的M_x表达式中，其右端有两项，对于信风带和赤道带，这两项中的重要项实际是$\partial^2\overline{\tau_x}/\partial y^2$。图9.9的实线表示东太平洋风的$x$分量大体特征，而虚线则表示$\partial^2\overline{\tau_x}/\partial y^2$的大体特征。我们在这里所说的"大体特征"，其含意是表示风随纬度的实际变化，并不象图中所表示的那么规则。

由图9.9我们将会看到：

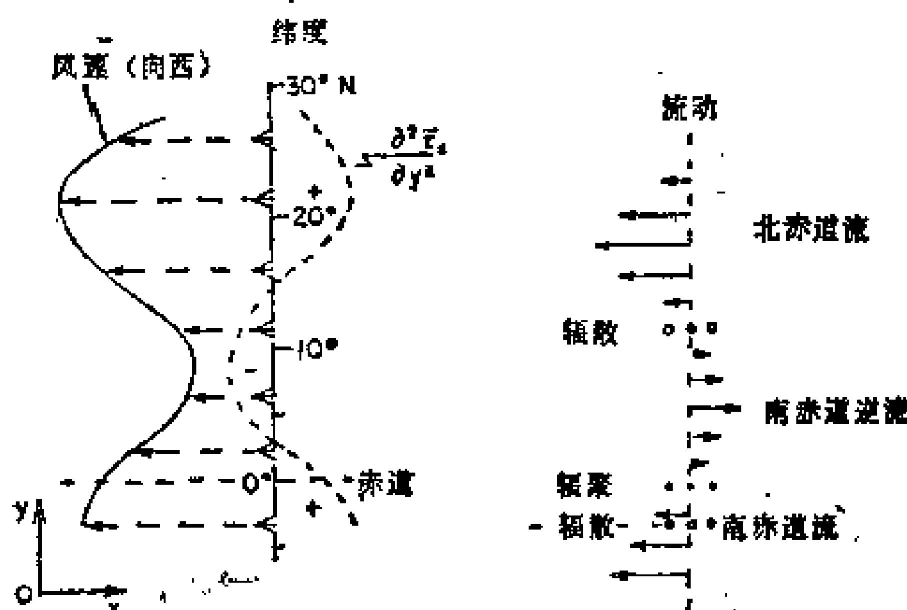


图 9.9 东太平洋低纬度处的x分量风速x分量的风应力和有关海流的大体分布，图中标出了辐散区（DIV）和辐聚区（CONV）

(a)在15°N以北和2°N以南，$\frac{\partial^2\overline{\tau_x}}{\partial y^2}>0$，而$x<0$，所以$M_x<0$，也就是说，流是向西的（北赤道流和南赤道流）；

(b)在15°N和2°N之间（赤道无风带），$\frac{\partial^2\overline{\tau_x}}{\partial y^2}<0$，$x<$

0，所以$M_x>0$，即流动向东（北赤道逆流）。

上图定性地表明，斯维尔德鲁普的解是如何解释赤道流系的存在，此流系包括两个西向的流（北赤道流和南赤道流）和一个位于此两流系中间的东向流（北赤道逆流）。可以注意到，这流系相对于赤道并不对称，其对称轴位于赤道以北，这是因为信风风系的对称轴也位于赤道以北的缘故。大西洋中的流系分布也与太平洋情况类似。但对于印度洋，风系呈现季节变化，因此，流系也呈现季节变化。在东北季风期间（11月—翌年3月），风系情况与太平洋、大西洋类似，但其位置要偏南一些；西向的北赤道流覆盖着赤道，而向东的赤道流和向西的南赤道流均位于赤道以南。在西南季风期间（5月—9月），东南贸易风继续存在于赤道以南，而赤道以北，风则吹向东北（西南季风）。因此，只有两个流系——覆盖赤道向东流动的西南季风流和位于赤道以南向西流动的南赤道流。

应该注意，现在已经了解的实际赤道流系要比斯维尔德鲁普理论所描述的复杂得多，具有更多的东西向流系（对于流系的描述，可参阅Pickard和Emery1982年著的《描述性物理海洋学》一书）。

Sverdrup用下述办法对他的解进行了定量的检验：

(a)根据已知的平均风场计算出τ_x以及应力旋度等，然后计算出所选各点（其坐标为x）上的M_x和M_y值；

(b)根据海洋学现场观测资料，用地转法独立地求出M_{xg}和M_{yg}，并将其与埃克曼输送相加，便得到总输送；

(c)将上述两种计算结果加以比较。

经Reid（1948）修正后的计算结果，如图9.10所示，其中左图表示出M_x的值，右图表示出M_y的值。因为M_y数值较

小，根据密度场求M_y时的相对误差较大，这一点至少能部分地解释右图（即在M_y与M_x两种方法比较）为什么会符合得较差。应该注意，当使用实际风场时，$\partial^2\overline{\tau}_x/\partial y^2$的结构要复杂得多，而且与$M_x$成正比，远不是图9.9中所表示的那样简单。

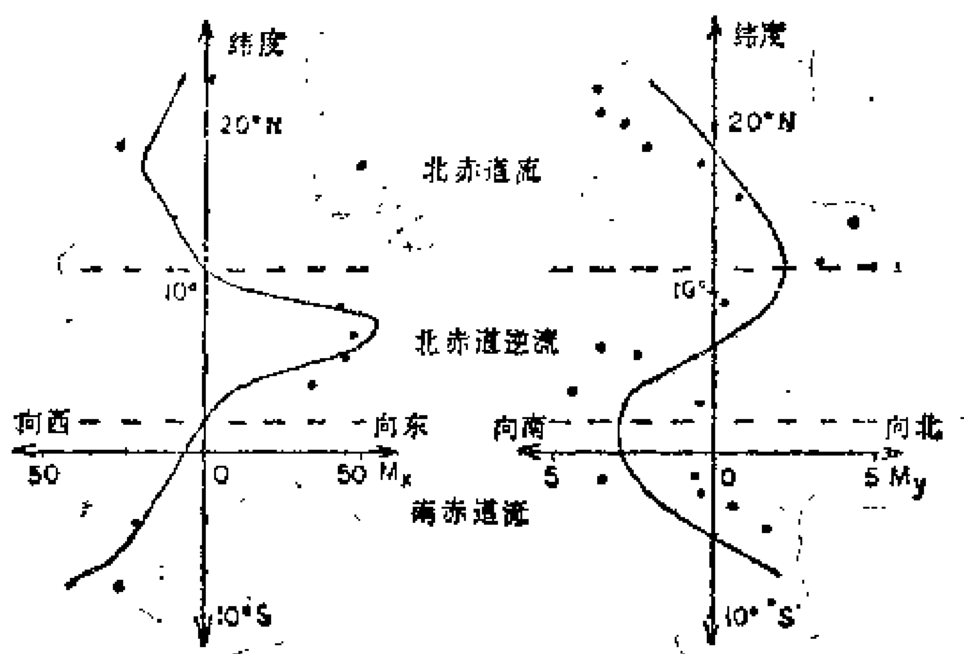


图.9.10　东太平洋的质量输送

根据风应力计算的结果用实线表示；根据海洋学资料用地转法计算的结果用实圆点表示；M_x和M_y表示每秒钟通过宽1米、深1000米的铅直断面上的吨数（约相当于每纬度上的0.1斯维尔德鲁普），（本图取自Reid的论文1948）

注意，$M_x \approx 10M_y$是非常典型的数值，对于赤道地区而言，更是如此。其理由在于东西向尺度与南北向尺度相差很大。东西向的尺度L_x决定于大陆障壁，而南北向的尺度L_y则决定于$\text{curl}_z\tau_y=0$的线。L_x/L_y的典型数值约为10。根据连续方程

$$\frac{\partial M_x}{\partial x}+\frac{\partial M_y}{\partial y}=0$$

有
$$\frac{M_x}{M_y} \approx \frac{L_x}{L_y} \approx \frac{10}{1}$$

我们也可以用另一种方式考虑这一问题。一个回旋流动的水体，为了使回旋封闭，水体在沿南北向流动之后，必然要沿东西向流动。因此，南北向的总输送应该等于东西向的总输送，即$M_y L_x = M_x L_y$。用积分形式的体积连续方程和用微分形式的体积连续方程，所给出的结果是相同的。

图9.11表示R.O.Reid（1948）的分析结果，他用的是简化形式的风应力，而他用的边界是东赤道太平洋的实际海岸线。图9.11中所用的表示流动形式的方法，将在附录1中予以讨论。在9.7节，我们将给出流函数ψ的定义，可把它暂时理解为沿水平方向积分后的质量输送。图中的箭头，表示流动的方向。相邻两条线之间的总输送值为5×10^6吨·秒$^{-1}$

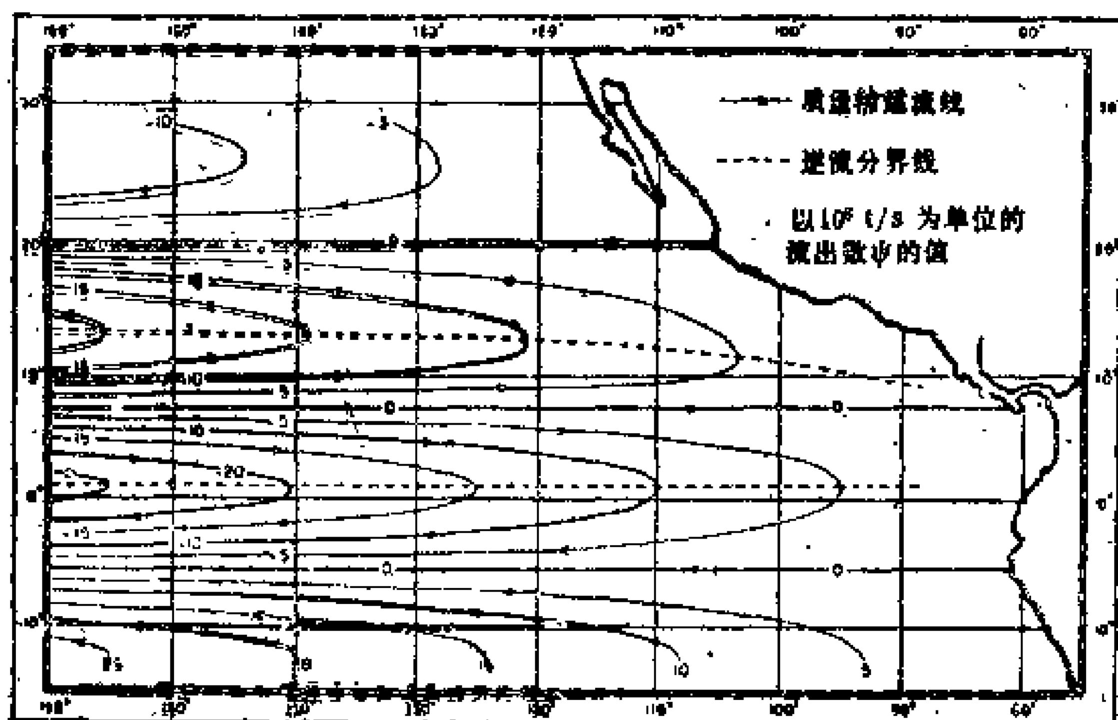


图 9.11　东太平洋质量输送的流线图
（本图是根据平均风应力计算得到的，
取自Reid的论文，1948）

(或约为5斯维尔德鲁普)。

Sverdrup的上述检验计算(a)，用的是10月—11月期间的平均气候风资料，而计算(b)用的是特殊的调查资料。应该指出，Leetmaa McCreary和Moore(1981)考虑到如下的理由，对斯维尔德鲁普检验的有效性有所保留。近年来，对赤道风应力的研究结果表明，风应力随时间和空间都有很大的变化。在东太平洋地区，纬向风应力的最大值出现于北半球夏季，而最小值出现于冬季，同时还可能有短期的变化，最大值可为最小值的五倍。因此，Sverdrup关于定常状态的假定是否适用，是一个值得考虑的问题。Leetmaa等人(1981)重复了Sverdrup的计算，但他们计算输送值时用的是更新的风应力资料，而计算地转流时，用的是东赤道太平洋海洋学研究的调查资料。他们对从2—12°N的几个经向断面作了计算，其所涉及的时间约为一年(1967—1968)。根据风应力和地转流计算所得的输送值与斯维尔德鲁普计算的相应值有某些类似性，但是三股赤道流的强度都呈现出季节的可变性；同时，北赤道逆流的位置，在北半球冬季期间更接近赤道，而在夏季则向北移动。考虑到计算是相对于500—1000米的无运动面而进行的，同时也观测到了风应力随时间的变化。因此，另一个问题是：正压和(特别是)斜压调整的过程是否发生得很快，以致可应用准定常的理论。

然而，赤道流系是具有持久性特征的流系，而贸易风也是具有持久性特征的风系(至少在大西洋和太平洋是如此)。因此，已知的流动状态与根据风应力由斯维尔德鲁普理论算出的流动状态之间的一致性，便强有力地支持了这一理论(现在已普遍采用这一理论来解释其他各大洋的赤道流系)，也强有力地支持这一理论在大洋其他海区的应用(关于中大

西洋的环流，可参看Leetmaa Niiler和 Stommel的论文，1977）。

同时，当我们应用斯维尔德鲁普理论时，我们必须记住这种理论的局限性：

（1）将理论应用于大洋东边附近的地区时，是有一定限制的，这是因M_x表达式（9.23）中的x将使M_x向西增加，且与距离成比例，的确M_x是向西增加的，但其增加的速度不象（9.23）式表明的那样快。所以，这可能是我们忽略了侧向摩擦的缘故。当流速增加时，侧向摩擦也增加，因而在实际海洋中，M_x向西增加的速度不会象斯维尔德鲁普关系表明的那样快。另外，应力项τ_x和$\partial^2\tau_x/\partial y^2$无疑也随$x$而变化，这一变化也未包括在理论之内。

（2）方程（9.20）是一阶微分方程，所以它只允许一个边界条件得到满足，在上面的解中，此边界条件就是没有流通过东边界。为了使更多的边界条件得到满足（例如，在东边界不会有流滑动，或者在西边界也提出边界条件），必须考虑更加复杂的方程，这在后面我们将加以讨论。

（3）Sverdrup的解只能给出沿深度积分的质量输送，但不能给出速度随深度的分布。

9.6 斯维尔德鲁普方程的一般形式——辐聚与辐散

我们已经看到，当我们使用质量输送时，就需要质量输送的连续方程。考虑一个流体柱，边长为δx和δy，并且从海面伸展到$z=-h$处。为使结果具有普遍性，我们用η来表示表面处z的值，这是因为我们知道海表面高度是可以变化的，海表面不一定是水平的面$z=0$；我们可以取所考虑区域内海面的平均值（平均海面）为$z=0$的面。在x和y方向上

的质量输送M_x和M_y分别为

$$M_x = \int_{-h}^{\eta} \rho u \mathrm{d}z \quad M_y = \int_{-h}^{\eta} \rho v \mathrm{d}z$$

沿x方向流入到水柱内的质量为$M_x \mathrm{d}y$，而从水柱流出的质量为$[M_x + (\partial M_x/\partial x)\delta x]\mathrm{d}y$[现在的计算与第四章推导连续方程时所使用的计算相同，所不同的只是我们现在取的水柱高度为$(h+\eta)$而不是δz]。沿x方向从水柱净流出的质量为$(\partial M_x/\partial x)\ \delta x \delta y$。类似地，沿$y$方向从水柱净流出的质量为$(\partial M_y/\partial y)\delta x \delta y$。在水柱的底部，如果铅直速度不为零，那么可能有质量从水柱内通过底部流出，其值$-\rho w_{-h}\ \delta x \delta y$（此处负号是需要的，因为我们指的是流出的质量，而$w$是向上为正的）。在水柱的顶部，如果蒸发和降水不相等，那么也可能在顶部存在有效的出流速度w_η。我们将忽略这种效应，但是本来也是可以作为驱动项而包括在内的。如果η是随时间变化的，那么流出的等价质量为$\rho(\partial \eta/\partial t)\delta x \delta y$。因为我们考虑的是定常状态，所以我们取$\rho(\partial \eta/\partial t)\ \delta x \delta y = 0$（在潮汐和风暴增水的非定常计算中，这一项是重要的）。因为质量是必须守恒的，所以从水柱内净流出的质量应该为零，即

$$\left(\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} - \rho w_{-h}\right)\delta x \delta y = 0$$

用$\delta x \delta y$除上式，便得

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} - \rho w_{-h} = 0$$

或

$$\nabla_H \cdot \mathbf{M} - \rho w_{-h} = 0 \qquad (9.24)$$

式中 $\nabla_F = \mathbf{i}\left(\frac{\partial}{\partial x}\right) + \mathbf{j}\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)$是水平散度算子，而$\mathbf{M}$是质量输送矢量。

如果在$z=-h$的深度上以及在更深的深度上，速度为零，那么方程（9.24）中的最后一项为零，于是我们便得到Sverdrup所使用的方程。如果$h=-z_B$是总深度（一般是可变化的），那么方程（9.24）中的最后一项也为零，因为流动是不可能穿过海底的。

有时候，我们采用如下的观点是方便的：与某一类型输送的辐散相联系的铅直速度为另一类型输送的辐聚提供驱动力。例如考虑埃克曼流动，应有

$$\frac{\partial M_{xE}}{\partial x}+\frac{\partial M_{yE}}{\partial y}-\rho w_E=0,$$其中w_E是埃克曼层底部的铅直速度，它与埃克曼输送的辐聚或辐散有关。如$w_E\neq 0$，那么它要求埃克曼层的下面也存在流动的辐散或辐聚。若以M_g来表示这种流动（g代表地转），并暂时假定于$z=-h$处流动消失，于是$w_{-h}=0$，从而$\nabla_H\cdot M=\nabla_H\cdot(M_E+M_g)=0$。这样便得到$\nabla_H\cdot M_g=-\nabla_H\cdot M_E=-\rho w_E$。有时候这一过程便称为埃克曼抽吸过程。如果在海底的上面，流动并不为零，那么就存在一个底部埃克曼层（用下标B表示），于是$\nabla_H\cdot M_{EB}+\rho w_{EB}=0$，此处要加上$w_{EB}$，因为它是通过底部埃克曼层的顶部向上流动的。这样，便有$\nabla_H\cdot M_g=-\rho(w_E-w_{EB})$。和$w_E$比较起来，$w_{EB}$一般都是很小的。应该注意，在这一层的底部$w_E$可看作是总铅直速度的良好近似。$M_g$的这一部分也可能存在辐散，它发生在相当薄的埃克曼层内。总辐射的值只有$-\rho w_E$；因为埃克曼层仅仅是地转流区的很小一部分，所以埃克曼层内的M_g辐散值是很小的，可以忽略不计。

如果我们使用体积输送$Q_x=\int_{-\eta}^{\eta}u\,dz$和$Q_y=\int_{-h}^{\eta}$

vdz，并假定流体为不可压缩，那么水柱内净流出的体积应该为零。采用同样的推导方法，并略去通过表面的可能流动（即略去降水和蒸发），我们可得

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x}+\frac{\partial Q_y}{\partial y}-w_{-\eta}=0 \qquad (9.25)$$

让我们从海底$z=z_B$铅直到海面$z=\eta$，对方程（9.6）两端分别积分。在方程（9.6）中，已假定加速度和由速度的水平变化而引起的摩擦力均很小。除了象湾流那样的强流区以外（强流区一般都在西边界附近），这种假定应该是一种良好近似。积分后我们便得到

$$\int_{z_B}^{\eta}\frac{\partial p}{\partial x}dz=fM_y+\tau_{x\eta}-\tau_{xB}$$

$$\int_{z_B}^{\eta}\frac{\partial p}{\partial y}dz=-fM_x+\tau_{y\eta}-\tau_{yB} \qquad (9.26)$$

式中我们保留了底部出现摩擦力的可能性，虽然我们认为它不会很大。应力项中的下标η表示海面上的值，而下标B表示底部的值。

我们不能直接采用斯维尔德鲁普办法将压强项进行交叉微分，这是因为现在的积分限与x和y有关。为了回避这一问题，我们必须将压强项改写成另外一种形式。此处我们采用方纳夫（Fofonoff）方法[参阅M.N. Hill 1962年编的《海》（The Sea），第一卷]但并不详细地导出所有的结果。有兴趣的读者可参阅Fofonoff的原文，原文中还有其他有用的结果。我们定义一个新的函数$E_p=\frac{1}{g}\int_{z_B}^{\eta}p\,dz$。取表面压力为零，并使用流体静力学方程，那么由分部积分便可得

$$E_p=\int_{z_B}^{\eta}\rho g(z-z_B)dz$$

$$= \frac{1}{g}\int_{z_B}^{\eta}(p\alpha)\rho g \mathrm{d}z = \text{水柱相对于 } z_B \text{ 平面所具有的势能}$$

使用静力学方程 $\mathrm{d}p = -\rho g \mathrm{d}z$，并令 $p|_{z=\eta} = 0$，$p|_{z=z_B} = p_B$，上式便变为

$$E_p = \frac{1}{g}\int_0^{p_B} p\alpha \mathrm{d}p = \frac{1}{g}\int_0^{p_B} p\alpha_0 \mathrm{d}p + \frac{1}{g}\int_0^{p_B} p\delta \mathrm{d}p$$

$$= E_p^0 + \chi \qquad (9.27)$$

式中我们通过关系 $\int_{p_B}^{0} = -\int_0^{p_B}$ 已将负号去掉。E_p^0 仅仅是底部压强的函数，它等于 $S_0 = 35$、$T = 0$℃时水柱内海水的势能，χ 是势能的距平，即等于 $(E_p - E_p^0)$，此值与参考比容和实际比容的差有关，在描述性物理海洋学中，有时候 χ 是一种有用的函数。将 E_p 分成两部分的做法与前一章中讨论地势时的做法相似，根据海洋学观测资料可计算出 χ 值，其计算方法与计算 $\Delta\Phi$ 的方法相似。现在让我们来考虑 $\partial E_p/\partial x$：

$$\frac{\partial}{\partial x}\int_{z_B}^{\eta} p \mathrm{d}z = \int_{z_B}^{\eta}\frac{\partial p}{\partial x}\mathrm{d}z + p_\eta\frac{\partial \eta}{\partial x} - p_B\frac{\partial z_B}{\partial x}$$

式中出现 p_η $(\partial\eta/\partial x)$ 和 p_B $(\partial z_B/\partial x)$ 两项，这是因为 η 和 z_B 均随 x 而变化的缘故。因为我们取 $p_\eta = 0$，所以 p_η $(\partial\eta/\partial x)$ 这一项为零（如果这一项重要的话，也可以予以保留。例如在风暴增水计算中就是这样，但对大尺度的定常环流，这一项通常是不重要的）。将上式重新安排，便有

$$\int_{z_B}^{\eta}\frac{\partial p}{\partial x}\mathrm{d}z = \frac{\partial E_p}{\partial x} + p_B\frac{\partial z_B}{\partial x} = \frac{\partial \chi}{\partial x} + \frac{\partial E_p^0}{\partial x} + p_B\frac{\partial z_B}{\partial x} \qquad (9.28)$$

最后两项可加以合并（参看Fofonoff的论文，1962），于是有

$$\int_{z_B}^{\eta}\frac{\partial p}{\partial x}dz=\frac{\partial \chi}{\partial x}+\frac{p_B a_B}{g}\left(\frac{\partial p_B}{\partial x}\right)_z \tag{9.29}$$

式中 $(\partial p_B/\partial x)_z$ 表示在底部水平面上压强的变化。将换成 y，可得到 y 方向上的方程。将这些方程代入方程(9.26)，我们便得

$$-fM_y=-\frac{\partial \chi}{\partial x}-\frac{p_B a_B}{g}\left(\frac{\partial p_B}{\partial x}\right)_z+\tau_{x\eta}-\tau_{xB}$$

$$fM_x=-\frac{\partial \chi}{\partial y}-\frac{p_B a_B}{g}\left(\frac{\partial p_B}{\partial y}\right)_z+\tau_{y\eta}-\tau_{yB}$$

(9.30)

上式右端第一项是与密度分布的变化有关的项，它们与地转速度的斜压部分，具有如下的关系：

$$fM_{yc}=\frac{\partial \chi}{\partial x},\quad fM_{xc}=-\frac{\partial \chi}{\partial y}$$

正如前面所讨论的，应力项与埃克曼输送有关：

$$fM_{yE}=-\tau_{x\eta}\qquad fM_{yEB}=\tau_{xB}$$

$$fM_{xE}=\tau_{y\eta}\qquad fM_{xEB}=-\tau_{yB}$$

与底部压强有关的项等于正压输送乘以 f，即

$$M_{yb}=\int_{z_B}^{\eta}\rho v_b dz=v_b\int_{z_B}^{\eta}\rho dz$$ （因 v_b 不随 z 而变化）

现在 $\rho dz=-\frac{dp}{g}$，所以

$$\int_{z_B}^{\eta}\rho dz=-\int_{p_B}^{\eta}\frac{dp}{g}=\frac{p_B}{g}$$

$$M_{yb}=\frac{v_b p_B}{g}$$

正压流动就是深水中的地转流动，所以

$$fv_B = \alpha_B\left(\frac{\partial p_B}{\partial x}\right)_z \quad \frac{p_B\alpha_B}{g}\left(\frac{\partial p_B}{\partial x}\right)_z = \frac{fv_B p_B}{g} = fM_{yb}$$

类似地，方程（9.30）第二式中的p_B项等于$-fM_{xb}$，于是方程（9.30）可以写成

$$M_y = M_{yc} + M_{yb} + M_{yE} + M_{yEB}$$
$$M_x = M_{xc} + M_{xb} + M_{xE} + M_{xEB} \qquad (9.30')$$

上面方程简单地把总输送分为几个分量，这些分量分别与方程（9.30）中的密度场、底部压强梯度和应力项相联系。

下面，我们按照Sverdrup的方法，取

$$\frac{\partial}{\partial x}(fM_x) + \frac{\partial}{\partial y}(fM_y) = f\left(\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y}\right) + \beta M_y = \beta M_y \qquad (9.31)$$

在上式中，我们利用了从表面到底部的总输送的连续方程$\partial M_x/\partial x + \partial M_y/\partial y = 0$。对于方程(9.30）的右端，应用同样的方法，可给出

$$\beta M_y = \mathrm{curl}_z\tau_\eta - \mathrm{curl}_z\tau_B - \rho' f\left(u_b\frac{\partial z_B}{\partial x} + v_b\frac{\partial z_B}{\partial y}\right) \qquad (9.32)$$

或写成矢量的形式，即有

$$\beta M_y = (\nabla\times\tau_\eta)_k - (\nabla\times\tau_B)_k - \rho' f(v_b\cdot\nabla_H z_B)$$

其中$\nabla_H = i(\partial/\partial x) + j(\partial/\partial y)$

$$\rho' = \rho_B\left[1 + \frac{p_B}{\alpha_B}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial p}\right)_B\right]$$

（对最后一项的偏导数，参看Fofonoff的论文，1962)。有关

χ的各项被相互抵消掉，这正如Sverdrup导出方程时压强项被抵消掉一样，Sverdrup假定深层流速（正压部分）为零。如果海底附近没有流，那么海底附近也就没有应力，于是方程(9.32)便简化成Sverdrup导出的方程 (9.21)。如果海底是水平的，且海底应力可以忽略，那么，我们也可得到方程(9.21)。最后，如果流动是沿着海底等高线的（即完全水平的），此时，V_b与$\nabla_H z_B$垂直，有关z_B的项便变为零。海底应力是经常被忽略的，在第十一章中我们将会看到，某些数值模式的结果表明，海底摩擦应力并不是完全可以忽略的。尽管如此，在大多数情况下，忽略海底摩擦的近似，可能是较好的近似。

因为流的驱动作用是在表面，所以在深度很大的地方流速为零。基于这样的考虑，$V_b \cdot \nabla_H z_B$）项也是常常被忽略的。在分析处理中，如果使用的海底是适当理想化的地形，而且斜压效应也忽略不计，也就是说，认为流动的地转部分与深度无关，那么此时可以包括$V_b \cdot \nabla_H z_B$这一项的效应；也只有此时，才可能包括这一效应。这一点是我们在上面处理中，忽略（$V_b \cdot \nabla_H z_B$）的又一理由。即使我们采用观测得到的密度场，困难也仍然存在，我们不能得到关于V_b的适当信息，这是因为V_b不能通过地转计算而得到，不仅深层流的观测极少，而且观测时间也短，对计算帮助不大。在第十一章讨论数值模拟时，我们会看到，在实际海洋中，$V_b \cdot \nabla_H z_B$ 这一项可能是重要的。

9.7 质量输送流函数

将速度沿铅直方向积分，我们便可得到通过单位宽度断面的质量输送（密度×沿铅直方向平均流速×深度），此质

量输送只依赖于x和y，但不依赖于z。如果一种流动只依赖于两个空间坐标，而且又是不可压缩或定常状态，那么我们就可以使用一种标量函数——流函数，并可由流函数导出速度。使用流函数可以使问题得到简化，这是因为求解一个标量函数，要比求解矢量的两个分量函数简单。令

$$M_x = \frac{\partial\psi}{\partial y} \qquad M_y = -\frac{\partial\psi}{\partial x} \tag{9.33}$$

式中 ψ为流函数。流动平行于ψ的等值线，这就意味着，流函数的等值线图可以方便地表示出流动的图像，这正如在前面关于图9.11中提到的那样。在附录1，我们将较详细地讨论关于流函数的问题。

读者应该注意，有些作者用下面方式定义流函数：

$$M_x = -\frac{\partial\psi}{\partial y} \qquad M_y = \frac{\partial\psi}{\partial x} \tag{9.33'}$$

我们选择（9.33）式，因为在流体力学中这种定义用得较多，虽然在物理海洋学中常使用方程（9.33′）。如果使用方程（9.33′），并令$\psi=0$为其中的一条流线，那么方程（9.33）和（9.33′）定义的两种流函数彼此正好相差一个负号。不管用哪一种定义，在解释流函数的等值线图时，都不会存在什么问题，因为通常都在等值线上标上箭头方向，以表示流动的方向。考虑下式：

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} = \frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y} - \frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y}$$

如果M_x和M_y代表质量输送，那么根据连续方程，上式应该为零，而且关于ψ的微商顺序可以交换（关于微商顺序可交换的问题，有兴趣的读者可参看有关流体力学的书，如Batchelor（1967）的著作。实际上，如果我们能从运动方程

求得关于ψ的方程［通常，此方程具有斯维尔德鲁普方程(9.21)的形式，或具有更一般的形式(9.32)，或具有下面马上就要讨论的形式］。那么，方程的解将自动满足连续性条件。在斯维尔德鲁普方程适用时，为了得到ψ的方程，我们可简单地用$\left(-\beta\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)$来代替$\beta M_y$即可。

总输送是非辐散的，也就是说连续方程具有如下的形式：

$$\frac{\partial M_x}{\partial x}+\frac{\partial M_y}{\partial y}=\nabla_H\cdot M=0$$

但是，对于个别输送，如埃克曼输送，斜压输送、正压输送（若有的话）和底层埃克曼输送（若有的话），它们不一定是非辐散的；对于这些个别输送，不一定可用流函数来表示。对于斜压输送来说，负的势能距平$(-\chi)$几乎总是流函数。实际上，$(-\chi)$的等值线是fM_c的"流线"，但因f变化缓慢，因此斜压流几乎总是沿着$(-\chi)$的等值线。等值线间的间隔和输送强度之间的关系随着f的变化而变化，因此，随着纬度的不同而不同。

类似地，$\Delta\Phi$（在混合单位制中为ΔD）的等值线表示出（相对于参考面的）水平地转流的流动模式。除非$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0$成立，$\Delta\Phi$就不是真正的流函数，但它可以象流函数一样提供有用的流动图像。

9.8 西向强化——Stommel的贡献

作为一个整体来看，大洋环流的一个特征就是所谓"西向强化"，例如，在图6.8（太平洋）和图11.4(b)（北大西

洋）中，在日本和美国外面的大洋西部或西北部的流线密集，而在大洋的其余部分流线稀疏。在流线密集的地方流速大，而在流线稀疏的地方流速小。在南大西洋和印度洋，同样的流动模式也很明显，但在南太平洋，西向强化现象就不明显，因为众多的岛屿存在，使南太平洋的流动变得很复杂。Stommel（1948）是第一个对西向强化提出解释的人。

Stommel用一种简单的海洋和风的理论模式来证明西向强化的问题。他假定海洋的形状为矩形，深度为常值，整个海洋均位于赤道的一侧。另外，为了方便起见，Stommel假定海面是平的，也就是说，使用6.4节提到的切平面近似。风应力随纬度的变化被假定为图9.12的形式，在海洋的南部风向西吹送，在海洋的北部风向东吹送。风应力的这种假定，是下面将要讨论的真实风应力的合理近似。Stommel在模式中考虑了摩擦力，这样就可以考虑定常的情形。Stommel使用的方程基本上就是包括摩擦力的斯维尔德鲁普方程（9.21）。他对如下三种情况计算了这种海洋中的流动。

(1)非旋转海洋（即非旋转地球）；

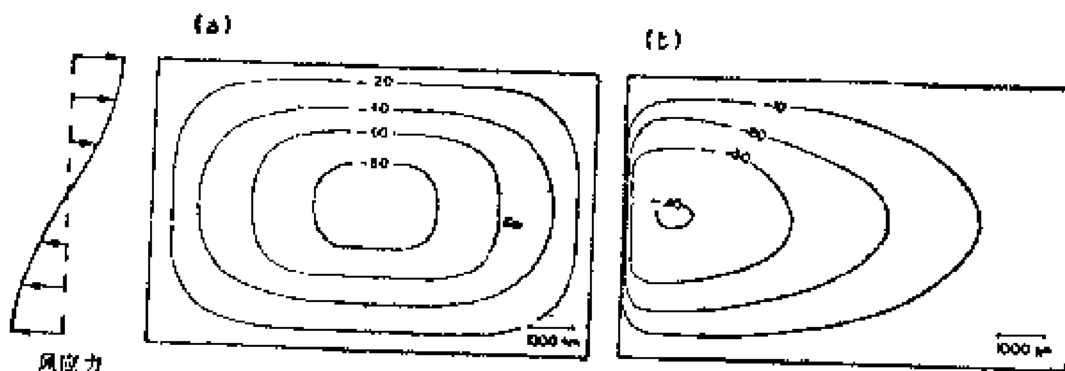


图 9.12　简化后的风生环流流动模式（流线）
(a) 科氏力为零或为常数；(b) 科氏力随纬度线性增加 (Stommel, 1948)

(2)旋转海洋，但科氏参数f为常量（f平面近似）；

(3)旋转海洋，且科氏参数随纬度而变化，但变化方式是简单的（不过是符合实际情况的），即认为科氏参数从10—50°随纬度的变化是线性的（β平面近似）。

Stommel得到的流动模式如图9.12所示，其中图(b)所示的流动与真实海洋中的流动非常一致（参阅图8.8）。在情形(1)中，水面几乎保持水平。在情形(2)中，中间水面较高，这样便可产生必需的压强梯度力，以平衡科氏力的效应[图9.12(a)]。在情形(3)中，中间的水面也较高，但在东西方向上不再和情形(2)一样具有对称性，而是高水位的位置移向西面[图9.12(b)]。

显然，科氏力随纬度的变化$\frac{\partial f}{\partial \psi}$是形成西向强化的原因。现在，西向强化的结果是用涡度来解释的，这一点我们将在下面讨论（风应力使海水产生涡度，而摩擦则抵消涡度。当科氏参数f随纬度变化时，在大洋的西边需要有较强的摩擦力以抵消这里的涡度，因此，为了产生较强的摩擦力，就需要有较强的流动）。

Stommel的结果是对于大大简化后的理想海洋而导出的，但从这里可以清楚地看到，科氏参数的变化是基本的动力学要素，在任何大尺度环流的研究中，这种要素都是要加以考虑的。另外，Stommel在模式中加上了摩擦力项，这就使得他能得到封闭环流的解，这一点按照Sverdrup的假设是得不到的。Stommel的模式并不想模拟真实海洋的详细情形，而只是想对环流的原理作出解释，这一点和我们经常所做的情形一样，模式都是和真实世界不同的，都是理想化的。只要我们相信所得的结果（正如现在我们做的情形）．

数学详情是不重要的，我们在这里也没有给出。对于更充分的研究，有兴趣的读者可参考Stommel湾流一书（1965），在这本书中，还有许多其他有意义的情况介绍。

9.9 行星风场和曳力系数C_D

上面我们用风应力对上层海流作了解释，现在我们需要对全球尺度的风的一般特征有所了解。风的主要特征表示于图9.13中。左图表示地球上的主要风系，这些风系都是呈带状分布的。右图表示风的东西风量，图中的分布表明，Stommel所用的风应力随纬度变化的形式是在10—50°N之间的实际风应力的合理近似。

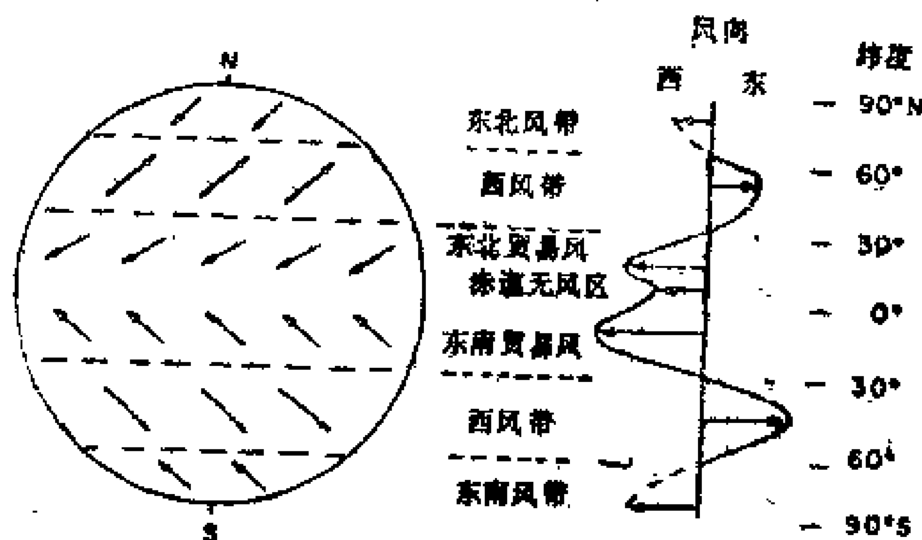


图 9.13 地球上风的一般分布以及东西分量的平均分布

图9.13表示大洋中沿东西方向上平均后的平均风，也就是说我们忽略了大洋风沿东西方向上的变化。在比较新近的处理中，特别是在数值计算中（第十一章），一般使用大洋各网格点上的风应力数值，因此风应力的东西分量和南北分量都比较准确。当然，这样使用的风应力也仍然是通过时间

平均而得到的。

现有的风应力资料在细节上没有多少代表性，一般的做法是应用关系式$\tau=\rho C_D W^2$，以求得沿风向的风应力。问题是使用什么样的C_D值。就我们所知，在大多数海洋学上的风应力计算中，采用呈阶梯函数或平滑阶梯函数的C_D值[图9.14(a)]。图中的曲线(b)和(c)也表示出较新近的测量结果[Smith(1980)Large和Pond(1981)]，这些测量结果表明，C_D确实随着风速的增加而增加，但并不象曲线a表示的那样突出。Large和Pond的结果是根据大量的外海观测值而得出的。他们的结果与其他的外海测量结果符合得很好，特别是与Smith（1980）的测量结果；Smith（1980）的测量也是另外唯一的包括大量风速大于15米/秒的测量。应该注意，因为风速随高度而变，所以C_D也是高度的函数。图9.14

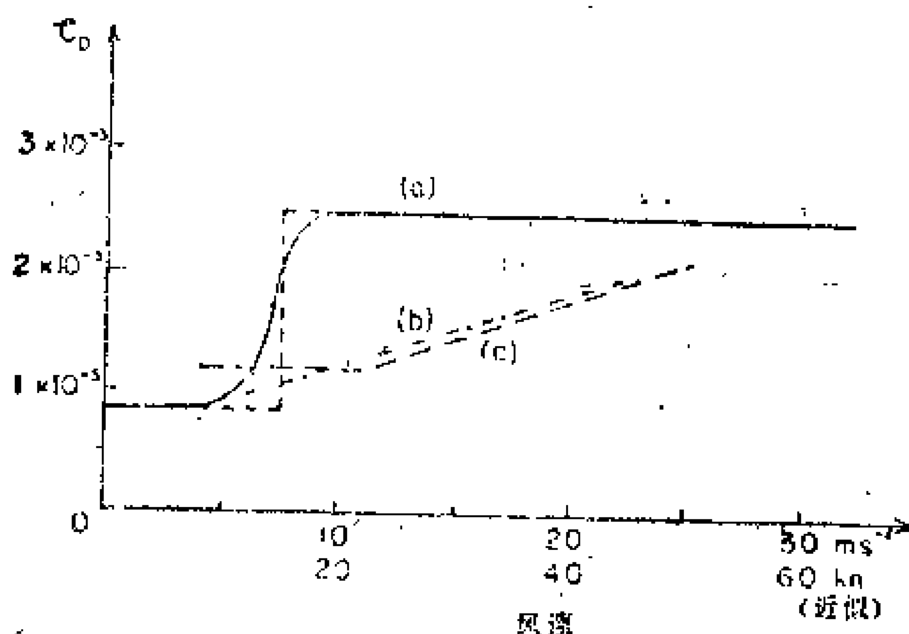


图 9.14 作为风速函数的海面上风的应力系数 C_D

（a）——在风生环流计算中通常所使用的C_D，其中风是指10米高度上的风，而稳定性指中性；（b）——Smith（1980）测得的曲线，（c）——Large和Pond（1981）测得的曲线

的数值是对海面10米高度上的风而言的，对于其他的高度，可进行高度订正（参阅Large和Pond的论文，1981）。C_D值还依赖于空气的静力学稳定性；图9.14的值是对中性稳定性而言的。对于中纬度，平均说来稳定性的效应很小，但对于赤道地区和热带地区，稳定性的效应必须加以考虑。根据空气和海水的温度差，我们可以作出近似的稳定性订正（参阅Large和Pond的论文，1981）。另外还应该注意，对于给定的风速，C_D也不是一个常数，而是可在相当大范围内变化的数；这一点并不奇怪，因为动量输送过程属于湍流过程。标准差约为均值的20%，所以对于一次的观测来说，应力的真值落在80—120%计算值范围内的概率约为68%。如果我们把多次观测值加以平均，那么统计上的可变部分就会被平均掉，因此，如果风的观测量是准确的，那么根据几天的观测值而求得的平均风应力的相对误差约为10%。如果风速小于10—11米·秒$^{-1}$，那么平均说来，C_D近似地为常数。事实上，当风速处于增大的过程时，相应的C_D值要小一些，而当风速处于减小过程或风向处于变化的过程时，相应的C_D值要大一些。低风速时，C_D的所谓常值应该代表外海的平均状况，因为超过20米·秒$^{-1}$的风速很少出现，在平均应力的计算时，这种情况较少。所以，如果风资料是准确的，那么按照Large和Pond的C_D曲线计算几天内的平均风应力时，其相对误差可达10%。应该注意，在风处于变化过程（风速迅速变化或风向较大偏转）中时，Large和Pond的C_D线是不能应用的；如果此时应用Large和Pond的C_D曲线，那么就很有可能过低估计风应力的数值。例如，在风暴增水的计算中，当风速等于15米·秒$^{-1}$时，C_D值可近似为0.0025，只有使用这样高的C_D值，计算所得的水面变化

才能大致与观测结果符合(Donelan，1982)。在这种情况下，我们必须使用某种模式（如Donelan 1982提出的模式），对波浪场的发展加以考虑。

高风速时的间接测量值现在被认为是不可靠的，而C_D的阶梯函数或平滑阶梯函数正是根据这些测量值而求得的。这些测量值是根据水面"增水"而间接求得的。但是问题要复杂得多，它并不是压强梯度(它与增水有关)与海水风应力之间的简单平衡。随时间的各种变化、海底地形效应以及浅水中对强风浪的非线性效应(增水正是在这种浅水域中测得的)都是重要的因子。根据海面倾斜而求得的C_D值要大于Smith的值，也大于Large和Pond的值，特别是在15—20米·秒$^{-1}$的风速范围内。这样求得的数值对于测量时的当场状况是有代表性的，但对于外海状况却没有代表性。C_D的阶梯函数是根据如下两种测量结果而求得的，一种是根据增水测量而算得的，这种C_D值偏大；另一种是小风速时直接测得的，这种C_D值偏小，而且偏小得很厉害，因为重要的是空气速度和海水速度之差。当风速小时，由于风的作用，海面附近有一相当薄的薄层，它们的移动速度很大，用于计算C_D的风速W可能取得太大。另外，早期测量值是在定常风（风不处于减弱过程）条件下测得的，这种条件会使C_D值偏低。

当风速约为7.5米·秒$^{-1}$（15节)时，如果波浪破碎或"白帽"现象大量出现，水面就会变得更加"粗糙"，从而使C_D值变大，此时图9.14所示的C_D值的突然升高才是合理的。虽然在过去就已知道C_D的阶梯函数一般是不符合实际的，但是C_D的阶梯函数还是使用了很长的一段时间。这个例子说明，不充分熟悉某一特定领域发展的人们可能不恰当地使用初步的研究成果，并把这些初步结果看作是已经解决的完善结果。

C_D的新的估计值使我们可以计算出平均风应力，但这些新的C_D估计值并不包括高风速时的情形，所以我们仍不能有把握地计算出非常强的风(如飓风)时的效应。当风速达到30—50米·秒$^{-1}$范围内的数值时，为估计C_D而对风应力作出的直接测量是非常难以办到的，一方面这是由于实验的困难，另一方面是由于这种高风速很少出现。有一些间接的测量结果，不过都是根据飓风动量收支平衡和实验室风洞实验的外推结果而作出的(Garratt，1977)。这两种资料彼此合理地符合一致，在重叠的风速范围内(15—25米·秒$^{-1}$)与Smith的结果和Large，Pond的结果符合，同时也与这些作者的外推结果(外推到50米·秒$^{-1}$的风速情形)一致。在得到更加直接的测量结果之前，现在求C_D的方法可在高风速的条件下给出风应力的合理估计值。

另一个困难是，风应力表达式中的风速是以平方项出现的。如果我们经常地对W作出测量(例如每天一次或几次)，那么我们可对每一次的风速测量都计算出风应力，然后按照矢量加法法则将这些风应力相加，以求得总的效应。但是在早期的某些计算中，使用的风速是一个月时期内或更长时期内的平均风速($\overline{W}$)。如果在用于平均的时期内W的量值变化很快，那么风速平均值的平方($\overline{W}^2$)就要小于风速平方的平均值($\overline{W^2}$)，因此使用长期的平均风速值就会低估风应力的效应。计算风应力时，除非我们打算作用适于计算区域的订正，我们就不应使用平均后的风速，这是因为使用这种平均风速会使计算所得的风应力偏低。

风的气候资料常常是以风玫瑰的形式表示出来的，风玫瑰可表示出某一范围的风速在某一方向(通常分为八个方位)上的出现时间百分比，也可表示出不管方向时各种风速的频

率分布。使用风玫瑰我们可以对每一种风速范围和每一种方向计算出风应力，然后按矢量加法法则将这些风应力相加，并得到气候平均的风应力。根据详细的风资料和变成风玫瑰后的风资料计算出风应力，并将这两种风应力加以比较。比较结果表明，这两种方法可给出同样的结果，其误差只有百分之几。这样，在合理的精度范围内，在整个海洋上作出气候平均风应力的计算是可能的。不幸的是，气候资料的空间分辨力(最高为5个纬距)不高，不能准确计算出风应力的旋度。Saunders (1976) 对北大西洋风旋度最大的区域作了检验计算，其结果表明，用5个纬距的分辨力和1个纬距的分辨力的风资料计算出的风应力旋度是不同的，前者只为后者的三分之二。但是，如果使用老的C_D阶梯函数，那么就会使计算得的风应力偏高，这可以补偿空间分辨力的不足。在Saunders所检验的区域中，上述两种效应近似地正好抵消，而达到平衡。为了得到风应力和风应力旋度的好的估计值，必须使用大量的船舶报告，并用最新的C_D估计值和高分辨力的资料重新做出计算。当然，因为并不是所有的海区都有大量船舶经过，所以不能对所有海区都作出这样的计算。另外一种计算所有海区风应力的可能性是使用海面粗糙度的卫星观测资料，平均说来，海面粗糙度是与风应力和风速相联系的。当然使用这种办法时，必须对其事先加以验证。

9.10 蒙克解

Munk把Ekman、Sverdrup和Stommel结果中的主要特征结合起来，首次对风生环流给出综合解。他用的风场是真实风场(虽然比起现在了解的风场来没有那么详细)，他用的C_D值是阶梯函数值。另外他用了两种摩擦力项。

1)铅垂向摩擦力：此摩擦力与流速的铅垂向切变有关，它把海面风应力施加的动量从海面输送到埃克曼层；

2)侧向摩擦力：此摩擦力与流速的水平切变有关。由于这种摩擦力的存在，海洋环流能够维持定常状态。

他得到了描述环流的四阶微分方程：

$$A\nabla^4\psi-\left(\beta\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)-\mathrm{curl}_z\tau_\eta=0 \tag{9.34}$$

式中　A为质量输送侧向摩擦的涡旋粘滞系数

∇^4为二维双调和算子$=\frac{\partial^4}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4}{\partial y^4}$，

ψ为质量输送流函数，它描述海水流动的流线(实际上，在定常情形下也为轨迹)。

我们必须从方程(9.34)中解出ψ,然后由下式算出M_x和M_y

$$M_x=\frac{\partial\psi}{\partial x}\qquad\qquad M_y=\frac{-\partial\psi}{\partial y}$$

换言之，方程(9.34)可写成

侧向应力涡度－行星涡度－风应力涡度＝0

(关于涡度的概念下面将要讨论)。

在海洋的不同部分，方程中的三项重要性是不同的，在大洋的西部，流速较大，第一项和第二项显得重要；在大洋的中部和东部，第二项和第三项显得重要。侧向摩擦应力取定于流的侧向切变，因此它在大洋西部的数值很大，这是因为那里的流速和切变都很强。而在大洋的其他地方，流速很小，侧向摩擦力不可能很大(参阅7.3节)。

Munk求得了方程(9.34)的解，也就是求得了ψ的表达式，它是用海洋中各点的坐标，β值和风应力τ_η来表示的。对于风应力τ_η，他用的是东西方向上的分量值（指沿东西方

向平均后的值)，而忽略了南北方向上的分量值。ψ的等值线可以很好地表示出流动模式[图9.15(a)]。图9.15代表的解是对矩形海洋而求得的，与实际情形差异较大。以后，Munk和Carrier又对三角形海洋得到了ψ的解，三角形的海洋可以近似代表北太平洋，此解表示于图9.15(b)中。

注意，如果用$-\partial\psi/\partial x$代替M_y，那么斯维尔德鲁普方程(9.21)的项就是方程(9.34)的第二项和第三项。在推广后的斯维尔德鲁普方程(9.32)中的附加项并不出现在方程(9.34)中，这是因为Munk假定海底上面流速为零，或者假定海底水平且海底处应力可以忽略不计（因为流速在很深的地方应该很小)。

Munk假定，在大洋西部，与流的水平切变有关的摩擦力项会变得很重要，但非线性项仍保持小的数值。我们在8.10节曾经指出，如果水平涡旋粘滞系数很大，那么他的假定是合理的。

为了了解蒙克方程(9.34)是怎样导出的，我们先写出铅直积分后的方程(9.30)，但在方程中加上侧向摩擦力项[参阅方程(7.6)]。为了简单起见，我们忽略底部压强项和应力项(在蒙克假设下，这两项为零)。这样便得到

$$-fM_y=-\frac{\partial\chi}{\partial x}+\tau_{x\eta}+\int_{z_B}^{\eta}\rho A_x\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}dz+\int_{z_B}^{\eta}\rho A_y\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}dz$$

$$fM_x=-\frac{\partial\chi}{\partial x}+\tau_{y\eta}+\int_{z_B}^{\eta}\rho A_x\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}dz+\int_{z_B}^{\eta}\rho A_y\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}dz$$

假定

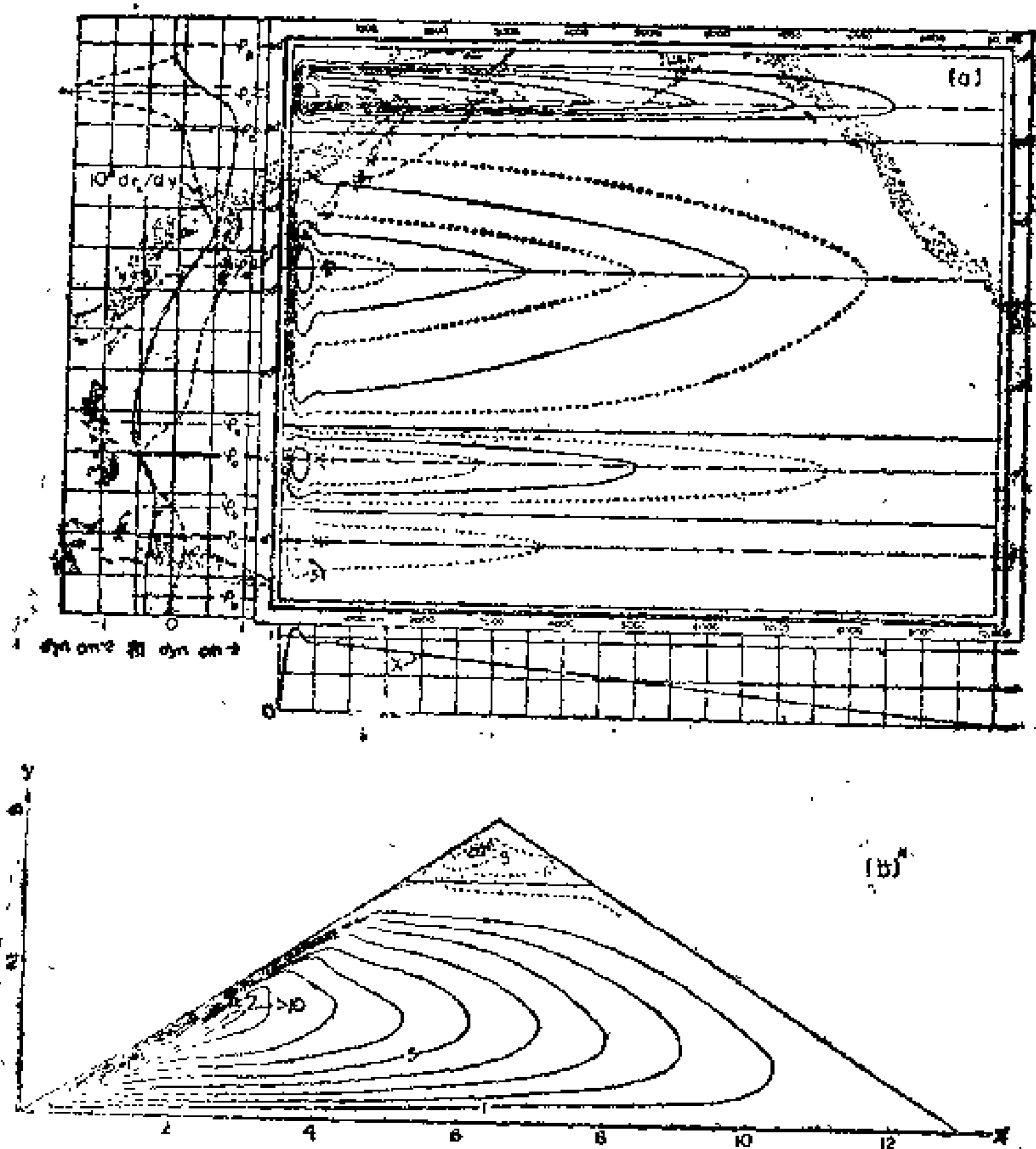


图 9.15 (a)左图中实线表示太平洋年平均风应力，虚线表示风应力旋度$10^{8}\frac{\partial \tau_x}{\partial y}$，右图中，对矩形海洋计算所得的质量输送流线(Munk，1950) (b)对三角形海洋计算所得的质量输送流线，其中，纬度为15—60。N (Munk和Carrier，1950) (1达因·厘米$^{-2}$ = 0.1巴，1达因·厘米$^{-3}$ = 10巴·米$^{-1}$)

$$A_x = A_y = A_H$$

$$\int_{z_B}^{\eta} \rho A_H \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dz \approx A \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2}$$

另外，对与上式类似的其他三项也作同样的假定。实际上，如果z_B＝常数且A_H不随z而变，那么上式几乎是精确的等式；因为其中涉及的η很小，而密度ρ的变化亦可忽略不计（布兹涅斯克近似，7.41节）。应该记住，我们已假定A_x和A_y随x和y的变化可以忽略。在上面的各种假定中，如果其中的某些假定并不完全正确，那么我们也可以用类比方法来说明质量输送的摩擦力可表示为$A\left(\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2}\right)$等（$A \approx A_H$）。另外，使用涡动粘滞性来表示湍流状态是非常粗糙的表示方法。在得到观测事实的验证之前，任何强烈地依赖于这种假定而得出的结论都应该看作是可疑的。

由于我们使用了$A_x = A_y = A_H = A$，所以第一个方程中的摩擦力项变成$A\nabla^2_H M_x$，而第二个方程中的摩擦力项则变成$A\nabla^2_H M_y$ $\left(\Delta_H{}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)$。象以前做的一样，将第一式对$y$求导数，第二式对$x$求导数，然后相加。如果方程中不存在摩擦力项，那么我们已经知道所得结果应为$\beta M_y = \mathrm{curl}_z \tau_\eta$，因此我们只需考虑摩擦力项会变成什么形式就可以了。

因已假定A为常数，因此摩擦力项变成

$$A \frac{\partial}{\partial x}(\nabla^2_H M_y) - A \frac{\partial}{\partial y}(\nabla^2_H M_x)$$

将$M_x = \partial\psi/\partial y$，$M_y = -\partial\psi/\partial x$代入上式，并详细写出

$$-A\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\frac{\partial\psi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right.\right.$$

$$+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\Big)\frac{\partial\psi}{\partial y}\Big] = -A\Big[\frac{\partial^4\psi}{\partial x^4}+2\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2\partial y^2}$$

$$+\frac{\partial^4\psi}{\partial y^4}\Big] = -A\nabla^4\psi$$

于是最后得到

$$\beta M_y = -\beta\frac{\partial\psi}{\partial x} = \mathrm{curl}_z\tau_\eta - A\nabla^4\psi$$

上式即为蒙克方程。

应该注意，蒙克方程是四阶方程（即方程中含有四阶偏导数项），因此其解可满足四种边界条件。这四种边界条件就是：没有流穿过东边界和西边界，没有流滑过东边界和西边界。在某些纬度上$\mathrm{curl}_z\tau_\eta=0$，这些纬度线把流动分隔成不同的“回旋”，如图9.15所示。在Stommel的模式中，由于他假定的摩擦力形式比较简单，因此所得方程是二阶的，而方程的解只能满足无滑动条件。由于蒙克方程的阶数较高，所以它的解可解释逆流的存在（这种逆流是在黑潮和湾流以西观测到的相当强的南向流）。从图9.15可看出，西边界流处的流线密集，因此那里的流速较大。从图中的最大回旋中可以看到，当西边界处的南北向流线向东进入回旋区和回旋区内的流线向西离开回旋区时，流线均向南摆动，这种流线向南摆动所代表的现象就是逆流。Stommel的模式［图9.12(b)］也能表示出西向强化，但却不能表示出逆流的存在。在这一点上，Munk的解更加符合实际情况。

9.10.1 对蒙克解的几点评注

蒙克解表示出一系列的回旋，其中包括赤道流系和西向强化现象。从定量上讲，对于较大的流系，如湾流和黑潮，Munk计算得到的质量输送数值只有当时普遍接受的输送值

的一半左右，而这后者是根据地转计算而得到的。以后有人又对北大西洋的地转输送作了研究（如Leetmaa Niiler和Stommel，1977），研究结果表明，当时“接受”的输送值是对湾流系统中向东北方向流动的强流部分计算出来的，这是导致上述矛盾现象的原因。研究结果还表明，在当时的地转计算中，忽略了湾流以东的西边界区中的西南向强回流。当这些回流也加以考虑的时候，根据风应力旋度计算出的环流和根据地转计算和直接观测得出的环流之间便相当一致，至少对北大西洋是如此；这就表明，在大洋的内部，Sverdrup的关系是一种好的近似。

同时，在风应力的计算方面，有几点细节是值得加以指出的。首先，当用有限差分方法求得风应力旋度的时候，所得数值可能偏低。通常，计算风应力的网格尺寸取为5个经度×5个纬度，因此用这么大的空间步长来计算风应力旋度，其值就可能偏低，特别是在风应力旋度具有极大和极小值的地方。风应力是根据多年的风资料来计算的。而风应力旋度则又是根据这种风应力来计算的。除了因使用大步长的有限差分而产生的可能误差以外，风应力旋度极大值和极小值的位置也随季节而异；同时，对于同一季节，其位置在不同年份也不相同。这样，如果我们作出两种计算，一种是根据气候资料计算出沿东西方向积分后的南北向质量输送的极大值和极小值，另一种是根据每天的风应力对每一个回旋计算出积分质量输送的极大值和极小值，然后再取平均，那么这两种结果将是不同的，前者要比后者小。据我们所知，没有人作过这种计算，因此无法知道这种效应会达到什么程度。上面曾经提到，由地转计算得到的质量输送与由斯维尔德鲁普方程得出的质量输送是一致的。这就表明，这种效应

不会使南向质量输送有很大的增加，每天风应力的计算只能根据由表面气压图得出的地转风的外推来进行。对几年的风应力作出这种计算，其任务是很艰巨的。另外，表面气压图有误差，外推时也会引起误差。然而对湾流回旋中可能出现最大南向积分输送的纬度地区作出这样的计算是非常有益的。

另外，Munk计算时所用的C_D数值的正确性是可疑的。Munk曾提到，对任何地点均取$C_D=2.6\times10^{-3}$会使结果变得更好。计算时所用风资料均取自船舶报告。但是因为商船和客轮总是力图避免在强风下航行，因此资料中的风速必然偏低，从而使计算所得的风应力也偏低。使用C_D的阶梯函数可以部分补偿低分辨力和船舶报告中的偏差。采用更切合实际的C_D值（约比Large和Pond的值高20%左右）和 2 个纬度×5个经度的分辨力，Leetmaa和Bunker（1978）根据风应力旋度和斯维尔德鲁普方程计算了包括湾流在内的大西洋回旋中的南向输送，其值为32斯维尔德鲁普，这两者是很接近的。Leetmaa和Bunker的值很可能更符合实际情况，因为他们采用了稍为高一些的C_D值和有限的分辨力，这两者的效应可以彼此互为补偿。他们计算所得到的南向总输送与佛罗里达海峡中直接观测到的北向流（37斯维尔德鲁普）也是可相比较的，另外在几个纬度上他们的结果与地转计算结果的比较也表现出合理的一致性（Leetmaa等人，1977；Stommel等人，1978）。

在《风生海洋环流》(Wind-driven Ocean Circulation, A.R. Robinson编，1963）和《海洋环流物理学》(Ocean Cirulation physics, M.E. stern, 1975）的书中，可以找到关于风生环流理论的更详细的论述。

Munk完全忽略了热盐环流，但他认为这不是产生误差

的重要原因；而Stommel曾经提出，热盐环流对总流动有着重要的贡献。热盐环流的某些特征将在第十章予以讨论。

忽略加速度中的非线性项，例如，$[u(\partial u/\partial x)+v(\partial u/\partial y)+w(\partial u/\partial z)]$，这种做法对于西边界流可能是不正确的。如果把这些项包括进去，方程就会变成非线性方程，但(Morgan和Charney)曾试图这样做，以便发展包括惯性项的分析理论。虽然目前还没有令人满意的理论，但是在某些情况下惯性项或非线性项似乎是必须加以考虑的，它们的作用可以和侧向摩擦同样重要。在计算海洋环流时更加新近的尝试是使用数值模拟，在数值模式中，所有效应（包括惯性项）都可包括进去。在大多数情况下，摩擦仍用常值涡动粘滞性来表示，虽然也可用其他形式的涡动粘滞系数（例如，在速度梯度较大的地方使用较大数值的粘滞系数；根据我们现在对湍流运动的了解，这一点似乎是更符合实际的）。这些更加复杂的涡动粘滞系数已在大气模式中多次使用，大气的模式要比海洋的模式稍为先进一些。数值模式的结果表明，惯性项可以增加东北向边界流的输送，使其值超过根据斯维尔德鲁普方程计算所得的值。根据某些模式的结果，实际斜压海洋中的海底地形效应也可以使西边界流得到加强，也就是说考虑海底地形时所得的西边界流要比根据简单风应力理论而求得的西边界流强一些。深海的温度观测和盐度观测是不精确的，不能清楚地表明热盐机制是否重要。还有另外一些使西边界流加强的机制。在第十一章我们将讨论数值模式的特征。

9.11 涡度

9.11.1 相对涡度——ζ

简单地说来，涡度是流体运动的一种运动学特征，它描

述流体微团自转的趋势。涡度是与所谓“速度切变”直接相联系的。为了说明速度切变和涡度的关系，图9.16(a)的左边画出了流体运动的平面图，流体是以速度$u(y)$向右(东)流动的，从上到下，速度随y的变化是：在(A)部分速度增加；在(B)部分速度是常数；在(C)部分速度减小。如果一个物体浮于(A)部分的流体中，当它向右移动时，此物体将作逆时针方向旋转，如图9.16中$t=t_1$，t_2，t_3三个时刻的图所示。如果一个物体浮于(B)部分的流体中，那么它将不会旋转。在图9.16的情况下，流体微团的旋转是用$\partial u/\partial y$来测度的，这种旋转称为涡度。相对于地球而测量的涡度称为相对涡度。相对于空间固定的坐标轴而测量的涡度称为绝对涡度（后面将要讨论）。

当从上往下看流体的旋转时，如果流体作逆时针运动，那么涡度为正；如果流体作顺时针运动，那么涡度为负。

在一般情形下，在水平面上运动的流体的相对涡度为 $\zeta=\mathrm{curl}_z\dot{U}=(\partial u/\partial x-\partial u/\partial y)$。

9.11.2 行星涡度——f

对于旋转的固体，涡度等于2乘以角速度。由于地球是旋转的，在纬度φ处的地球表面具有角速度$\Omega\sin\varphi$，其旋转轴铅直向上，因而相应的涡度为$2\Omega\sin\varphi$。这种涡度称为行星涡度。行星涡度正是出现在科氏力项中的参数f，以后我们将继续使用符号$f=2\Omega\sin\varphi$。如果一个水体相对于地球是静止的，那么此水体便自动地具有行星涡度f。图9.16(b)表示出行星涡度随地球纬度的变化。应该注意，行星涡度只随纬度而变化，因此纬度φ处的流体微团的行星涡度有而且只有$f=2\Omega\sin\varphi$的值。另外，在赤道处$f=0$，f的值向北增

加，在北极处其值为 $+2\Omega$；f 的值向南减小，在南极处其值为 -2Ω。

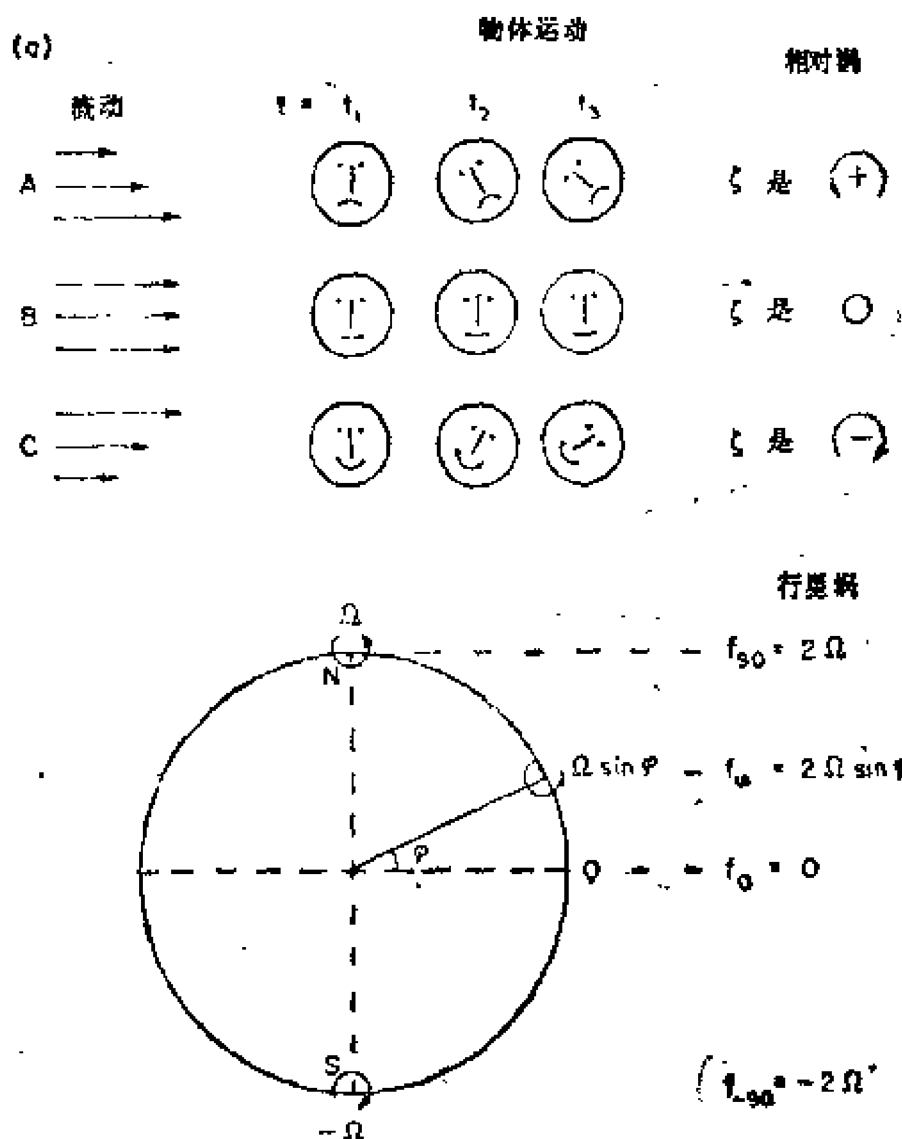


图 9.16　涡度概念的解释

(a) 相对涡度 (ζ) 与速度切变的关系

(b) 旋转地球不同纬度上的行星涡度

9.11.3　绝对涡度——$(\zeta+f)$

无摩擦时水平方向的运动方程为

$$\frac{du}{dt}-fv=-\alpha\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{dv}{dt}+fu=-\alpha\frac{\partial p}{\partial y} \qquad (9.35)$$

将上式交叉微商，相减以消去压强项，我们便得到

$$\frac{d}{dt}(\zeta+f)=-(\zeta+f)\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)$$

$$=-(\zeta+f)\nabla\cdot V_H \qquad (9.36)$$

式中 V_H代表水平速度，$\nabla\cdot V_H$是水平速度的散度，它是水平流动辐散（当$\nabla\cdot V_H>0$）或辐聚（若$\nabla\cdot V_H<0$）趋势的量度。相对涡度与行星涡度的和（$\zeta+f$）称为绝对涡度。方程（9.36）表示忽略摩擦力时地球上流动的绝对涡度的守恒原理。在导出（9.36）式时，我们和通常的做法一样忽略了α对x和y的微商。和这种近似一致，我们也忽略了速度铅直切变项（在海洋中，讨论涡度时，我们可以把流动看作是正压的，在很高的近似程度内可把u，v和ζ看作与z无关。另外，因为f与x，z和t无关，所以$\frac{df}{dt}=v\frac{\partial f}{\partial y}=\beta v$）。

当流动辐散时，$\nabla\cdot V_H>0$，绝对涡度的量值随时间的增加而减小；当流动辐聚时，$\nabla\cdot V_H<0$，绝对涡度的量值随时间的增加而增加。这里我们说的是量值（即绝对值），因为（$\zeta+f$）是可正可负的。因为f的量值总是比ζ的量值大得多，所以在北半球（$f+\zeta$）总为正，而在南半球（$\zeta+f$）总为负。当$\nabla\cdot V_H>0$时；如果（$\zeta+f$）>0，那么$\frac{d(\zeta+f)}{dt}<0$，所以（$\zeta+f$）随着时间的增加而减小；但如果（$\zeta+f$）<0，那么$\frac{d}{dt}(\zeta+f)>0$，所以（$\zeta+f$）的量值（绝对值）随着时间的增加而减小。

为了对绝对涡度的变化有形象化的了解，让我们来考虑

一个小高度的圆柱形水体。设初始时水柱相对于地球为静止，于是它只具有行星涡度f，如图9.17(a)所示。如果流体向内流向圆柱的轴线，水柱的高度就要变高，因为流体体积是守恒的。此时，$\nabla\cdot V_H<0$，所以绝对涡度必然增加。在这种情况下，水柱流体将获得相对涡度ζ，因此当水柱向内收缩变高时，其绝对涡度将从f增加到$f+\zeta$。图9.17（b）表示的是相反的情形，一个长而狭的水柱向外扩展（辐散）变成低而宽的水柱。如果初始时涡度为f，那么最后的涡度将减小到（$f-|\zeta|$）。在上面说到的两种情形中，我们都假定水柱是不动的，保持在地球表面的同一位置上，所以水柱的行星涡度是不变的。另外，应该注意，图9.17中画出了带箭头的实曲线，它们表示流体辐聚和辐散时流体运动的方向，这

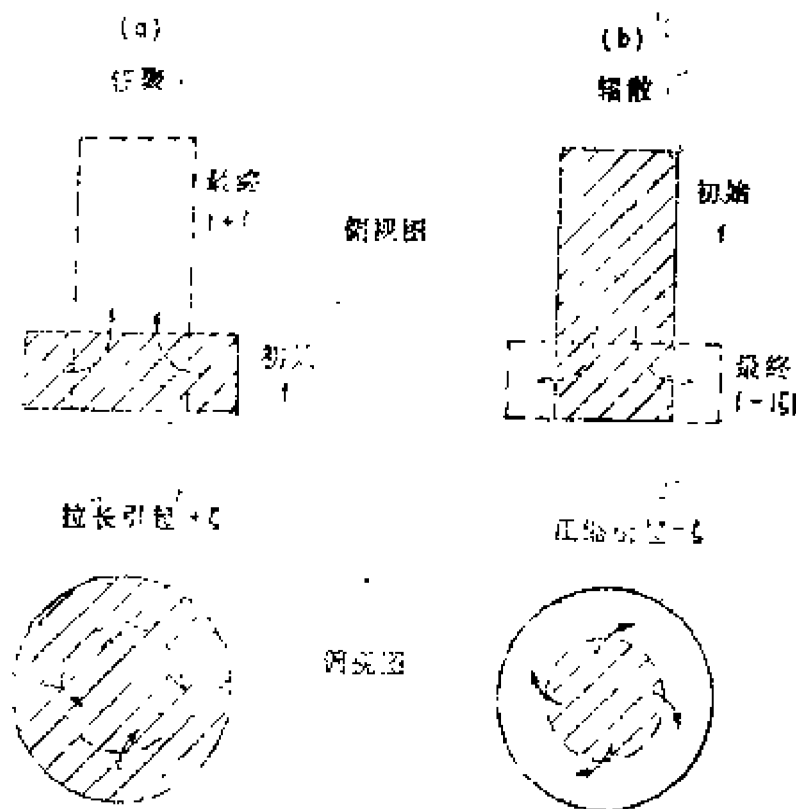


图 9.17　绝对涡度的变化

(a)辐聚的情形　(b)辐散的情形（均指北半球）

些都是对北半球而画出的。

如果我们从角动量守恒的角度上来考虑，那么在第一种情形中，转动惯量减小。因为在这种情形中，不存在外加力矩，角动量（转动惯量×角速度）不会变化，因此角速度必然增加。类似地，在第二种情形中，转动惯量增加，因此角速度减小。

9.11.4 位势涡度——$(\zeta+f)/D$

让我们考虑一个厚度为D的水层，水层内密度均匀，且水平速度分量与深度无关。此厚度D并不是指埃克曼深度D_E。此厚度D可以指表面到海底的距离。也就是说，我们考虑两层海洋中的其中一层，这是一种理想化的情形。显然，“两层海洋”也只是一种近似，但是这种近似所得结果的大体特征还是正确的，所以这种近似是一种有用的近似。所考虑水层的体积连续方程为

$$\frac{1}{D}\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}t}+\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)=0 \qquad (9.37)$$

将上式与（9.36）式联立，消去水平散度项，我们便得到

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\zeta+f}{D}\right)=0 \text{ 即 } \frac{f+\zeta}{D}=\text{常数} \qquad (9.38)$$

上式成立的条件是：水体运动时没有涡度的输入，例如没有风应力或其他摩擦效应引起的涡度输入，$\frac{f+\zeta}{D}$这个量称为这层水体的位势涡度。

当一层水体从一个地方移到另一个地方的时候，我们可以根据位势涡度保持常数的关系式来推断出其涡度的变化。让我们考虑如下的几种可能性。

（1）D保持常数：

(a)如果水体沿东西方向移动，即沿平行于纬度线的方向移动，此时φ保持常数，于是f和ζ均保持不变。

(b)如果水体沿南北方向向北极方向移动，此时f增加，于是为了使$(f+\zeta)$保持常数，ζ就必须减小。也就是说，水体将获得负的涡度，相对于地球的顺时针旋转的角速度将会增加。

(c)如果水体向南极方向移动，水体将获得正的涡度，其逆时针旋转的角速度将会增加。

(2)如果D增加，$(\zeta+f)$原来又是正的，那么$(\zeta+f)$将增加：

(a)如果水体沿东西方向移动，那么f不变，而ζ增加。也就是说，水体逆时针方向旋转的角速度将增加。

(b)如果水体沿南北方向向北极移动，那么f增加，而ζ可能增加也可能减小。

(c)如果水体向南极方向移动，那么f减小，而ζ必然增加，也就是说，水体逆时针方向旋转的角度将增加。

(3)如果D减小，而$(\zeta+f)$原来又是正的，那么$(\zeta+f)$将减小。读者可以考虑如下两种情况下ζ的变化：

(a)水体沿东西方向运动时，(b)水体沿南北方向运动时。另外，当D变化而$(\zeta+f)$原来又是负值时，ζ的变化情况读者可以自己考虑。

在海洋的内部（即远离边界处），对于大尺度过程，ζ相对于f总是可以忽略的。因此，位势涡度守恒的方程就变成$f/D=$常数。例如，如果水体伸长（即D增加），那么f的绝对值也要增加，于是北半球的水体将向北极方向移动，而南半球水体将向南极方向移动。反过来，当水体向最近的极地的方向移动时，水体将伸长。水体通过海底的沟时水体可

以伸长，而水体通过海底的脊时水体可以缩短。根据$f/D=$常数的条件，我们可以判断出经过不规则地形时水体的偏转方向——经过海脊时向赤道方向偏转，经过海沟时向极地方向偏转。为了保持f/D为常数而产生的这种流动偏转有时称为地形导向。

最后应该注意，在这一章前面导出的几个方程都是涡度方程（9.36）的铅直积分形式。简单形式和普遍形式的斯维尔德鲁普方程是（9.36）式的铅直积分形式再加上摩擦力项。斯托梅尔方程和蒙克方程也是（9.36）式的积分形式，但包括了侧向摩擦力项和风摩擦力项；也就是说，在方程（9.32）中，把v看作与z无关（这是一种良好的近似），并令$\beta M_y\rho=\beta vD=\rho D(\mathrm{d}f/\mathrm{d}t)$，$D=\eta-z_B$，认为$D$的变化主要取决于$z_B$的变化。这样，方程（9.32）的最后一项就变成$\rho' f\mathrm{d}D/\mathrm{d}t$。由于非线性项已被忽略，所以$\zeta$项并不出现于方程（9.32）中。而在方程（9.35）中，因为包含了非线性项，所以在方程（9.36）和（9.38）中出现ζ。方程（9.32）中的旋度项没有出现在方程(9.36)和（9.38）中，这是因为我们忽略了摩擦力项的缘故。

9.12 用位势涡度守恒来解释海流的西向强化

现在我们必须考虑摩擦效应引起的涡度变化，例如在驱动上层海洋方面风是重要的，我们必须对风引起的涡度变化加以考虑。因为海洋环流是定常的，所以在整个回旋上的总涡度必须为常数。因为每一个水质点都绕回旋转动，所以水质点转动一周回到原来的位置上时，涡度不应改变。因为D的变化不会影响定常的状态，为了简单起见，令$D=$常数，

这样就应有$\frac{d}{dt}(f+\zeta)$ = 所有摩擦效应的和。让我们来考虑一个北半球的海洋，在海洋的南部风向西吹，在海洋的北部风向东吹。这样，风便使上层海洋形成顺时针的环流（即角速度为负值的旋转）。在大洋的西部，流动向北[图9.18(a)]，f增加相对涡度减小，即获得负的相对涡度（$-\rho_p$）。使海洋形成顺时针环流的风应力也在海洋的西部提供负的涡度($-\zeta_\tau$)。因此，在海洋西部便有 $\zeta_p-\zeta_\tau<0$ 。在海洋的东部[图9.18(b)]，流动向南f减小，相对涡度增加($+\zeta_p$)，而风应力也在这里提供负的涡度($-\zeta_\tau$)。Sverdrup 曾证明，在海洋的东部有$\beta M_y=\mathrm{curl}_z\tau_\eta$（方程9.21），所以在东部大致有$\zeta_p+(-\zeta_\tau)=0$，即水体在向南的流动过程中涡度不会改变。

对于完整的环流来说，为了使总涡度保持常数，必须补充另外一种涡度以补偿西部涡度的减小。一种办法是在海洋西部引入侧向摩擦，这样因行星涡度变化引起的涡度减小和因风应力而引起的涡度减小，便可用侧向摩擦引起的涡度增加来平衡，即$-\zeta_p-\zeta_\tau+\zeta_f\approx 0$。为了得到这种平衡，我们需要图9.18(b)所示的速度结构，即在海洋的西部流速较大、切变较强，而在海洋的东部流速较小、切变很弱，也就是说，出现海洋的西向强化现象。如果在海洋中部和东部出现强流，那么它所引入的涡度是不能提供涡度平衡的（西部出现强流和底摩擦也可提供涡度的平衡，但这似乎不如引进侧摩擦更加切合实际）。

有两个基本特征是应该注意的，一是f必须随纬度而变（Stommel指出的），二是ζ相对于f必须很小。如果风非常强以致于ζ变得很大，那么f就可忽略，此时得到的环流将

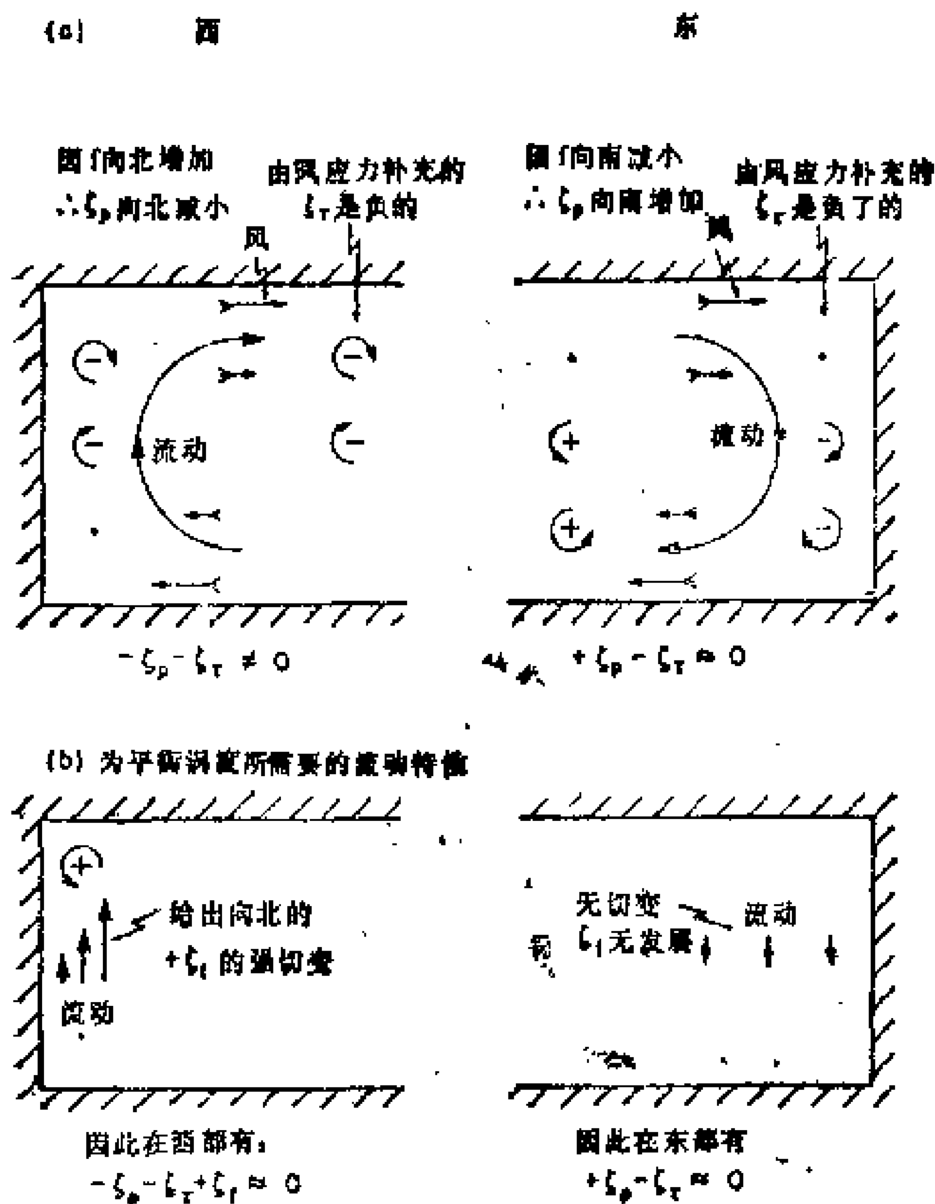


图 9.18 用位势涡度守恒原理解释海流的西向强化
(a)风应力提供的相对涡度；(b)边界上的摩擦应力提供的相对涡度

是对称的，而且在整个海洋中风引起的涡度和摩擦（侧向的和底部的）引起的涡度将处于平衡。然而，实际的风是不可能达到这种强度的，所以对地球上的海洋内部的大尺度流动总有$\zeta \ll f$，因此总要出现西向强化现象。

如果在某些地方风引起的环流是逆时针的（最大的一个位于南半球），那么通过类似的讨论也可以证明存在西向强

化现象。

9.13 赤道流系

9.13.1 赤道表面流

前面已经说过，赤道流系的最显著的特征就是它的带状结构，其中有向西流动的北赤道流和南赤道流，在这两股流中间还存在向东流动的北赤道逆流，这三股流在表面都是很明显的[图9.6(c)]。东向北赤道逆流与盛行的向西的风是反向的，过去对这种流的存在的解释是这样的：风应力使海水在西部堆积，于是在压强梯度力的驱动下，便在赤道无风带产生出这种赤道逆流（实际上，赤道无风带内仍然存在向西的风，不过风力很弱而已，这种很弱的风位于东北贸易风和东南贸易风之间）[见图9.6(b)]。但是，后来的研究表明，上面的这种解释是不恰当的。前面我们已经比较详细地介绍了Sverdrup的风应力旋度理论，人们普遍认为可用这一理论对北赤道逆流的存在作出适当的解释，也就是说产生北赤道逆流的原因是强贸易风和赤道无风带的弱风之间的风应力的经向变化，而不是赤道无风带中的弱风本身。

图9.6(c, d)的平面图和铅直断面图表示出与图9.6 (b)的风应力有关的纬向流动。图9.6(d)还表示出有关的海面经向坡度（画图时大大地夸大了此坡度）以及有关的辐聚和辐散。

除了上述三种主要流系外（这三者在表面都很明显），还有其他的表面流系，例如位于5—10°S的弱南赤道逆流。另外还有一些小流系，它们都仍未能得到很好的描述。赤道流系中的第四流系是次表层赤道潜流。

9.13.2 赤道潜流

在表面之下，有一非常明显的流系可以解释温跃层中潜流的存在，但是这些内容已超出本节的范围。我们必须承认，到目前为止，还没有一种赤道潜流的理论是完全令人满意的。

应该注意，上面讨论的内容仅仅是某些潜流理论的概略情况。然而，从上面的讨论中也可看出潜流产生的原因，也可告诉我们在能描述潜流速度详细分布的完善理论中应该包含哪些物理效应。显然，在方程中，水平摩擦力项和铅直摩擦力项是应加以考虑的。由于潜流流速很大，铅直尺度和侧向（南北向）尺度很小，非线性项也应该是重要的。欲详细了解这方面内容的读者可参看其他文献[Philander(1973)和Leetmaa等人(1981)]。

9.14 边界层方法

在第七章，当考虑运动方程各项的量级时，我们发现其中的许多项都是可忽略的。有关项忽略后，铅直方向的运动方程变成了流体静力学方程。第七章也曾经指出，对于周期在几天以上的运动，局部微商项是很小的。在某些区域中，湍流摩擦和非线性项可能是重要的。如果将运动方程各项均除以科氏力项，我们就发现非线性项和摩擦力项中均分别包含有小的系数——罗斯贝数（$R_0=U/f_0L$）和埃克曼数（$E_H=A_H/f_0L^2$；$E_z=A_z/(f_0L^2)$）。这两种无量纲数是在7.3节定义的。

如果在方程中含有高阶导数项，而这些高阶导数项前面的系数又很小，那么就要出现边界层的问题。边界层是边界附近的很薄的一层区域，在这区域中某些高阶导数项的值变得很重要。在流体的内部区域可以用简单的方程来描述运

动。对于海洋学情形，适于流体内部区域的这种简单方程是地转方程（对于不考虑地转效应的其他流体力学问题，边界层方法同样适用，但我们此处只想考虑海洋学的情形）。然而，地转方程的解不能满足所有的边界条件。由于在边界层内，与边界垂直的长度很小，因此某些高阶导数项在边界附近的数值将变大。最后，某一项或某些项将变得足够大，使边界条件得到满足。

为了使用边界层方法，我们可改变方程中的尺度，也就是说用与边界层厚度有关的尺度代替原来的某些长度。这种方法的好处就是：只有有关系的高阶项会在边界层内变得重要，而不重要的项仍然保持很小，这样“边界层”方程就会比完全的方程简单，易于求解。我们可以期望，在离开边界几倍于边界层厚度的距离之后，边界层的效应便将消失。我们使边界层的解满足边界条件，然后当边界层坐标变得很大时，使边界层解趋于内区解。由于边界层很薄，而内区解的变化又很慢，因此我们完全可以在内区和边界层的边界上使边界层解和内区解有效地匹配起来。一旦我们相信边界层和内区的这种“联结”是可能的，我们就可以集中精力来研究边界层的解而不必担心匹配的问题。在分析研究中，这种方法是一种非常有用的工具，即使解很理想化，在细节上不能应用于实际的海洋，这种边界层方法也可帮助我们了解那些动力学效应是重要的。边界层方法还可表明边界层厚度是如何依赖于系统的各种参数的。我们不拟给出这种方法的详情，只想用几个非常简单的例子来说明这种方法。

第9.4节给出的风生海流的埃克曼解就是边界层解。地转方程描述的运动是与水平压强梯度有关的那部分运动。然而，当有风应力作用于海面时，地转方程的解不能满足表面

边界条件（即在表面应力应是连续的）。在表面附近，铅直摩擦力项的铅直长度尺度很小，铅直摩擦力项的数值很大。可以与科氏力相平衡（此科氏力是指与风直接产生的流有关的科氏力），如果和9.4节的提法一样，令风应力沿y方向，那么表面边界条件为：

表面处水中的y方向的应力＝表面处风的y方向的应力

即

$$\rho A_z(\partial v/\partial z)_{z=\eta}=\tau_{y\eta}$$

读者可以验证，9.4节给出解是满足上面的边界条件和$(\partial u/\partial z)|_{z=\eta}=0$（边界条件$\left.\frac{\partial u}{\partial z}\right|_{z=\eta}=0$相应于没有$x$方向的风应力。在更一般的情况下，此边界条件应改为：

$\rho A_z\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)\Big|_{z=\eta}=x$方向上的风应力）。实际上，解中的表面流速$V_0$就是由这边界条件确定的。

埃克曼解是具有边界层的特征的。除了满足边界条件外，解中的流速迅速地随深度衰减，在某一非常薄的薄层的底部流速基本上为零（这里所指的薄层是相对于整个海洋深度来说的）。

在现在的这一情形中，和内区的匹配是非常简单直接的。如果埃克曼流是无辐散的，那么埃克曼流和地转流便完全相互独立，于是和以前提到的做法一样，可以将这两者简单地加起来）。如果埃克曼流是辐聚的或辐散的，那么埃克曼层底部的铅直流速便提供了地转流必须满足的一种边界条件，这一点已在本章讨论普遍的斯维尔德鲁普方程时提到过。因为埃克曼层非常薄，我们可把地转流应满足的这一边界条件取在$z=\eta$处而不是取在埃克曼层的底部，这样引起的

误差是可忽略的。

9.14.1 用边界层方法求蒙克方程的解

看上去蒙克方程（9.34）是非常难解的。虽然Munk对长方形的海洋求得了该方程的完全解，但是如果使用边界层方法，我们可以更加容易地得到一个近似的、但又是充分精确的解。对于三角形形状的海洋，Munk和Carrier曾指出，求解时必须使用边界层方法，因为此时不能得到完整方程的解。下面我们将对长方形海洋求出方程的解。正如前面所说，在大海内部$A\nabla^4\psi$可以忽略不计，但是在侧边界层的内部，$\frac{\partial}{\partial x}$项（沿边界法向的导数）就变得重要，这样，流体不穿过边界和流体不沿边界滑动的条件就可得到满足。

我们不采用考虑蒙克方程各项量级的办法，而是将蒙克方程（9.34）变成无量纲形式的方程。这是一种非常有用的办法，在理论研究中经常采用[例如在地球物理流体动力学（即海洋学和气象学）和其他流体力学分支的研究中]。方程变成无量纲形式的方程后，涉及无量纲变量的各项的量级为1，而这些项的无量纲系数取决于所研究系统的尺度，它们的大小决定着方程中各项的重要性。正如前面说到的，在无量纲的运动方程中，罗斯贝数和埃克曼数是重要的。下面，我们将Munk的铅直积分涡度方程加以无量纲化。我们将寻求一个可应用于象湾流回旋系统的解。在远离西边界的海洋内部区域（在前面给出的Munk的假定下），Sverdrup的简单平衡（即方程9.21）成立。将此方程对x积分便得到

$$\psi_i=-\frac{1}{\beta}\int \mathrm{curl}_z\tau_\eta dx+C \qquad (9.39)$$

式中 下标i表示内区的流函数，C是积分常数，$\mathrm{curl}_z\tau_\eta$和以

前一样代表（$\partial\tau_{x\eta}/\partial x-\partial\tau_{x\eta}/\partial y$）。方程(9.39)或(9.21)的$\psi$的大小，或者更精确地说从西边界层外缘到大洋东边的$\psi$变化，具有$\tau_0/\beta$的量级，其中$\tau_0$是特征风应力（或者说是回旋北面到南面的$\tau_{x\eta}$的总变化），而$\beta$在$\beta$平面近似模式中取为常数，其值指回旋中心处的$df/dy$值。在每一个区域中$\psi$的变化都给出总输送的测度。令

$$\psi=(\tau_0/\beta)\psi' \qquad \tau_\eta=\tau_0\tau'_\eta \tag{9.40}$$

式中 "撇"号代表无量纲变量，其变化范围的量级为1。$\text{curl}_\eta\tau_x$的值为τ_0/L，其中L表示回旋的南北向的尺寸。对于x和y，我们令

$$x=\xi W \qquad y=\gamma L \tag{9.41}$$

式中 ξ和γ为无量纲变量。在内区，$W=O(L)$（为简单起见，我们取方形海域，$0\leqslant x$，$y\leqslant L$，但东西向宽度也可为L乘以一个量级为1的常数，而结果不会改变）。在西边界层，由于边界流是长而狭的，所以$W\ll L$。当x变为L的一小部分时，如果W取为西边界区的宽度，那么ξ将变得很大。将方程（9.40）和（9.41）代入（9.34），我们便得到

$$\frac{A\tau_0}{\beta}\left[\frac{1}{W^4}\frac{\partial^4\psi'}{\partial\xi^4}+\frac{2}{W^2L^2}\frac{\partial^4\psi'}{\partial\xi^2\partial\gamma^2}+\frac{1}{L^4}\frac{\partial^4\psi'}{\partial\gamma^4}\right]-\frac{\tau_0}{W}\frac{\partial\psi'}{\partial\xi}$$

$$=\tau_0\left[\frac{1}{W}\frac{\partial\tau'_{y\eta}}{\partial\xi}-\frac{1}{L}\frac{\partial\tau'_{x\eta}}{\partial\gamma}\right]$$

将上式乘以W/τ_0，便得

$$\frac{A}{\beta W^3}\left[\frac{\partial^4\psi'}{\partial\xi^4}+2\left(\frac{W}{L}\right)^2\frac{\partial^4\psi'}{\partial\xi^2\partial\gamma^2}+\left(\frac{W}{L}\right)^4\frac{\partial^4\psi'}{\partial\gamma^4}\right]-\frac{\partial\psi'}{\partial\xi}$$

$$= \frac{W}{L}\left[\frac{L}{W}\frac{\partial \tau'_{y\eta}}{\partial \xi} - \frac{\partial \tau'_{x\eta}}{\partial y}\right] \tag{9.42}$$

注意，因为$\mathrm{curl}_z\tau_\eta$的数值在内区和边界层均相同，所以$(L/W)(\partial \tau'_{y\eta}/\partial \xi)$的数值在两个区域内都具有量级$O(1)$（在内区，$W \approx L$）。在西边界区，$W \ll L$且$\xi$变化迅速，$\partial \tau'_{y\eta}/\partial \xi$变得很小，其量级为$O(W/L)$。$\partial \tau_{x\eta}/\partial y$是各点处风应力旋度的主要项，所以无论我们如何将方程无量纲化，来自$\partial \tau_{y\eta}/\partial x$的项也不可能是重要的。

按照Munk的取法，我们取$A = 5 \times 10^3$米^2/秒，$\beta = 1.9 \times 10^{-11}$米$^{-1}$·秒$^{-1}$。对于内区，取$W = 5 \times 10^6$米$= 5000$千米。此时$A/(\beta W^3) = 2 \times 10^{-6}$，所以摩擦力项是可忽略不计的，于是Sverdrup的简单平衡方程成立。为了使量级为$O(1)$的摩擦力项与$\partial \psi'/\partial \xi$相互平衡，我们必须取

$$W = (A/\beta)^{1/3} = (5 \times 10^3/1.9 \times 10^{-11})^{1/3}$$
$$\approx 6 \times 10^4 \mathrm{m} = 60 \mathrm{km}$$

这是一个例子，说明无量纲化的方法可以用来求出西边界流的宽度与系统其他参数的依赖关系。如果$W = 60$千米，那么摩擦力项和$\partial \psi'/\partial \xi$的量级都为$O(1)$。然而，风应力项的量级为$O(W/L)$或$O(0.01)$，因而在很好的近似程度上可以忽略不计。这一结果是可以预料的。风的分布是相当均匀和对称的，因此在边界层区和内区，风的局部驱动作用都是类似的。在西边界层区，速度很高，单位宽度上的输送量很大，因此风引起的局部输送相对地很小，可忽略不计。另外，并不是所有的高阶项都同样重要。如果$W/L \approx 0.01$，那么只有第一项的量级为$O(1)$，而第二大项的量级只有$O(10^{-4})$，所以可忽略不计。在西边界内，在很好的近似程度上（相对误差约为1%，按地球物理流体动力学的标准是相当好的），

我们有

$$\frac{\partial^4 \psi'}{\partial \xi^4} - \frac{\partial \psi'}{\partial \xi} = 0 \tag{9.43}$$

我们用边界层方法将方程（9.34）简化成方程（9.43），从这里可看出边界层方法的作用。

方程（9.43）的解非常简单（是指数函数的和。对于常系数线性微分方程，我们常设其解为指数函数）。此解可写为

$$\psi' = C_0 + \sum_{n=1}^{n=3} A_n \exp(a_n \xi) \tag{9.44}$$

式中 a_n是方程$a^3{}_n = 1$的根，即$a_1 = 1$，$a_2 = -\frac{1}{2} + j\sqrt{3}/2$，$a_3 = -\frac{1}{2} - j\sqrt{3}/2$，其中$j = \sqrt{-1}$。因为$\xi$变得很大时（在数学上$\xi \to \infty$），指数函数是发散的（即变成很大），所以我们必须取$A_1 = 0$。相应于$a_1 = 1$的解可用于东边界，这样可使无滑动条件得到满足（下面我们将指出这一点）。由$\psi|_{x=0} = 0$（无流穿过边界）和$\left.\frac{\partial \psi}{\partial x}\right|_{x=0} = 0$（$M_y = 0$或者说无流滑过边界）可确定出$A_2$和$A_3$，于是我们有

$$\psi' = C_0 \left\{ 1 - \exp(-\xi/2) \left[\cos(\sqrt{3}\,\xi/2) + \frac{\sin(\sqrt{3}\,\xi/2)}{\sqrt{3}} \right] \right\}$$

$$= C_0 T(\xi) \tag{9.45}$$

当ξ变得很大时（从边界层变到内区时），$T(\xi)$趋于1。

这样，当从边界变到内区时，$\psi' \to C_0$；如果用有量纲的单位来表示，C_0应为边界层边缘的内区输送流函数的值。因为$W/L \ll 1$，我们可在很高的近似程度上使用ψ_i，于是

$$\psi = \psi_i(x,y)T(x/W)$$

$$\psi_i = -\frac{1}{\beta}\int_0^x \mathrm{curl}_z \tau_\eta \mathrm{d}x + C$$

在东边界$x=L$处，$\psi_i=0$，于是

$$C = \frac{1}{\beta}\int_0^L \mathrm{curl}_z \tau_\eta \tau \mathrm{d}x$$

$$\psi = \left(\frac{1}{\beta}\int_x^L \mathrm{curl}_z \tau_\eta \mathrm{d}x\right)T(x/W) \qquad (9.46)$$

式中 $T(x/W)$可由（9.45）式中大括号内的项决定，只要用x/W代替其中的ξ即可。为了得到完全解，我们可在（9.46）式的右端再加上$(W'/\beta)(\mathrm{curl}_z\tau_\eta)_{x=L}\{\exp[(x-L)/W'] - T(x/W)\}$，这加上去的项除了在东边界附近是可忽略不计的，有了这一项后，$\partial\psi/\partial x|_{x=L}=0$的条件便可得到满足。$W'$是东边界的宽度，且有$W' \ll L$。因为东边界处的$A$要比西边界处的$A$小，所以东边界处的摩擦比西边界处的摩擦小，$W'$（正比于$A^{3/1}$)比西边界的$W$小。

根据所求得的解，西边界流的实际宽度为$(A/\beta)^{3/1}$的三倍至四倍。对应于Munk所选定的参数值，约为200千米，对于湾流和黑潮的气候平均状况，这个宽度是合理的。但是，在任何时候，这些流的宽度都只有50—60千米。根据蒙克理论（$A=\beta W^3$），对于短期的平均状态，A的量级应为10^2米^2·秒$^{-1}$。这样，惯性项和非线性项约为湍流摩擦力项的十倍。因此对于西边界流的短期平均状态，惯性效应和非线性效应是不能忽略的。

9.14.2 Stommel的简单惯性理论；罗斯贝变形半径

Stommel的简单惯性理论是一种理想化的模式。通过此模式，可以了解惯性效应是不是近似地对湾流起着支配作

用。Stommel采用两层模式，上层密度为ρ_1，下层密度为ρ_2，上层流体运动，而下层流体静止。用D表示上层厚度。在海岸$x=0$处，其值为零；在西边界层的边缘，其值增加到D_0。x轴与流系垂直，y轴与流系同向。

在正式讨论斯托梅尔模式之前，我们先来求出用水层厚度表示的压强梯度的表达式。让我们来考虑下层的压强：

$$p=-\int_{\eta}^{z}\rho g\mathrm{d}z=-\int_{\eta}^{d}\rho_1 g\mathrm{d}z-\int_{d}^{z}\rho_2 g\mathrm{d}z$$

式中 η表示偏离静止状态水面（$z=0$）的表面升高，d表示从$z=0$算起的两层界面的深度。ρ_1和ρ_2都是常数，可以提到积分号外，且求得

$$\begin{aligned}p&=\rho_1 g(\eta-d)+\rho_2 g(d-z)\\&=\rho_1 g\eta+(\rho_2-\rho_1)gd-\rho_2 gz\end{aligned}$$

于是在下层便有

$$\frac{\partial p}{\partial x}=\rho_1 g\frac{\partial\eta}{\partial x}+(\rho_2-\rho_1)g\frac{\partial d}{\partial x}$$

根据假定，下层流体静止，因此压强梯度力必须为零，也就是说

$$\frac{\partial d}{\partial x}=-\frac{\rho_1}{\rho_2-\rho_1}\frac{\partial\eta}{\partial x}$$

如果使用总的上层厚度(正值)，有$D=\eta-d$和

$$\frac{\partial D}{\partial x}=\frac{\partial\eta}{\partial x}-\frac{\partial d}{\partial x}=\left(1+\frac{\rho_1}{\rho_2-\rho_1}\right)\frac{\partial\eta}{\partial x}$$

$$=\left(\frac{\rho_2}{\rho_2-\rho_1}\right)\frac{\partial\eta}{\partial x}$$

另外，$(\rho_2-\rho_1)\ll\rho_1$，例如在湾流中，$(\rho_2-\rho_1)\approx2\times10^{-3}\rho$。所以界面斜度比表面的斜度大得多，而且倾斜方向相反。这样，我们便导出了理想化两层系统的结果。在更一般的密度

连续层化的情形中，其结果是类似的。如果在深处水平压强梯度趋于零，那么等密度面的倾斜方向与表面的倾斜方向相反，而且等密度面的斜度要比表面斜度大得多。

在$z=d$上面的上层，有

$$p=\rho_1 g(\eta-z)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x}=\rho_1 g\frac{\partial \eta}{\partial x}$$

正如在8.10节指出的，在很高的近似程度上，x方向的动量方程仍然是地转方程：

$$-fv=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}=-\frac{\rho_2-\rho_1}{\rho_2}g\frac{\partial D}{\partial x}$$

$$=-g'\frac{\partial D}{\partial x} \tag{9.47}$$

式中 $g'=g(\rho_2-\rho_1)/\rho_2$称为"简化重力加速度"。流的总输送为

$$Q=\int_0^W Q_y \mathrm{d}x$$

式中 W是流系外缘处的x值。因为上层是均匀的，所以在上层v与深度无关，而在下层流速为零，于是$Q_y=vD$。将$Q_y=vD$和(9.47)式代入上式，并考虑到$D|_{x=0}=0$和$D|_{x=W}=D_0$，我们便有

$$Q=\int_0^W\frac{g'}{f}D\frac{\partial D}{\partial x}\mathrm{d}x=\int_0^W\frac{g'}{f}\frac{1}{2}\frac{\partial D^2}{\partial x}\mathrm{d}x$$

$$=\frac{g'}{f}\frac{D_0^2}{2}$$

采用Stommel的办法，我们假定位势涡度基本上为一常数。如果摩擦效应很小，可以忽略不计，那么这个假定应该是成立的。重要的惯性项仍然保留。湾流的观测结果表明，

位势涡度近似地为常数。对于相对涡度项，由于$v \gg u$而且流系是长而狭的，所以和$\frac{\partial v}{\partial x}$比较起来，$\frac{\partial u}{\partial y}$可以忽略不计。这样，位势涡度守恒方程（9.38）便简化为$\frac{\left(f+\frac{\partial v}{\partial x}\right)}{D}$ $=$常数$=\frac{f}{D_0}$（因为在流系的边缘$\frac{\partial v}{\partial x}$很小）。将方程(9.47)对$x$求导数*，并代入位势涡度守恒方程，便得到

$$\left(f+\frac{g'}{f}\frac{\partial^2 D}{\partial x^2}\right)/D=f/D_0$$

或

$$\frac{\partial^2 D}{\partial x^2}=\frac{D-D_0}{\lambda^2}$$

式中 $\lambda=\sqrt{g'D_0}/f$称为罗斯贝变形半径，它是由系统参数确定的一种长度尺度（因为λ依赖于密度差，准确地说应称为内变形半径(λ_i)；外变形半径(λ_e)将在12.10.3节加以定义，并和内变形半径比较。上面方程的解为

$$D=D_0[1-\exp(-x/\lambda)] \qquad v=\sqrt{g'D_0}\exp(-x/\lambda)$$

如果$D_0=800$米，$f=10^{-4}$秒$^{-1}$，$\frac{f_2-f_1}{f_1}\approx 2\times10^{-3}$。那么$Q\approx 63$斯维尔德鲁普，$v$的最大值为4米·秒$^{-1}$。

另外，$\lambda=40$千米，此值给出流系宽度的长度尺度。

这种简单的惯性边界层模式给出的输送值类似于对湾流的东北向流的观测结果。在湾流的外面部分，由模式解计算所得的流速与用地转方程和温盐观测结果计算所得的流速相

---

* 如果流不是向北，x轴不沿东西方向，那么将出现f随纬度变化的项，但此项是可忽略不计的。

当一致。在靠岸边缘的附近，观测到的流速减小，而模式给出的流速却继续增加。

这种模式太简单，不能描述出湾流的细节，但这种模式的确表明，惯性效应是重要的，必须加以考虑，特别是在输送值最大的地点以南的湾流外侧。在靠岸一侧的边缘，摩擦可能变得很大。当纬度超过输送值最大的纬度时，流系偏转很大，此时需要一种更复杂的模式。正如前面已提到的，Morgan和Charney曾提出过更复杂的惯性模式，但对于输送值达最大值的纬度以北，这些模式也不适用。

无摩擦的纯惯性模式可能不会完全令人满意。正如Stewart原来指出的，无滑动条件得不到满足的这一事实说明，湾流会输送相对涡度。这样，在惯性模式中，相当一部分的相对涡度被输送到回旋的西北角，这就使得所使用的动力学模式在那里变得不正确，甚至可能在回旋的大部分区域都变得不正确。考虑惯性和摩擦效应的解析模式似乎是很难处理的，所以正如前面提到的，最近关于完整大洋模式的各种努力都是采用数值计算的技术。关于数值计算的问题，我们将在第十一章加以讨论。

罗斯贝半径(λ)一词是为纪念Rossby而采用的。Rossby在试图对湾流内侧和外侧的逆流进行解释时，在其湾流的尾流理论中首次引起了这个量λ。Stommel的模式表明，对于主流中由惯性效应支配的部分，罗斯贝半径是一种重要的尺度。对于速度很大的瞬变运动的中尺度涡，罗斯贝半径也是一种重要的有关的尺度。

第十章 热盐效应

10.1 深层环流

与上层环流相比，我们对深层环流的了解要少得多，对它的动力学描述也差得多。由于在深水中直接进行速度测量的困难（即使是现在），对深层环流的了解大都是根据海水要素分布的观测结果推演出来的。对深层环流的现有了解表明，海水要素的变化比速度场的变化小，但是，海水要素基本上只能提供长期平均的环流图像（它可能不很适合于动力学的研究）。海水要素的分布说明，深层水的主要源地是在北大西洋和南大西洋。对于北大西洋，自从五十年代后期以来，人们一直接受了这样的看法，认为深层水的主要来源是来自挪威海并从格陵兰和苏格兰之间的海槛上面流过的溢流。在格陵兰南面的拉布拉多海，存在某些因冬季冷却而造成的海水下沉的迹象，但这种现象在空间上和时间上都是很局部的。在南大西洋，深层水的主要来源很可能是在威德尔海，在那里，海水下沉的原因是由于结冰引起的密度增加。在南极周围的其他可能来源是在南太平洋的罗斯海和50°E和140°E附近的海岸外面。无论在北部还是南部，这些过程都是热盐过程，当然都是季节性的。此外有证据表明，即使是在冷却季节，深层水的形成也是断断续续的。

深层水形成的原因除了冬季的冷却以外，热盐效应也可使中等深度的海水下沉而形成深层水，例如从地中海流到大

西洋的海水，以及从红海和波斯湾流到印度洋的海水都是因表面蒸发而使密度变大，然后下沉并流到相邻的大海中去的。

Stommel对于深层环流的模型提出了一些想法。他引进了海洋结构的另一种特征——在任何位置上温跃层的深度基本上保持为常数。由于在低纬度区，通过海面每年有净热量流量进入海水中，所以温度较高的上层及其边界(即温跃层)的位置应该不断变深。但实际上不会发生这种变深的现象，因此必然要有某种机制来抵消这种变深的趋势。Stommel提出，这个机制就是较冷的深层水缓慢地向上流动。根据连续性，在北大西洋和南大西洋的下沉水必须通过其他地方的上升来平衡。同时Stommel还提出，海水的下沉是非常局部的，而海水的上升则出现在大部分低纬度和中纬度海区上。图10.1表示Stommel提出的具有上述特征的深层环流的模式。

图10.1表明，下沉区（S_1，S_2）提取了比较强的西部边界流（这是由某种情况下的位势涡度守恒要求的，在此情况下已知内部的相对涡度ζ是很小的）。从这些下沉区向外，速度较小的地转流进入海洋本体，以提供缓慢的上升运动并使温跃层的深度保持常数。在部内，上升运动使D（参阅9.11.4节）增加；水向极地流动，因此f的数值增加；ζ仍保持很小。为了得到向南和向北的回流（ζ要保持很小），就得要有适当符号的涡度输入。这种涡度输入可以再用西部的强流和剪切来达到（正如9.2节所讨论过的上层环流那样）。图10.2说明，当边界附近的回流向南时，此强流动和剪切必须出现在西部而不是在东部，因为为了保持ζ很小，向南的流动要求有负的涡度输入。

在上一章讨论西部边界表层流时，我们曾经指出，向北

的回流也必须出现在西部。1977年Warren报告的观测结果表明，印度洋的深层流还有另外一个特点。早期的观测结果表明，斯托梅尔模型中预期的北向流动是在马达加斯加外面靠着大洋的西边界的。而新的观测结果则表明，北向流是沿着印度洋东经90°海脊流动的，此海脊位于印度洋中心的东边，沿着东经90°的子午线方向呈南北向伸展，海脊的顶部约在4000米深度处。由这一新的观测事实可以得出结论：西边界型的流动不仅可以与西边界本身相联系，也可以与中大洋海脊（如果海脊足够高的话）相联系。

这个模型的一个方面涉及到西部表层边界流的不同强度。在深层流与表层流方向相反的地方，为了保持连续性，可以预料深层流就要强一些。通过温跃层上升的海水必然要使下沉水回到上层。在温跃层上方，向上的流动使D减小。为了保持ζ很小，流动指向赤道，也就是说，是与深层流反向的；同样，为了保持位势涡度守恒上层的西部边界流与下层的西部边界流反向。上层中指向东北的强湾流与从S_1流出的深层西南向强流动（见图10.1）是一致的，而太平洋中强度较弱的黑潮是与较弱的深层流动有关的，虽然热盐流动的确使表层中的黑潮（表层的黑潮流动包含风驱动的部分和热盐部分，这两部分流向一致）得到了加强（注意，在太平洋中没有大的深水源。现在认为有一些海水从南极的罗斯海流进太平洋的深层，但其流量似乎比从威德尔海流出的流量要小得多）。类似地，南大西洋上层中比较弱的南向巴西海流与它下面的南向深层流是一致的。Stommel提出，在墨西哥湾流下面的深层流的体积输送约为30斯维尔德鲁普。因此，相等的表层回流的流量就几乎是湾流输送量中风驱动的那部分的两倍。即使把这种热盐流动与风生流动加在一起，

总体积输送量也小于近来在湾流中直接测出的指向极地的体积输送值。不过，如在9.10.1节指出的，如果把西边界的所有逆流都减去，那么考虑到观测结果中的不确定性，两种体积输送值是大体一致的。

Stommel明确指出，他并不认为上面的讨论是一种理论，而认为只是为了进行定量研究而建立的一种模型，这个模型可成为一种理论的基础。用斯瓦罗浮子对深层海流所作的有限测量在某些情况下支持这一模型，但在某些情况下则否定这一模型。但是现有的测量次数还太少，必须大量增加测量次数，这样才能决定是在这个模型的基础上发展出更详细的理论有利呢还是另外发展一种模型或理论有利。

为了建立一种包含热盐效应的环流理论，就不能把T和

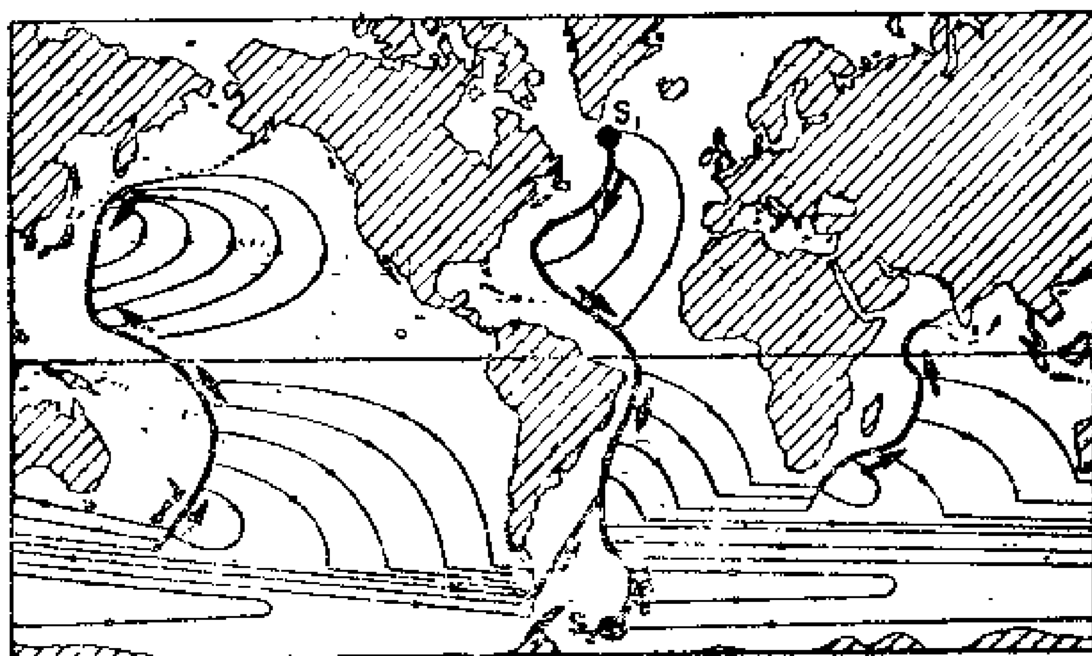


图10.1 深层环流的模型（Stommel, 1958）

S（从而ρ）作为观测资料给定，而应和速度一起当作问题中要求求解的未知量。如果T和S是未知量，那么就需要建立求解它们的方程。

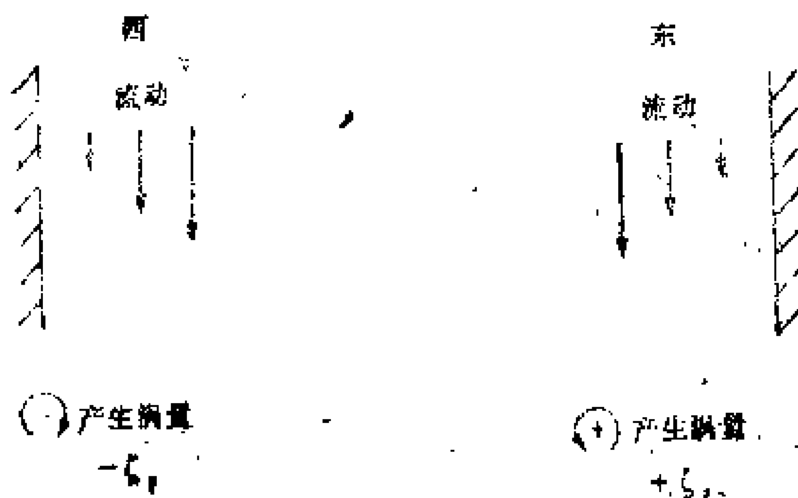


图 10.2 大洋西边和东边的速度剪切提供的相对涡度

10.2 盐度守恒和温度(热)守恒的方程

盐度和温度（代表热）的微分方程分别为

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}=\kappa_s\nabla^2 S \tag{10.1}$$

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}=\kappa_t\nabla^2 T+\ \text{[illegible]} \tag{10.2}$$

式中 κ_s和κ_t分别为盐和温度（或热）的运动学分子扩散系数，而$\nabla^2=\partial^2/\partial x^2+\partial^2/\partial y^2+\partial^2/\partial z^2$。扩散系数的单位与运动学粘性系数（米^2·秒$^{-1}$）的单位相同。$\kappa_t$的值约为$\nu/10$，而$\kappa_s$的值约为$\nu/1000$[上述系数数值的差别是由液体（此处为水）的分子性质引起的。对于分子来说，交换动能（动能决定温度）比交换动量（摩擦应力起因于动量交换）更困难，而使不同类型的分子（如盐分子）穿过排列非常紧密的水分子就更困难。而对于在标准温度和标准压强下的气体，其分子间的距离很大，所以运动学粘性系数和运动学扩散系数近似相等]。

在方程（10.1）和（10.2）中已经假定，κ_s和κ_t随位置

的变化非常缓慢，以致于这种变化可以忽略不计。也就是说，在推导这些方程时出现的象$\partial[\kappa_s(\partial S/\partial x)]/\partial x$这类的项可以用$\kappa_s(\partial^2 S/\partial x^2)$来近似代替。$Q_T$代表温度的源函数。例如，太阳辐射在相当大的深度范围内被吸收并引起海水加热，Q_T就代表这类的效应。方程（10.1）中不需要写出类似的源函数，因为影响盐度的过程只发生在边界上，例如河流的入海径流，海水的结冰效应，或蒸发量与降水量之差。这些效应应该作为边界条件给出，即对于河流应该给定流入速度，河水的含盐量（如果有的话）和河水的温度；对于其他两种过程，则应该在边界上给定等价的盐通量（即单位时间内通过单位面积的盐的质量）。求解方程（10.1）和（10.2）时，Q_T和边界条件看作是已知的。实际上，详细给出Q_T和边界条件可能是困难的。如果我们考虑许多水平面之间的铅直平均（如在有限差分数值模型中那样），而且认为太阳辐射在顶层都被吸收，那么太阳辐射就可以作为表面处的净热流量的一部分而被包括在内）。

注意，出现在方程左边的是全微商。这些方程适用于个别小的（数学上无限小）流体元。的确，通过考虑一个小流体元可以容易地把这些方程推导出来。先求出我们所感兴趣的量在所有方向上的净通量之和，然后令其等于小微元内部该量的总变化率。例如，沿x方向的盐通量为$-\kappa_s(\partial S/\partial x)$，得出净流入通量（当$\delta_x\to 0$时）为$\partial(\kappa_s\partial S/\partial x)/\partial x$，类似地也可求出其他方向上的净通量。这些方程类似于有关动量的纳维-斯托克斯（Navier-Stokes）方程，但更简单些，因为出现在后一方程中的许多类型的项在前项方程中并不出现（例如象包含压力、科氏力和重力的项）。

还要注意，流体微元只能通过分子过程来改变它的含盐

度。除了在Q_T十分重要的地方以外，对于温度（从而对于热）也是这样。对于流体微元，虽然受到了压力、科氏力和重力的作用，但一般说来，分子粘性效应也是重要的。我们不能对瞬时量求解方程组，因而不得不处理平均后的方程。而我们这样做时，流体微团的细节就变得模糊了。尽管如此，这一点仍然是成立的，即分子效应总是重要的，而且对于流体元来说，它常常占支配地位。当流体元处于湍流流动状态时，"搅拌"流体的湍流便使得流体瞬时量的梯度变得很大，并使流体元中该量的变化率大大增加（在非湍流流动中，对于差不多同样大小的梯度，该量的变化率要小得多）。在平均的运动过程中，混合是由动量的雷诺应力来描述的（对盐度和温度的雷诺通量，我们很快就要讨论）。为了得到实际的解，作为对于不能完全求解的更细致的过程的一个必要的近似，这些雷诺应力和雷诺通量是通过引进涡动粘性系数（或对盐度和温度引进扩散系数）来与平均梯度联系在一起的。

象（10.1）式和（10.2）式这种类型的方程也适用于流场中的其他标量。例如，溶解氧的浓度可以用形如（10.2）式的方程描述，不过其中的T要用溶解氧的浓度代替。Q_{OX}可以是源也可以是汇，这决定于出现的是什么样的生物过程。

当我们把S和T看作已知时，我们有含四个未知量的四个方程（6.2节）。现在我们又加上了对S和T的方程。把S和T作为未知量时，ρ（或α）也必须认为是未知的，但它可以根据S，T和p的值通过状态方程求得（状态方程的最新形式，即1980的国际状态方程，在附录3中作为S，T和p的多项式给出）。于是我们就有了求解七个未知量的七个方程。利用适当的边界条件（如果需要的话，加上初始条件），原则上是可以求解的。但在实际中如我们已经看到的，纳维-斯托

克斯方程中的非线性项给求解带来了很大的困难。增加三个方程和三个未知量对于求解问题并未带来很大的帮助，而且我们将看到，情况会变得更坏。

10.3 平均盐度和平均温度的方程

方程（10.1）和（10.2）适用于求解S和T的总瞬时值。如果我们回忆微商的欧拉形式(例如$dS/dt=\partial S/\partial t+u\partial S/\partial x+v\ \partial S/\partial y+w\ \partial S/\partial z$)，就会发现有一个麻烦的问题。对于速度，我们必须采用欧拉方程，因此对于S和T也要采用欧拉形式的方程。于是方程中就会出现象$u\ \partial S/\partial x$这类的项，它们称为对流项，因为它们代表由于流体运动引起的变化。这里u，v和w是总瞬时速度分量。如第七章所讨论的，实际上我们不能解出u，v和w，因此我们不能直接使用方程（10.1）和（10.2）（和求解速度时的情形一样，求解S和T的边界条件和初始条件不可能充分了解，以致无法求解出S和T的总瞬时值，这一事实使求解进一步变得困难了）。由于方程（10.1）和（10.2）中包含速度分量和标量交叉乘积的对流项，我们又不能而求出速度分量u，v和w，所以我们不能直接使用方程（10.1）和（10.2）来求解S和T，这就是问题的关键所在。

正如我们在7.2节所作的，我们采用将总能量分为平均部分与脉动部分的雷诺方法：$S=\overline{S}+S'$，$u=\overline{u}+u'$等等，并对方程取平均（因为运算过程与7.2节中采用的运算过程十分相似，所以这里不作详细说明）。我们知道，包含单一脉动量的项的平均值为零，因此从方程(10.1)便可得到

$$\frac{\partial\overline{S}}{\partial t}+\overline{u}\frac{\partial\overline{S}}{\partial x}+\overline{v}\frac{\partial\overline{S}}{\partial y}+\overline{w}\frac{\partial\overline{S}}{\partial z}+\overline{u'\frac{\partial S'}{\partial x}}+\overline{v'\frac{\partial S'}{\partial y}}$$

$$+\overline{w'\frac{\partial S'}{\partial z}}=K_S\nabla^2 S'$$

(10.3)

前四项可以写成 $d\overline{S}/dt$（跟随平均流动的全微商），后面三项代表湍流对盐度场的效应。扩散项看上去与以前的一样，只不过是用$\overline{S}$代替了S。

10.3.1 雷诺通量和涡动扩散系数

利用脉动速度的连续方程$\nabla\cdot V'=0$，我们可以在方程（10.3）左边后三项上加上$S'\nabla\cdot V'$（它等于零），并将湍流项改写为

$$\frac{\partial(\overline{u'S'})}{\partial x}+\frac{\partial(\overline{v'S'})}{\partial y}+\frac{\partial(\overline{w'S'})}{\partial z}$$

与分子情况类比，我们假定湍流通量$\overline{u'S'}$，$\overline{v'S'}$，$\overline{w'S'}$（也称为雷诺通量，因为它们是在采用雷诺方法时出现的）以类似的方式与平均梯度相联系（如在7.21节所作的那样，我们利用最简单的类比而把更复杂的推导过程留给更高级的教材），这种类比给出

$$\overline{u'S'}=-K_{S_x}\frac{\partial\overline{S}}{\partial x},\quad \overline{v'S'}=-K_{S_y}\frac{\partial\overline{S}}{\partial y},$$

$$\overline{w'S'}=-K_{S_z}\frac{\partial\overline{S}}{\partial z} \qquad (10.4)$$

式中 K_{S_x}、K_{S_y}、K_{S_z}是运动学涡动扩散系数（单位为米^2·秒$^{-1}$）。

湍流混合是由湍流流场所支配的，因此，通常假定一切标量的涡动扩散系数都相同（这一点与相应的分子值不一样）。由于静力学稳定性，K_{S_z}比K_{S_x}、和K_{S_y}小得多，

但K_{Sx}和K_{Sy}应该差不多。于是我们用铅直涡动扩散系数K_z代替K_{Sz}，用水平涡动扩散系数K_H来代替K_{Sx}和K_{Sy}。K_z和K_H的数值范围分别类似于A_z和A_H（涡动粘性系数）的数值范围，因为它们都决定于湍流流场的状况。在特殊情况下，K_z和A_z或K_H和A_H的值可能不同，但它们的数量级大体上应相同。最后，忽略K_S随空间坐标的变化，与湍流项相比忽略K_S项，并为简单起见，去掉字母上的一横，方程（10.3）就变成

$$\frac{dS}{dt}=K_H\left(\frac{\partial^2 S}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 S}{\partial y^2}\right)+K_z\frac{\partial^2 S}{\partial z^2} \tag{10.5}$$

式中 S是平均盐度。方程（10.5）看上去非常类似于描述盐度瞬时值的方程（10.1）。

用同样的方法可以得到平均温度的方程。把字母上的一横去掉，但所有的量（包括Q_T在内）都指平均值，此时平均温度的方程为

$$\frac{dT}{dt}=K_H\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)+K_z\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}+Q_T \tag{10.6}$$

然而，我们在用涡动扩散系数代替分子扩散系数时已经作了大胆的假定。第七章提到的关于涡动粘性系数的所有注意事项在这里都适用。在得到观测资料的证实之前，一切强烈依赖于关于涡动扩散系数（或涡动粘性系数）表达式的假定的结果，都必须看作是可疑的。在大气表面层中采用$K_z=A_z$，这是这种方法获得成功的一个例子。

10.4 温跃层和热盐环流

因为我们主要兴趣的是主温跃层，让我们来考虑定常情况

并忽略Q_T，于是方程(10.6)变成

$$V_H \cdot \nabla_H T + w\frac{\partial T}{\partial z} = K_H \nabla^2{}_H T + K_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$

(10.7)

式中 V_H是水平速度（$iu+iv$），∇_H和$\nabla_H{}^2$分别为水平梯度算子和拉普拉斯算子，用句话来说，方程（10.7）表明，水平对流项加上铅直对流项等于水平扩散项加上铅直扩散项。

我们对深层环流的知识还很不足，不知道方程（10.7）中哪些项是小量而可以忽略不计。Stommel的初步模式表明，在热盐环流理论中，两种对流项都是需要的；对于扩散项，至少铅直扩散项是需要加以考虑的，侧向扩散也可能是重要的。可以让四项中的两项取得平衡而忽略另外两项，以便了解可能存在怎样的解。在六种可能性中至少已经试验了五种，在可能的平衡中有不止一种可以产生看来合理的温跃层结构。

铅直对流项主要由铅直扩散项来平衡而其余的项都很小，这种可能性长期以来被认为是合理的。假定这种平衡是正确的，我们得到

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{w}{K_z}\frac{\partial T}{\partial z} \qquad (10.8)$$

假定w/K_z与z无关，且对于$z \ll -K_z/w$有$T=T_d$，于是$T=T_d+(T_0-T_d)\exp(wz/K_z)$，其中$T_0$是$z=0$（取在混合层底部）处的温度。如果在顶部加上一个混合层，适当调整w/K_z，可以得到与观测到的铅直温度剖面拟合得比较好的解。

在海洋内部，我们可以使用地转近似[方程(8.10)]。将方程进行交叉微分以消去压力项，并忽略α的水平微商（在

兹涅斯克近似），我们得到

$$\beta v + f\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) = 0$$

利用连续方程便给出

$$\beta v = f\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)$$

为使南北向的流动存在，w必须随z而变化。如前面论证过的，为使相对涡度保持很小，在内部必须有南北向的流动。在内部，认为w是向上的。在很大的深度上w为零，然后向上增加，在温跃层内取得最大值，以后又向上逐渐减小，在混合层的底部减小到零（如果包括风的驱动力，在混合层的底部减小到w_E）。w沿铅直方向上的这种依赖性可给出南北向的流动，这是为了保持相对涡度很小所需要的。对于方程（10.8）的解，我们要求w/K_z为常数。于是在温跃层内K_z的值就最大。K_z的这种情况似乎与预期的情况矛盾，因为一般认为在静力学稳定性最强的区域里K_z应该比较小。但是，我们并不知道K_z如何依赖于深度。另外，在温跃层里很可能有内波，内波的破碎可能导致充分的混合，从而使温跃层内的K_z变大。

为了对问题的各个方面均有所了解，应该记住，采用$K_z = 0$求得了表面看来还算合理的解。很清楚，即使内部要找到满意的解也是困难的。为了得到封闭海盆中的解析解（至今还没有得到），必须加上侧向边界层。

关于温跃层理论和热盐环流理论的进一步讨论留给更高深的课程，一方面是由于进一步的讨论要涉及非常复杂的数学，另一方面也由于观测资料很有限，以致很难知道这些理论是否符合客观实际。在《物理海洋学进展》（Evolution of

Physicad Oreanography）一书中有 G. Veronis (1981)撰写的一章"大尺度环流动力学"，其中的5.8节对这个课题提出了一个近期的评论。数值模拟的结果可以告诉我们方程中的哪些项应该保留，哪些项可以忽略不计，所以数值模拟最终可以帮助我们求得更加完整的解析解。

10.5 海洋的混合层

人们通常发现，海洋顶部的几十米范围是混合得十分充分的，也就是说，温度和盐度都是非常均匀的。在该区域的下面，有一个温跃层（也可能有一个盐跃层），从而有一个密度跃层。顶层是海洋的行星边界层，在那里铅直摩擦效应是重要的。这一层称为埃克曼层。支配这一层形成的动力学是人们非常感兴趣的课题。这一层中的辐聚和辐散导致较深层海水的环流(埃克曼抽吸效应)。这一层也是海洋(生物的)级生产区。这层的深度和自下而上的营养物的混合是决定其生初产率的重要因素。

此外，还有天气的效应和气候的效应。大部分的太阳辐射[太阳辐射是大气运动和海洋运动（除了潮汐以外)的最大能量来源]是首先被上层海洋吸收的。补充给大气的大部分能量来自大气与这海洋顶层的热交换，这种能量主要以海面上蒸发的水的潜热形式表现，当水在大气中较高处凝结时热量便释放出来。对于提前一、两天的气象预报，这些能量输入可以忽略不计。随着预报提前时间的增加，这种能量输入也就变得越来越重要。对于一个大气模式，底部边界条件要求已知海面温度的知识（以及对于海洋的反照率）。根据海面的温度和湿度（由它海面温度决定），以及大气模式在最低一层上预报的空气温度、湿度和风，可以计算出海面摩

力、热通量和回辐射，尽管所用的系数还有某些不确定性（例如阻力系数和热通量的等效系数）。为了得到海面温度还必须预报海洋混合层的发展状况。对于天气学的时间尺度，或者说对于几天至一个月左右的比较短的时间尺度，在大多数地方，铅直输送可能起着支配作用，而水平对流与水平扩散则可以忽略不计。对于一个月到几年的气候学时间尺度来说，需要将建立在现有平均值基础上的整个上层环流包括在大气的模式之内，因为为了保持全球热平衡的需要，向两极热输送的热量的相当部分是由顶部几百米范围内的海洋环流提供的。对于几十年到几百年的时间尺度，整个海洋环流都必须包括在大气模式之内，正如我们已经指出的，这是一个十分艰巨的任务。

这里我们将只考虑短时间尺度的问题。我们将不作详细的数学处理，而试图指出所涉及的过程以及在动力海洋学研究的这个不断发展的方面所采用的方法。这里介绍的初步模型是由P.Niiler(1975)提出的。假定在混合层内密度是均匀的，这个混合层的底部有一个过渡带，在这个过渡带里温度迅速地改变到混合层下面的温跃层中的值（如果在确定密度方面盐度的变化是重要的，那么这种效应可能通过定义等效温度来把它包括在内）。混合层以下的温度结构必须给定（可以根据包括地理变化和季节变化的观测资料得到），不过，在预报的时间尺度上此结构的变化在内是缓慢的。此外还假定在整个混合层上速度与深度无关。在底部的过渡区内，速度有一个"跳跃"，跳跃到非湍流温跃层内的零值（如果在这个区域里存在地转流，则必须给定此地转流，此时所考虑的速度是实际速度与地转流速度之差）。在表面波区也有一个薄的剪切带。海面上的应力是给定的。

如果假定水平梯度可以忽略不计，根据连续性和在海面上$w=0$的条件可知，没有平均铅直速度，所有且涉及平均速度的非线性项均为零。水平速度的方程为

$$\frac{\partial u}{\partial t}-fv=-\frac{\partial(\overline{u'w'})}{\partial z}+F_x \tag{10.10}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+fu=-\frac{\partial(\overline{v'w'})}{\partial z}+F_y$$

有撇的量为脉动量，没有撇的量为平均量。F_x和F_y是为了使惯性振荡消失而加上的阻尼项。

在温度的方程里对流项为零，这是由于作了无水平梯度的假定以及$w=0$的缘故。因为我们要把这一层作为一个整体来处理，所以表示源的Q_T项(太阳辐射)被包括在给定的表面热通量里面了，于是温度方程为

$$\frac{\partial T}{\partial t}+\frac{\partial(\overline{w'T'})}{\partial z}=0 \tag{10.11}$$

在这一层中，u，v，T，F_x和F_y都是与z无关的(根据假定)。因此$\overline{u'w'}$，$\overline{v'w'}$和$\overline{w'T'}$对z的偏导数也必须与z无关，且应力和热通量都是z的线性函数，它们在海面上具有给定的值，而在过渡带的顶部，为了使正在通过混合进入这一层的流体具有混合层内的u,v和T值，应力和热通量应具有某种确定的值。可以把$\overline{u'w'}$，$\overline{v'w'}$和$\overline{w'T'}$的这些表达式代入方程(10.10)和(10.11)。在这个过程中又引进了一个未知量，即层的厚度h，这样一来，我们就有了包含四个未知量的三个方程。因此，就象通常在湍流问题中那样，存在一个封闭性问题。我们可以加上湍流动能守恒的方程，而且为了使方程组封闭，假定来自上部剪切层的由风输入的一部分能量向下扩散，并使混合层下面的流体向上

混合，而由风输入的能量的其余部分则耗散掉了。如果海面被冷却，那么引起的对流不稳定性可以提供混合能；如果海面是被加热的，那么一部分机械混合能就要用于克服使流体变得稳定的这种效应。在底部的速度"跃变"也可以引起混合。只有当初始时这层的厚度足够薄，而且只在风改变后的前半个摆日内，速度"跃变"才能使这一层的位置变深。最后，初始时的这种迅速变深效应使层的厚度变大，并减弱了速度"跃变"的强度。此时，理查森数（其数值依赖于跨过过渡层时的速度变化与温度变化）变得很大，因此静力学稳定性就会阻止起因于底部速度跃变的混合。如果层的初始深度太大（大于初始时刻层很薄时混合后，可达的深度），则底部的速度跃变决不能大到足以引起混合的程度。来自表面的一部分湍流能量（假定它向下扩散并引起混合）在开始使层的位置迅速加深然后使层的位置较缓慢地连续加深（如果发生的话）。

这个模型和类似的模式曾用实际观测资料作过很有限的检验，因为在历史记录中还没有足够详细的资料能用来对它们进行全面的检验。模式中的自由参数（用作混合项和阻尼项的三个能源部分）一旦确定，天气观测船的资料就可以提供进一步检验所需的长时间资料序列。已经作过的检验表明，这种方法是很有前途的。对于形成夏季温跃层或季节性温跃层的加热季节，这个模式能很好地描述出实际的情况。对于冷却的季节，如果假定不管混合层的厚度有多大，表层形成的湍流能量均可到达混合层的底部，那么这种湍流能量的一部分（所占比例是固定的）就会不断地缓慢侵蚀混合层，此时由模型得到的混合层深度就会太大，而且经过一年循环之后混合层的深度不能维持不变。实际情况可能是当混合层变得足够深时，表面引起的湍流能量在层内即全部被耗

散，而没有能量使这一层进一步加深。Gorwood(1977)给出了一个修正的封闭方案，对于理想化的强迫作用，按照这种方案求得的混合层深度经过一年循环之后是保持不变的。把加热日循环效应包括在模式中也会使模拟结果发生改变。Niiler和Krauss(1977)讨论了尼拉(Niiler)的模式，也讨论了其中的参数如何随深度而变化。

为了得到更好的现场资料，在七十年代后期进行了专门的观测工作（例如Davies等人，1981；其他的报道将出现在八十年代的文献中）。通过进一步的检验和修正，一个满意的模式（也许是与应用有关的许多模式）无疑将会出现。所谓"满意"是指模式能以可接受的精度来预报我们想要知道的情况——并不要求模式给出现场资料的全部细节。

在过去几年里，关于这个课题的许多论文已出现在文献中，今后无疑将会发表更多的论文。欲想对海洋混合层有进一步的了解，若对海洋混合层模式在气候和海洋环流模式中的应用有兴趣，那么可参阅由Krauss(1977)主编的那卷书和Turner(1981)的文章，然后(和研究其他领域的问题一样)再参阅新近的文献。

第十一章 数值模式

11.1 引言

象第九章描述的斯托梅尔模式和蒙克模式一类的模式，都试图给出一般的或气候学的(即长期平均后的)海洋环流，并似乎给出定性的正确结果。但实际的体积输送量似乎是太小了，Stommel在《湾流》一书中提到，加上热盐效应或者考虑到风应力的确定性还可对风应力作些调整，这样可能会使蒙克模式与观测资料符合得更好，那时，体积输送量估计是根据地转计算结果而得到的。因此可以通过改变无运动水平面的位置来改变它的值，这也可能有助于减小模式结果与观测结果之间的差异。以后，更直接的湾流体积输送量测量结果表明，模式与观测资料之间的差异比想象的要大得多，所以很可能无法简单地用添加热盐效应的办法来解释。当然，很久以前我们就已经知道，如果我们在一个短时期中观察墨西哥湾流或其他的类似海流，那么它们要比模式中的环流窄得多，而且流速也大得多。今天，我们可以用海面温度的卫星观测结果来确定湾流的位置，因为海面的温度场可指示出环流的位置。我们还知道湾流的路径是弯曲的，它们的位置是随时间而变化的，有时湾流路径的弯曲程度还会很大。我们希望，如果把这些时变效应平均掉，这个平均后的环流就与模式中的环流很相象。正如第九章提到的，西边界区中的各种逆流也要和湾流一起而被平均。

Stommel还提出了另一种可能引起差异的原因，这种原因需要进一步研究。如前所述，"瞬时"的实际湾流是很窄、很强的。我们可以象第七章对内区流动所作的和第八章末尾对强环流（如墨西哥湾流）所作的那样，分析运动方程中各项的大小。我们取y轴沿着海流，取x轴横跨海流。当我们研究x方向的动量方程时，科氏力项fv仍然占主导地位，因为v很大，它一定要与压强梯度项$\alpha(\partial p/\partial x)$相平衡。因为再没有其他项足够大到能与它平衡了。于是，地转平衡对x方向上的方程仍然是成立的，因此如我们上面指出过的，上述事实是我们利用地转环流来计算v或顺流速度分量的基础。在y方向的动量方程中，我们认为摩擦力项是重要的，并可根据所观测海流的宽度W，利用第九章末尾介绍的蒙克模式中的关系式$A_H=\beta W^3$来估计涡动粘性系数。如果我们不象第八章那样使用A_H的最大值，而使用由$A_H=\beta W^3$得到的估计值来研究方程中的其他项，那么就会象第九章提到的那样，非线性项大于摩擦力项，而且非线性效应和摩擦效应都是重要的(读者很容易自己证明)。因此，为了模拟实际发生的湾流，必须把非线性项包括在模式之内。进一步来说，如果包括这些项而算得的湾流流速大于不包括这些项而算得的湾流流速，那么长期平均值不仅类似于蒙克模式中的结果，而且还会给出更大的输送量（如果出现的逆流不被减去的话）。在第九章曾经提到，人们曾试图用分析的方法实际求解带有非线性项的方程组，可惜只有在很特殊的情况下才能得到解。人们希望改进早期的数值模式，希望能以更适当的方式把非线性项的作用包括在模式之内。于是人们试图得到近似方程的解，这些近似方程可以用计算机进行数值求解，这就是"数值模拟"一词的由来。

其他领域的数值模拟也导致人们进行海洋环流的数值模拟。在试图对海洋进行数值模拟以前，就已经开始了大气环流的数值模拟或者说计算机模拟。今天，大气的这种数值模拟方法不仅用于研究的目的，以便更好地了解大气环流，而且也用于天气预报。为了进行大气环流的数值模拟，需要非常先进的计算机。大气环流数值模拟的有效性，自然地导致了利用它们来模拟海洋环流的想法。由于数值模式，特别是更详细的模式，要求非常高效、快速的计算机，因此海洋的数值模拟常常和大气的数值模拟在同一实验室中进行。进行大气数值模拟工作的人们对于海洋及其数值模拟也是很有兴趣的，因为海洋构成了大气模式底部边界的70%。

另外一种平行的发展就是沿岸区域、半封闭海域和河口区域的数值模拟。这一类型的模拟是作为河流的数值模拟的推广而发展起来的。进行这一类的模拟常常是为了工程的目的而不是为了研究的目的。例如，为了预报建筑施工的后果或确定废水处理场的最佳位置就是这样的例子。为了帮助航行而作的潮位高度和潮流的预报则是另一个例子。此外，预报由风和潮汐的联合作用而引起的风暴潮也是很有实际意义的。

本书主要讨论海洋环流的主要特征，所以不介绍沿岸的模拟和大气的模拟，但当它们能帮助我们理解海洋模式或者当这类模拟结果能使我们理解海洋模拟的未来潜力时，也可能会提到这些类型的模拟结果。

可以定义两大类海洋环流的模式：力学模式和仿真模式。在力学模式中，几何形状被作得尽可能地简单，且在模式方程中不包括对回答我们的问题不具有本质意义的项。在这类模式中，我们可以研究一些项（例如非线性项）的重要

性或底部地形对于环流的影响。在仿真模式中，我们试图得到实际海洋的环流，以便与海洋学观测结果进行比较。在这类模式中包括了海洋盆地的实际几何形状，包括了所有可能的驱动作用和方程中所有可能的项。仿真模式给出极大量的数据，根据模拟结果难以判断哪种动力学效应是最重要的，另外还要对模式的输出作大量的分析工作。在增加我们对于海洋环流的了解方面，两类模式都是重要的。力学模式的结果比较容易解释，并有助于提高我们对于海洋环流动力学特殊方面的认识。另一方面，仿真模式的结果可以和海洋中的实际情形进行直接的比较。这种直接比较是具有本质意义的，通过这种比较可以证实海洋模式是否的确能代表海洋的实际情形；通过这种比较也可证实构成仿真模式基础的力学模式能否导致我们对真实海洋动力学行为的了解。

当然，对于数值方法的详细讨论超出了本书的范围。但由于许多读者不熟悉我们采用的方法，所以在下一节我们将对所采用的更通用的方法给出非常一般的描述。然后再介绍许多海洋模式及它们的结果。

11.2 数值方法

在数值模式中，特别是在仿真模式中，最通用的方法就是有限差分法。事实上，我们已经使用了某些有限差分近似，例如在第四章近似计算水平辐散时就用了这种近似。

在有限差分法中，我们不想求得能给出于特定时刻在任一点上的速度解，而是想求得能给出网格点上速度的解。例如，如果我们要研究下列情况，则可采用二维网格。这些情况是：或者我们要处理的是在整个水柱范围上铅直平均后的物理量；或者假定流动中物理量没有铅直变化；或者假定在

与流面垂直的方向上没有变化而只有沿流动方向的变化和铅直流动方向上的变化。如果我们允许物理量在所有空间维度上变化，我们就需要三维网格。我们还将在离散的时刻t_1，$t_2\cdots$，t_n而不是在连续的时间上计算物理量的值。

为了利用运动方程由前一时刻的值计算出后一时刻的值，我们必须要能计算出方程中各量的空间微商。例如，假设我们想要确定$\partial u/\partial x$在点x_j处的值，我们可以用$(u_j-u_{j-1})\Delta x$来近似这个值。其中Δx是x方向的网格间距，u_j是x_j点处的值，u_{j-1}是x_{j-1}点处的值，这种近似称为“向后差分”。我们也可以用$(u_{j+1}-u_j)/\Delta x$（称为“向前差分”）来近似$\partial u/\partial x$的值。x_j点附近的泰勒（Taylor）级数展开式给出

$$u_{j+1}-u_j=\frac{\partial u}{\partial x}\Delta x+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(\Delta x)^2+\frac{1}{6}\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}(\Delta x)^3+\frac{1}{24}\frac{\partial^4 u}{\partial x^4}(\Delta x)^4+O(\Delta x)^5$$

$$u_j-u_{j-1}=\frac{\partial u}{\partial x}\Delta x-\frac{1}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(\Delta x)^2+\frac{1}{6}\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}(\Delta x)^3-\frac{1}{24}\frac{\partial^4 u}{\partial x^4}(\Delta x)^4+O(\Delta x)^5$$

其中的微商都是在x_j点算出来的，$O(a)^n$的意思是指这一项的值等于一个有限数乘以a^n，$O(a)^n$称为量阶为a^n的项。在$\partial u/\partial x$的向前或向后差分近似式中，$\partial u/\partial x$的最大误差是$(\partial^2 u/\partial x^2)\cdot\Delta x/2$，它正比于$\Delta x$。我们说这种差分近似方案是具有一阶精度的，因为近似式中的误差依赖于Δx的一次幂。将上述两式相加然后除以2便得到$\partial u/\partial x$的更精确的近似式：

$$(u_{j+1}-u_{j-1})/(2\Delta x)=\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{6}\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}(\Delta x)^2+O(\Delta x)^4$$

上式中最大误差项为$O(\Delta x)^2$，这种差分近似方案也称为“中心差分”，因为这种方案用到了x_j两边的各一个数值。这种差分方案是具有二阶精度的。下一个高阶项是$O(\Delta x)^4$，因为$O(\Delta x)^3$的项被抵消了。若在欲求微商近似值的那点的两侧各选取两个点，利用这四个点便可以得到精度更高的近似式。仍然利用泰勒级数展开式，我们得到

$$\frac{(u_{j+2}-u_{j-2})}{4\Delta x}=\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{4}{6}\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}(\Delta x)^2+O(\Delta x)^4$$

于是

$$\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{4}{3}\left(\frac{u_{j+1}-u_{j-1}}{2\Delta x}\right)-\frac{1}{3}\left(\frac{u_{j+2}-u_{j-2}}{4\Delta x}\right)+O(\Delta x)^4$$

上式具有四阶精度，因为现在$\partial^3 u/\partial x^3$的项被抵消了。原则上可以将这种步骤继续进行下去，但计算机程序会变得更为复杂，边界附近的处理也更复杂了。例如，如果我们采用$\partial u/\partial x$的四阶中心差分方案，那么对于南北向的边界附近的前两点就必须给以特殊的处理。

同样地，对更高阶的微商（如$\partial^2 u/\partial x^2$等）也可以作出这样的近似。取

$$(u_{j+1}-u_j)-(u_j-u_{j-1})=u_{j+1}+u_{j-1}-2u_j$$
$$=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(\Delta x)^2+O(\Delta x)^4$$

就可以得到二阶精度的近似式，利用更多的点还可以得到更高阶的近似式。

假定我们已经能计算模式中各量的一阶和二阶微商，那么就可以求出方程中时间微商的近似值了。对于时间微商，

最简单的方法是采用向前差分近似式，即 $(u_{n+1}-u_n)/\Delta t$（其中 Δt 为时间步长，这里的下标表示在每一点上计算 u 的时刻，为简单起见，我们已经省略了表示空间位置的第二个下标），它可以看作是当 $t=n\Delta t$ 时 u 的空间微商的一个函数，一旦这些空间微商被算出，它就成为已知的了。这样一个近似方案是对 Δt 具有一阶精度的方案。具有二阶精度的方案[时间误差正比于 $(\Delta t)^2$] 是跳步方案，即 $(u_{n+1}-u_{n-1})/(2\Delta t)$（它的值是 $t=n\Delta t$ 时刻的空间微商的函数）。这种方案具有更高的精度，但要在计算机中保存三个时刻的值而不是两个时刻的值。

由前一时刻的值计算新时刻的值的这些方案都称为显式方案。我们可以从一个网格点到另一个网格点逐个地计算出下一个时刻的值。还可以构造另一种计算方案，在这种方案中，新时刻的未知函数值也依赖于新时刻未知函数的空间微商。我们可以写出每个网格点上的相应方程，然后必须联立求解整个线性方程组，这种方案称为隐式方案。如果网格点很多，就必须求解一个元数很多的方程组，因此这种方案比显式方案要求有更高速度和更大存储量的计算机。

将运动方程和连续性方程写成有限差分形式可以有很多种方法，于是出现了一个问题，那就是这些不同形式的表达式是否可以根据其相对的优劣划分开来。粗略地说，对某种特定方案的评价是通过线性化了的运动方程和连续性方程的有限差分表达式得到的解与已知的简单分析解的比较来进行的。在这种评价方式中，有许多关于数值模式能否正确模拟海洋现象的重要判据。例如有一个线性计算不稳定的问题。在直接显式方案的情况下，时间步长存在一个上限，此上限由模式的空间步长 Δx 和波的最大传播速度 C_{max} 按照关系式

$\Delta t \leqslant \Delta x / C_{max}$决定。如果时间步长超过了这个值，就会使数值运算中不可避免的微小误差极为迅速地增长。隐式方法看来有较好的稳定性，因此有可能采用大于上述判据给出的Δt的时间步长。如果取的时间步长太大，虽然隐式解可能是稳定的，但这个解可能是不真实的。

此外，还可能有这样的问题发生：数值模式中波的振幅和速度可能与真实情况相差很大，甚至可能引进纯粹起因于计算的虚假振荡。后面这种情况在我们采用时间的中心差分时就曾遇到过。此外，象对流加速度这样的非线性项可能会导致非线性不稳定性，例如与任何实际物理现象都无关的小尺度能量的虚假地快速增加就是这种不稳定性的一种表现。实际上，为处理这些数值计算中的问题，多年来已经发展了各种技术，但是必须强调，一种特定的模式只能令人满意地模拟海洋中一定范围内的运动。

关于数值模式这些方面问题的讨论已超出了本书的范围。这里我们对所用的方法只作了概括性的介绍，读者要想得到进一步的知识就须参阅有关文献。书末列出的进一步的读物表提到的专题论文集（Reid，1975），将为读者提供一个很好的起点。

11.3 海洋环流数值模拟的一般方法

将运动方程、连续性方程以及热和盐的守恒方程（如需要的话）写成有限差分形式。包括非线性项在内的所有的项都可同时包含在方程组内，与分析方法相比，这是一大实际优点。选取二维或三维的适当网格，并给定边界条件，例如给定海面上的风应力、温度和盐度以及侧边界上的温度、盐度和速度。另外，时刻$t=0$的初始条件也必须选定。常常

假定初始时刻为静止状态，即所有点上的初始速度全为零。可以把$t=0$时海洋内部的温度和盐度取作均匀的，但更通常的作法是预先给定近似于实际海洋情形的温盐深度分布，然后按时间顺序一步一步地向前计算，一个时刻代表一步，这个步骤叫作“时间积分”。

当空间分辨率增加（即网格点的间距减小）时，时间步长必须随之减小，这样才能保证计算的稳定性（至少对于通常采用的显式方法是如此）。因此对于二维网格，若空间分辨率增加一倍，计算时间就要增加到8倍，在三维情况下，如果铅直方向上的分点数也加倍，则计算就要增加到16倍。由此可见，增加模式分辨率的愿望要受到计算机的计算速度和存储量的限制。

在这些非线性模式中，为了计算的稳定性，在数值计算方案中和采用的方程中均应包含足够的摩擦力。当然在实际海洋环流中，摩擦力也确实存在，当运动变强时，摩擦效应也随之而增加，最后能量输入的速率与能量通过摩擦而损失的速率相平衡。因为能量来源是有限的，所以尽管运动可能很强，而且随时间和空间都可能有很大的变化，但它总是保持有界的。

正如我们在第七章中对动量的讨论和第十章对热和盐的讨论一样，方程组是不封闭的。因此，为了使方程组封闭，必须加上一些附加方程，其中有的附加方程把摩擦效应和被计算的大尺度速度场联系起来，另一些附加方程则把扩散效应与温度场和盐度场的梯度联系起来。这些摩擦效应和扩散效应是由尺度很小（小到网格不能分辨）的运动产生的，而且是以某种类似于湍流的方式产生的。这些现象称为次网格尺度现象。为了使方程组封闭，通常通过采用涡动粘性系数

和扩散系数把这些尺度效应以一种简单的方式参数化。一般取涡动粘性系数和扩散系数为常值（当然，水平系数和铅直系数有不同的值）。

涡动粘性系数和网格间距（或者说模式的分辨率）有某种程度的关系。正如已指出的，摩擦效应必须保持在一个合理的水平上，同时相邻网格点之间的速度差不能变得太大。于是，如果我们采用较大的网格间距，速度梯度的极大值就受到了限制。由于摩擦应力被取为涡动粘性系数乘以速度梯度[例如方程(7.4)]，所以为了保持摩擦力近似地为一常数，涡动粘性系数就必须随网格间距的增加而增加。由于空间分辨率受到现有计算机的运算速度的限制，所用的涡动粘性系数往往大于根据有限的观测资料推算出来的值，从而可能使非线性项的作用减弱。

在某些大气模式中，曾采用可变的涡动粘性系数。取此系数与计算流动的均方根应变率成正比（应变率是根据计算出的剪应力导出的）。从物理上看，在切变或速度梯度较大的地方摩擦力也较大，所以能反映这一事实的可变涡动粘性系数似乎比常涡动粘性系数更符合实际情况，因而可变涡动粘性系数使大气模式得到改进，但可变涡动粘性系数还很少在海洋模式中得到应用[后面将要讲到的奥布赖恩(O'Brien)模式是一个例外]。相对于较大尺度的运动来说，摩擦效应会使得近于网格尺度的运动受到抑制，而可变涡动粘性系数情形下的抑制程度要大于常涡动粘性系数情形下的抑制程度。因而，采用数值较小的更接近于实际的平均粘性系数值即可维持计算的稳定性。在现有的计算机分辨能力的条件下，采用可变涡动粘性系数有助于使非线性效应更合乎实际情况。

如上所述，所要加的边界条件之一就是风应力的作用。如

在第九章中讨论过的，最近已经有了根据观测到的风速来计算风应力的方法，特别是对于比较强的风。这种方法更为适用。在下一节我们要讨论的模式中，所加的风应力通常是根据Hellerman的计算结果得到的。Hellerman的计算是根据气候风的资料进行的，为了考虑到在给定位置上风速和风向的变化，计算是仔细地进行的。Hellerman在这些计算中使用的阻力系数公式是平滑后的阶梯函数，其C_D值从低风速下的0.8×10^{-3}迅速而光滑地增加，在7米/秒附近达到2.4×10^{-3}。在Hellerman进行这些计算的时候（1965年前后）已经知道，阻力系数并没有这么快的过渡。但Hellerman不知道更新近的结果。因此这个计算可能有些过高地估计了强风的贡献，也许还有些过低地估计了微风区域（即应力变号而风应力旋度取最大值的回旋中央区域）的贡献。即使在这种区域里，从气候学角度来看，风速低于6—8米/秒的风也是不重要的。由于第9.9节所描述的气候学资料的汇编方式，Hellerman的应力值的空间分辨率也是有限制的。由于分辨率有限，可能低估应力梯度或风应力旋度的值。很难知道这些误差的严重程度，但是最大旋度的真实值大概不会大于Hellerman计算值的一倍半。对于北大西洋的最大旋度区的某些更详细的计算（这些计算有较好的空间分辨率并利用了更新近的阻力系数），得到的最大旋度值与利用类似于Hellerman的计算方法所得到的值非常相近。可是这些计算得到的是长期平均值，也没有考虑最大旋度位置的季节变化，如在第九章已指出的，这样算出的最大风应力可能会低于按下述算法得到的值：如果我们按天、按周或按月计算出最大旋度，然后不管此最大旋度的位置而把这些最大值放在一起进行平均。正是后面这样算出的最大旋度值最适于根据简化斯

维尔德鲁普方程来计算风引起的最大输送量。正如在第九章提到的大西洋内部的风生体积输送量的最新估计值与 Munk 的计算值很相近。

11.4 某些大洋模式的描述

在这一节，我们将概述几个数值模式的特点和主要结果，以此说明利用数值模式可以得到哪些结果以及它们的某些局限性。我们从最简单的模式开始，然后讨论更详细些的模式。

11.4.1 O'Brien(1971)的北太平洋二维风生环流模式

这是一个相当简单的、垂直平均后的模式，它类似于第九章中讲过的蒙克经典解析模式，所不同的只是本模式采用了更近于实际情况的边界几何形状和包括了非线性效应。本模式有如下特点：

（1）认为密度是均匀的，就是说模式是正压的；并且认为速度与深度无关，因而可归结为二维问题。

（2）海水运动是由Hellerman利用气候学的平均风应力算出的风所驱动的。

（3）不是象Munk那样采用β平面近似，而是采用球面极坐标形式的方程组。

（4）在经度和纬度方向上的网格间距都是2°。

（5）假定海水的最大深度为2000米，但考虑了2000米以上的海底地形。

（6）如在11.3节描述的某些大气模式中那样，用可变涡动粘性系数来表示侧向摩擦。

这一模式从静止状态开始，随着积分的进行，流动开始

发生，并随之而形成一系列的回旋，这一过程称为"旋转增强"。经过一定时间之后，就出现非常稳定的环流，但在此环流上还加有一定的起伏。图11.1给出积分72天以后的质量输送图像。图11.1(a)表示西部边界处质量输送的详细结构，而图11.1(b)则给出整个大洋盆地上质量输送的大致图像。注意，在这张图中流函数的符号规定与我们在第九章采用的符号规定相反。在这一章的所有的图中都存在这一差别，所以这里介绍的各作者采用的符号规定都是一致的，但与通常流体力学中的规定是相反的。在这一章里，如果回旋中心的ψ值是正值，则称此回旋是顺时针方向的。在某些图中有箭头指示流向，但从现在开始读者在任何情况下都应能

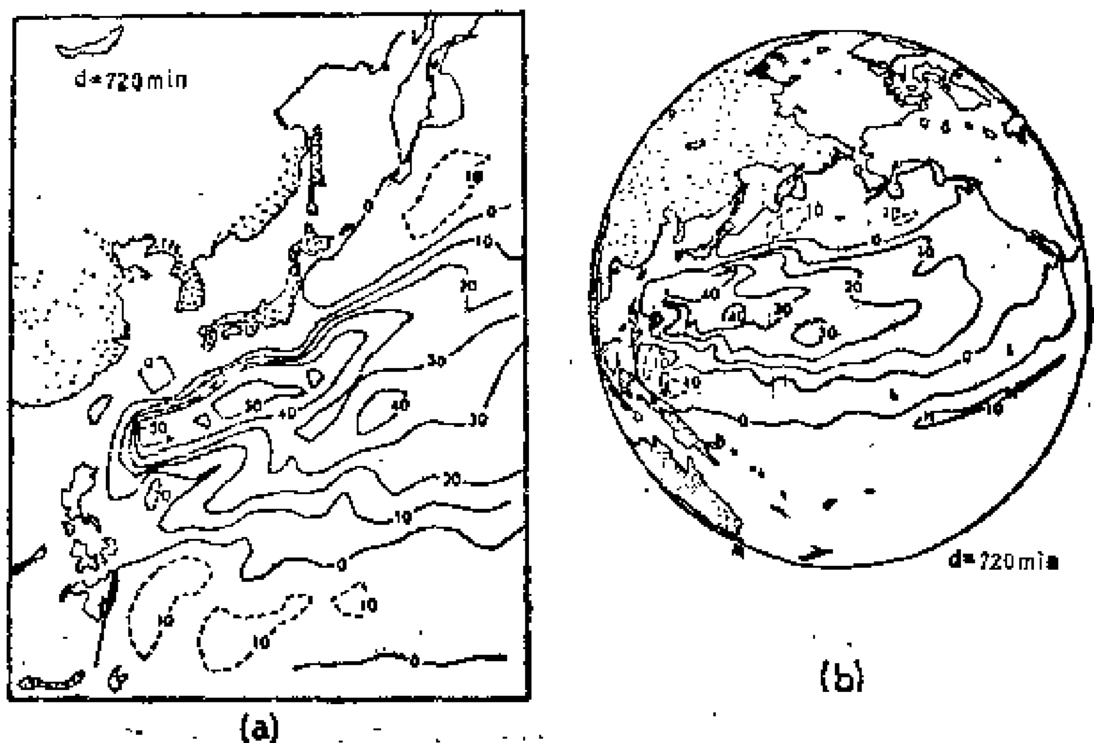


图 11.1 对于具有均匀密度的风生环流模型算出的质量输送流函数(ψ)(北太平洋)

(a) 西部边界处的环流图像，单位为10^6吨·秒$^{-1}$≃1斯维尔德鲁普单位(10^6米^3·秒$^{-1}$)；(b) 整个大洋盆地上的流动图象（O'Brien，1971）(参见文中关于符号ψ的说明)

判断出主要的环流方向，并对于文献中可能出现的不一致性有所思想准备。

利用这个模式，相当满意地得到了环流的许多已知特征，尽管在某些细节上还存在着差异。计算表明黑潮在35°N处离开海岸，并具有与观测值相当一致的输送量，约为60斯维尔德鲁普。根据地转计算得到的输送量的早期估计值为65斯维尔德鲁普，但近来的估算值要高一些，可能在80至90斯维尔德鲁普之间。Munk计算给出的输送量为38斯维尔德鲁普，且海流直到45°N才离开海岸。因此现在这个数值模式似乎给出了更好的结果。在35°N处离开海岸的事实部分地是由地形效应决定的（如我们将看到的，地形效应在正压模式中可能被过分强调了，但是在现在模式情况下，大于2000米的实际深度都看作是平的，因此在这个模式中，这个问题可能不那么严重）。

与Munk的线性模式相比，这里得到了较大的输送量，这可能是非线性效应（对流加速度项）引起流动增强的缘故。前面提到过的用来研究非线性效应的早期数值模式十分清楚地说明，与忽略非线性项时得到的结果相比较，流动是可以因非线性效应而得到加强的。于是，如Stommel所提出的，非线性增强或者说惯性增强可以导致更强的环流。大部分的附加输送量与局部再循环有关，也就是说，西部边界流中的附加流动主要是以边界流附近的强逆流的形式流回来的。O'Brien的结果（图11.1）表示出这种情况，其中大约1/3的黑潮输送量与局部再循环有关。主回旋内部的南向流动大约为40斯维尔德鲁普，这正好是利用斯维尔德鲁普方程计算出的值，斯维尔德鲁普方程描述的模式为平底模式，而且内区的非线性效应和底摩擦效应均忽略不计。

如我们将看到的，涡动粘性系数为常值，且具有相同的风应力和类似的分辨率的其他一些北太平洋数值模式，将给出更近于蒙克结果的输送量。可变涡动粘性系数似乎使总粘性系数变得更低，从而使非线性效应变得更加重要，并导致黑潮输送量的增强，使其更接近于实际的值。

看来由O′Brien模式得到的结果与我们关于实际环流的有限知识非常符合。虽然质量输送量的估计和O′Brien计算中采用的风应力均有某些不确定性，但由O′Bren模式算出的最大输送量仍然略低于最近的估算值。然而，常密度的假定完全排除了热盐环流。这种分别处理各种因素的方法在分析工作中总是必要的，因为不能一次同时处理整个系统。除了描述速度场的方程组的非线性性质以外，还有一个如第十章讨论过的重要的非线性性质，即在盐和热的守恒方程中的对流项。这两种驱动力引起的流动不可能没有相互作用，如我们将看到的，除了Stommel原来提出的将热盐环流与风生环流简单地线性相加外，这种相互作用提供了另一种可能的增强机制。O′Brien模式表示出了仿真模式中的惯性增强效应，并说明了如何将蒙克方法用于更实际地处理问题。

11.4.2 Cox的印度洋模式（1970）

这个模式是要搞清楚是否可以在数值模式中重现季风变化时出现于印度洋的海流方向倒转的现象。这个模式是三维的，在铅直方向上依深度不同而分为几层，最深处可分为七层。本模式有以下特点：

（1）风的作用是季节性的。对于一年四季节每一个季节，都用Hellerman的风应力求出三个月的平均值。我们使风应力从一个季节到另一个季节平滑地变化。

（2）热盐的驱动作用是通过给定表面温度和盐度来计

人的。虽然给定表面热通量和盐通量更好，但我们还是给定表面温度和表面盐度，这是因为热通量和盐通量是不知道的。给定的温度从冬季到夏季具有平滑的变化。由于表面盐度随季节的变化很小，所以给定的盐度场不随时间而变。

（3）采用“刚性盖”近似。这在海洋模式中是很普遍的（O’Brien模式是一个例外）。这个近似是通过要求在海面的铅直速度为零来实现的。海面高度实际变化的效应表现为作用在模式的刚性水平表面上的等价压强分布。刚性盖近似的目的是为了允许采用较大的时间步长；由于有刚性的上表面，所以不允许具有很大传播速度的表面重力波存在。但以随纬度而变化的科氏力作为恢复力的罗斯贝波还是允许存在的，不过由于用刚性盖代替了自由面，所以要稍加变化。可以相信，这种变化不会引起很大的误差。刚性盖近似可能会改变初始的“旋转增强”过程，但对最后的准定常状态可能不会引起严重的误差。

（4）此模式从静止状态开始，初始盐度和温度在水平方向上取为均匀分布，但铅直方向上则根据观测资料给定适当的铅直分布。在开边界处，利用观测资料给定所有深度上的盐度和温度。正压的（与深度无关的）流动和斜压的（随深度而变化的）流动是分别进行计算的，这两种流动都要满足一种边界条件：没有全流穿过南边的开边界。

（5）用常涡动粘性系数和常扩散系数将摩擦和热盐扩散参数化。铅直涡动粘性系数A_z的值对于顶层（50米）取为10^{-2}米^2·秒$^{-1}$，对于其余的水层取为10^{-4}米^2·秒$^{-1}$。水平涡动粘性系数A_H的值最初是大的，取为2×10^5米^2·秒$^{-1}$，但最后由于网格加密（如下所述），减小到5×10^4米^2·秒$^{-1}$。

在整个计算过程中，取铅直涡动扩散系数为常量（10^{-4}米^2·秒$^{-1}$）；而水平涡动扩散系数的值最初取为10^4米^2·秒$^{-1}$，最后取为5×10^3米^2·秒$^{-1}$。

（6）不允许密度场出现静力学不稳定的状态。当在新的时刻计算出不稳定状态时，就假定立即有铅直混合发生，并在热盐守恒的条件下形成中性稳定的密度结构。这种混合假设通常被用来避免海洋（和大气）数值模式中的静力学不稳定性。

（7）由于海洋内部密度场的响应时间很长（其量级为200年），所以计算分三步进行。第一步先忽略底部地形，网格间距为4°，模拟时间为130年（每模拟一年的海洋流动要花费0.2小时的计算机时间）。在第二步的计算中，网格间距减小到2°，并利用第一步得到的值作为初始值来进行积分。在这一步，考虑底部地形，并从130年积分到185年（每模拟一年要花费1.7小时的计算机时间）。在第三步（最后一步），以第二步的结果作为积分的起点，网格间距减小到1°。表面层再细分为两层，从185年积分到192年（每模拟一年要花费22小时的计算机时间）。于是全部计算在Univac1108计算机上进行约需要270小时的计算机时间。如将网格加密到0.5°，每模拟一年就需要200到300小时的计算机时间。现在已经有了速度更快的计算机，但在Cox做这项工作的时候，在他的最后一步中，要想取网格间距小于1°显然是不现实的。

最后一年的解的一般特征与相当稀少的观测资料非常符合。在模式中出现索马里海流（西部边界流），且呈现出大体符合客观实际的季节变化。图11.2表示出垂直于索马里海岸的铅直断面上的沿岸速度分量。索马里海流在北半球夏季

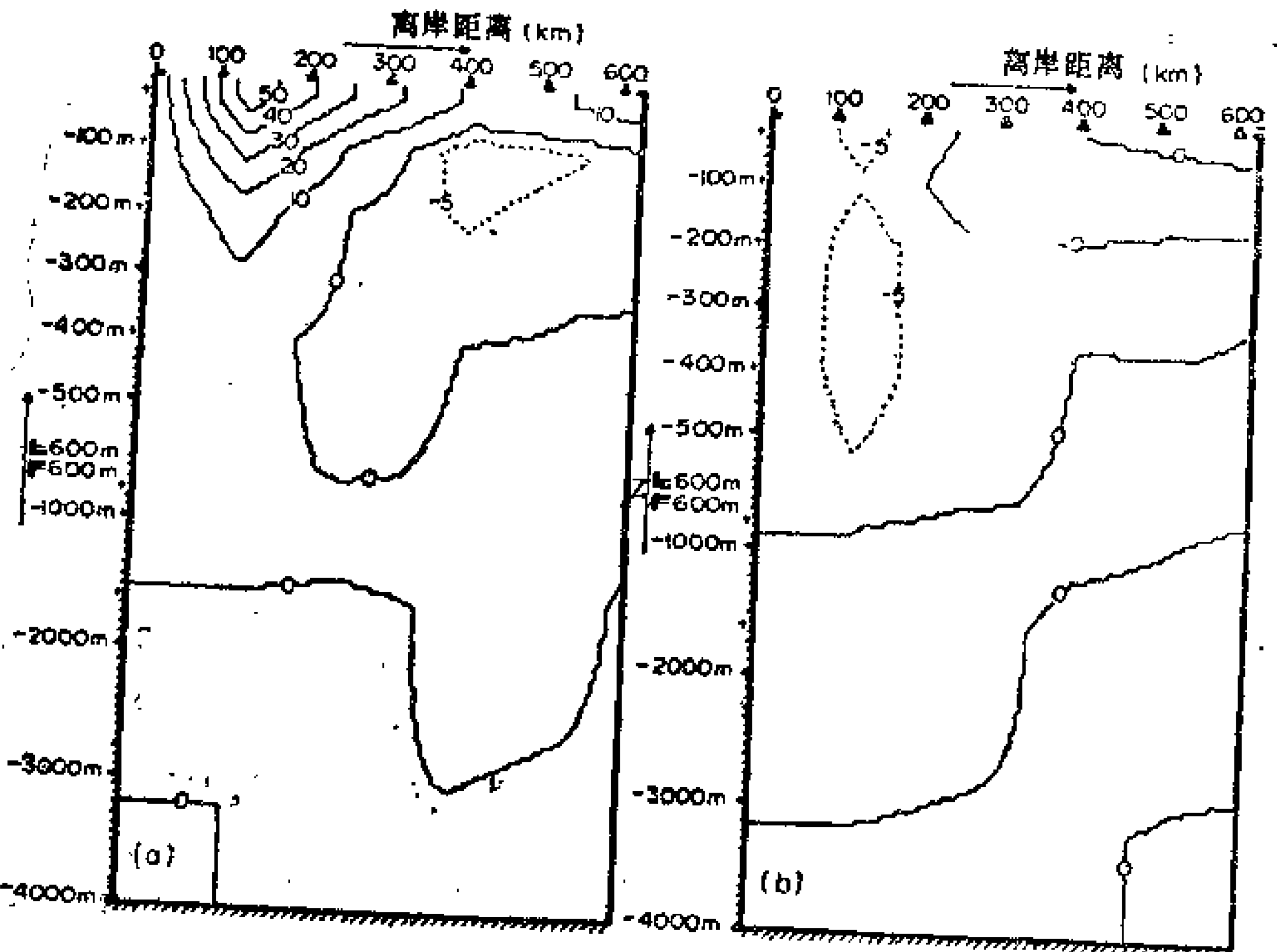


图 11.2　印度洋模式中索马里海岸附近的沿岸速度分量（厘米·秒$^{-1}$）的断面分布图

（a）西南季风时期（5至9月），（b）东北季风时期（11月至 翌年3月）（选自M.D.Cox，1970）

（即西南季风期间）很强，但在冬季（东南季风期间）则不出现。由于缺乏足够的现场资料，我们无法将算出的索马里海流的输送量与观测值进行比较。这个例子说明了缺乏检验资料是个严重的问题。

尽管输送量和密度场的一般特征看来是合理的，但算出的索马里海流的速度却太小，水平密度梯度也小于印度洋中的实际梯度。这些偏差可能是由于采用的涡动粘性系数和扩散系数大于它们应有的值，因而"抹掉"了边界流的缘故。为了弄清这些效应是否严重到使一阶解不正确的程度（也就是说，如果我们用间距更小的网格并略去非线性项而重新得到一个解，这新求得的解会不会与原来的解相差很远），必须用更密的网格进行计算。因为有了新的、更高速度的计算机，这种计算是可行的。

虽然已经正确地模拟出季节响应，但使用涡动粘性系数和扩散系数的模式得到的结果是否为一阶正确的问题远不是简单的问题。例如在Holland所作的北大西洋数值模式中，采用了和Cox模式相同的热的水平涡动扩散系数，而所得的铅直环流却完全不同于我们的预料。该模式在主温跃层附近产生下降流，但通常人们认为（尽管没有很好的观测证明），在大多数海洋的温跃层上均出现向上的流动。这种假定是Stommel在他的深海环流模式中作出的，虽然如第十章所讨论的，维持温跃层的方式还不清楚，但这种深海环流模式与有限的观测资料看来是一致的。铅直流场的这种差别要求对水平流动进行修正，以便使温跃层得以维持。在后来使用较小的扩散系数（10^{3}米^{2}·秒$^{-1}$）的计算中，得到了符合Stommel假设的内部上升流。由于霍兰（Holland）模式中的西部边界区域内有很大的水平温度梯度，所以大的水平

扩散系数造成了垂直于位势密度面的强扩散。在基本上垂直于位势密度面的方向上，跨过这些面的有效扩散系数约为5×10^{-3}米^2·秒$^{-1}$。为了与这个很强的有效铅直扩散相平衡，在西部边界区域内就要求有强的向上的平流。由于连续性，在海洋内部就要出现下降流。扩散系数的减小使这种效应减轻，于是正如自然界中的情况一样，在模式中就出现海洋内部的上升流。

这个例子说明，涡动粘性系数和扩散系数的值（这些数值常常是根据计算稳定性的考虑而选取的，而不是根据观测资料的推断来选取的）对于得到符合客观实际的结果是关键的。采用大的涡动粘性系数可能不会产生这种显著的效应，因为常速度面的倾斜度不太可能比得上等温面的倾斜度。如果常速度面是倾斜的，那么同类的效应就会发生，动量的有效铅直扩散强度就可能比实际情形大，这就会导致比实际情形更强的铅直方向上各层的耦合。为了弄清这些问题，就要用更密的网格并采用较小的粘性系数和扩散系数，以便看出所得结果与用粗网格模式得到的结果是否不同。

11.4.3 Holland和Hirschmann(1972)的大西洋模式

这个模式采用的计算方案类似于Cox的印度洋模式的计算方案。但与Cox模式不一样，本模式不是预报模式而是诊断模式。密度场是预先给定的，也就是说，它是由观测资料所决定且保持不变的，而不是作为计算的一部分而被预报的。选择大西洋作为计算的对象，这是因为对于大西洋来说，密度观测资料最丰富，对其环流的了解也最清楚（尽管我们的环流知识还是很有限的，即使对大西洋也是如此）。诊断模式的最大优点是它所花费的计算机时间，只为预报模式计算时间的一小部分。模拟海洋达到其统计平衡状态约只

需一个月而不是几百年，所以与预报模式相比，可以改变更多的参数和采用更密的网格。

这个模式有以下特点：

（1）在经度和纬度方向上的水平网格间距为1°，在铅直方向上分为十四层。

（2）海洋盆地的范围从11.5°S到50.5°N，包括赤道区在内，可以对赤道区的模拟结果进行检验。

（3）采用气候学的密度资料，该资料是经过平滑处理的，在每隔1°的点上都给定密度数据。

（4）采用由Hellerman的风应力得到的气候学风驱动力。

（5）取铅直涡动粘性系数为10^{-4}米^2·秒$^{-1}$，一些检验已经表明，这个值在诊断模式的计算中不是关键的。

（6）取水平涡动粘性系数为4×10^4米^2·秒$^{-1}$[曾采用较小的值10^4米^{2}秒$^{-1}$作过一些计算，但尺度可与网格间距相比的涡此时便开始出现。为了避免可分辨的最小尺度涡的能量聚集（这种聚集可能会导致非线性的计算不稳定性），这就要求采用较大的涡动粘性系数值]。

看来这个模式相当好地给出了环流的主要特征。但是，赤道区和赤道南部区的表层流与观测结果相差较大，显得比较混乱。模式的这种特性也许是由分辨率不高和密度资料不够充分所造成的。因为分辨率有限，算出的通过佛罗里达海峡的输送量比观测到的输送量小得多。尽管湾流流束加宽，而且由于采用了大的涡动粘性系数使得湾流速度较低，但湾流回旋，无论是其表层环流还是输送量（最大值为81斯维尔德鲁普）看来都是正确的。最近的直接测量结果表明最大输送量为100斯维尔德鲁普到150斯维尔德鲁普，因此尽管最大输

送量的计算值已超过Munk的经典线性理论给出的值的2倍此计算值还是低于观测值。

计算得到的湾流输送量远大于Sverdrup得到的由风作用引起的输送量[即根据简化了的斯维尔德鲁普方程(9.21)算出的输运量]。Sverdrup得到的输送量约为25斯维尔德鲁普，近似于但略小于Munk得到的值。当然这个值是以Hellerman的风应力为基础的，可能略低于它应有的值，但即使把这个值加倍（可能超过上限），Sverdrup的输送量也仍小于湾流的输送量。

通过用简化的模式进行的计算十分清楚地说明了本模式中湾流增强的原因。图11.3表示在三种情况下的输运流函数。图11.3(a)表示密度为常量的情形，而模式的其他特征都不变。因此这是正压情形，但是在模式的分辨率范围内采用了真实的海底地形。对于这种情形，湾流的输送量只有14斯维尔德鲁普，即海底地形使得流量减小到低于由简化的斯维尔德鲁普方程(9.21)得到的值。如第九章中所讨论的，当海流扩展到海底而海底又不是水平的时，就必须在简化的斯维尔德鲁普方程中加上一个附加项。如我们所料，底形对海流的搅拌作用是非常重要的，而且模式中的搅拌作用可能比实际的搅拌作用强得多。图11.3(b)表示的是采用观测得到的密度场但假定常深度为1273米时的输送量。图11.3中的输送流函数曲线非常光滑，与经典的蒙克理论结果非常相象，但由于本模式采用了更实际的几何形状，因此与蒙克理论的结果仍有微小的差异。这个结果本来是可以意料到的，因为本模式除采用了更实际的海岸形状外，基本上与蒙克模式一样。正如我们所预料的，此模式给出的输送量实际上与用简化的斯维尔德鲁普方程算出的海洋内部输送量相同。图11.3

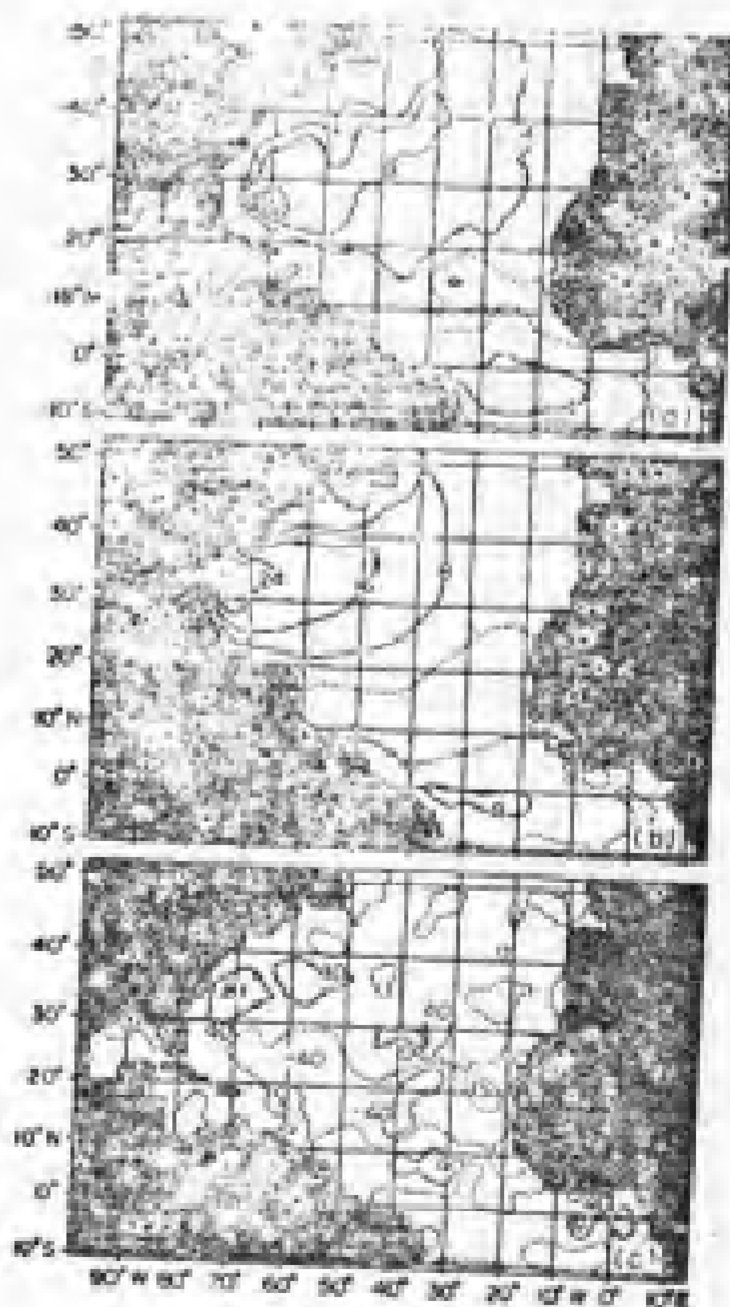


图 11.3 以观测到的密度场为基础，对用诊断模式计算得到的大西洋的输送流函数（以斯维尔德鲁普为单位）（a）均匀密度情形。（b）使用观测到的密度场但深度是均匀的，处处都是1273米。（c）使用观测到的密度场和海底地形但允许有底部压力矩（选自W.R.Cox和A.D.Hirschmann, 1972）

(c) 表示的是模式的全部特征都包括在内的输送流函数。在这种情况下，输送流函数分布已经变得十分复杂了，而且湾流最大输送量已经增加到前面提到的81斯维尔德鲁普。湾流的这种加强是由斜压性与海底地形的联合效应引起的。产生深层流需要有斜压性和热盐驱动，通过涉及深层流和海底坡度（在非水平海底的情况下）的项，这种深层流与海底地形产生相互作用。纯正压情况是不正确的，因为正压情况下地形效应可达到海面而不是改变深层流，从而与上层发生相互作用。这种深层流与倾斜海底的相互作用可产生压力矩，此压力矩和风应力旋度的效应一样可使流动加速，并使涡旋进人流动内部。在此模式中，在某些区域（特别是在西大西洋）中的这种效应可能大于风应力的旋度。在Holland所作的具有理想几何形状的力学模式和Sarkisyan和Lvanor所作的北大西洋判断模式中也证实了这种效应。在大气中也有类似的效应，即山脉的存在可以通过压力矩使涡旋进人流动区的内部。

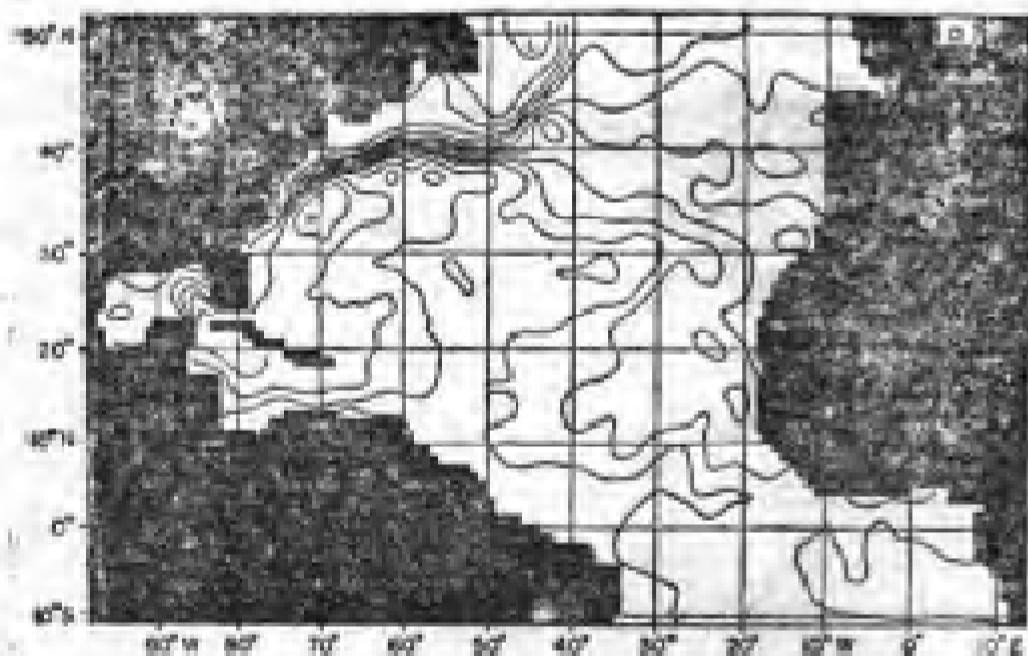
遗憾的是这种效应在实际海洋中究竟有多么重要还不能肯定。输入的密度资料的可能误差使得判断性计算无法作出结论。这些误差的产生一方面是由于仪器本身的局限性，另一方面也由于难于得到随时间而变化的现场准确资料。看来有足够的证据证明，这种机制在说明一个仔细安排的观测实验正确性方面的重要性。

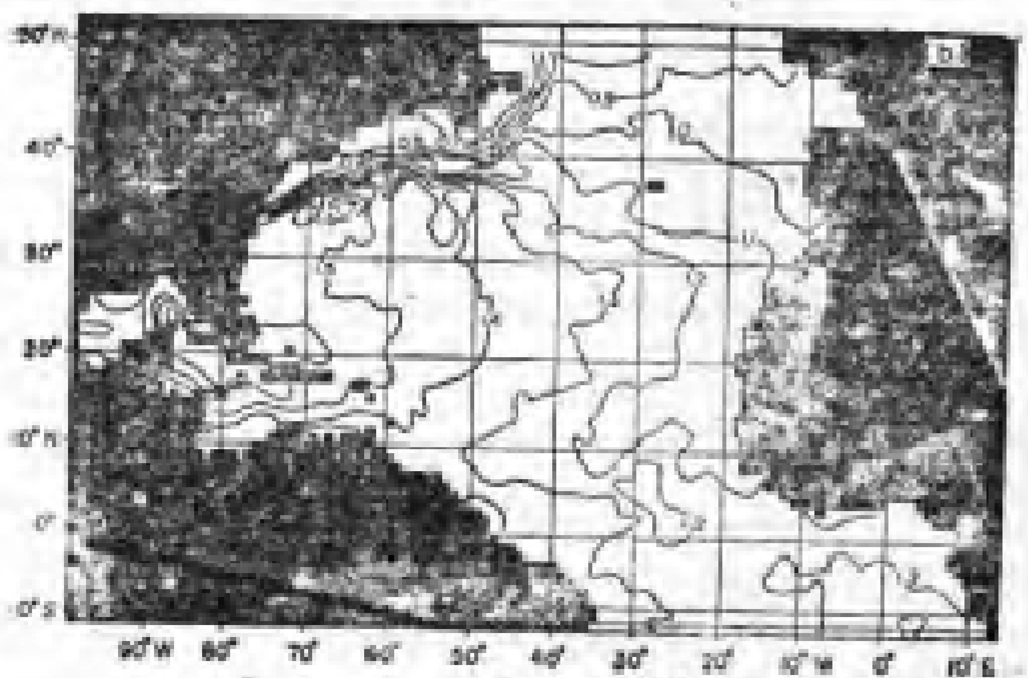
由完整模式得到的输送图像是相当复杂的，而且比由第九章的经典图推测出的输送图像要复杂得多。但事实上，我们并不知道真实的输送图象是否和模式中的图像一样。我们对于海面下海水大尺度流动的知识几乎全部是建立在间接证据的基础上，这些证据或者来自猜测（即猜测流动应具有什么样的形式才能产生出观测到的参数分布），或者来自地转计算的

结果，但由于对无运动面的位置缺乏了解，这些地转计算总是不可靠的。我们仅有的大区域海流的直接观测就是对表层漂流的观测。这种表层漂流值是根据船舶航行记录而求得的，每一次的个别观测都可能有很大的误差，因此在编汇这些海流图的过程中需进行许多平均运算和平滑运算。虽然输送图像是很复杂的，但是Holland模式和赫希曼Hirschmann 模式的结果与我们有限的观测资料都是一致的[见图11.4(a)]。

图11.4(a) 表示完整模式的表面压强分布)p/ρ_0)。这种模式是一个刚性盖模式，因此如果把这个表面压强分布除以g就等于等价海面升起的高度。虽然这一海面升高稍微平滑一些，但它与动力学高度仍有很强的相似性，此动力学高度是相对于1000米的参考平面的，并表示在图11.4 (b)中了。在此模式中，虽然1000米的面并不是一个无运动水平面，但在此面上的动力学高度的变化与海面高度变化相比是很小的，因此模式中的等价海面高度的分布型式非常近似于动力高度计算得到的分布型式。应该注意，动力高度不象第九章中给出的经典流函数图像那样平滑和简单。除了赤道附近以外，流动几乎是地转的，因此大体上是沿着动力高度等值线的，在图11.4(a) 和(b) 中墨西哥湾流都是十分明显的。最后，图11.4 (c)表示由模式计算出的表层流，除赤道区域外，此表层流完全类似于根据船舶记录作出的海图中的海流。

在象这一类的模式中，有一个问题是与使用大的涡动粘性系数(接近于此系数的上界)有关的。无疑，非线性效应将被摩擦效应所掩盖。近来发现在海洋中存在着中尺度涡，这种涡对于大尺度流动的动力学行为可能是很重要的。但若网格的分辨率不高，其不能反映出这种涡的存在。考虑三种效应：惯性增强，中尺度涡效应以及这两者的综合效应。这三种效


a
50°N
40°
30°
20°
10°N
0°
10°S
90°W 80° 70° 60° 50° 40° 30° 20° 10°W 0° 10°E


b
50°N
40°
30°
20°
10°N
0°
10°S
90°W 80° 70° 60° 50° 40° 30° 20° 10°W 0° 10°E

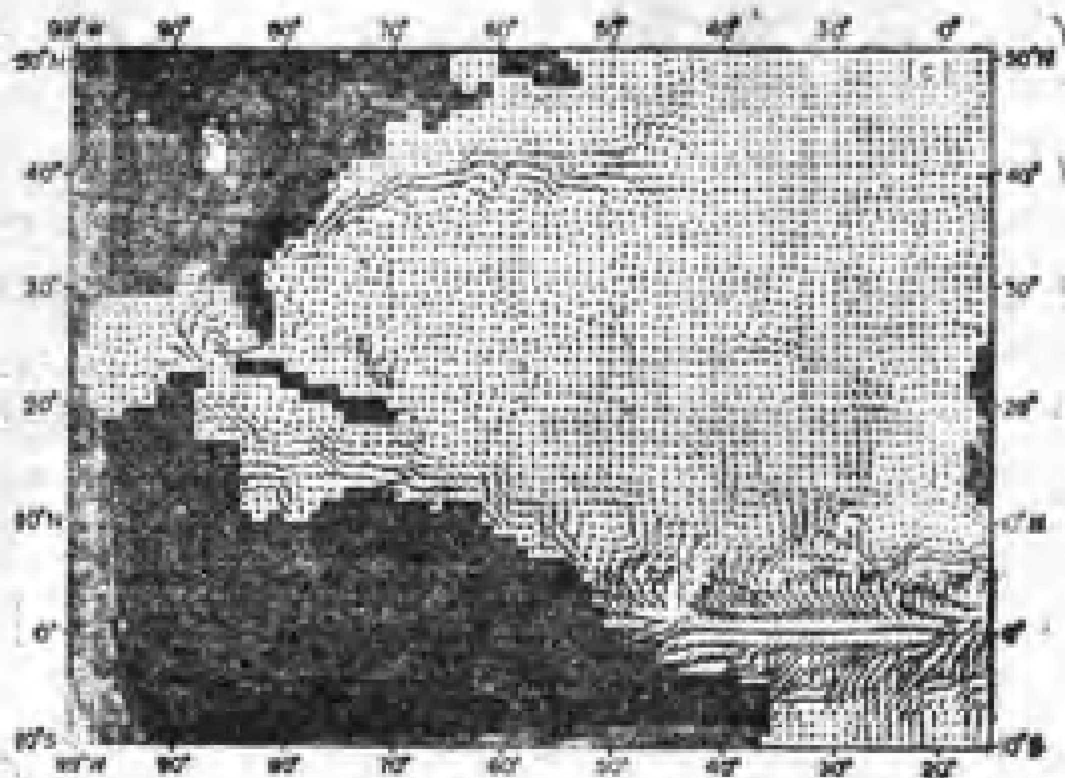


图 11.4　大西洋的诊断模式

(a) 根据图11.3(c)的结果算出的达到定常状态以后(85天以后)的海面压强(P/ρ_0)。等值线的间距为1米²·秒⁻²(0.1达因·米)；(b) 以1000米为参考平面的势力高度，等值线的间距为1米²·秒⁻²；(c) 表层的水平速度矢量。为了不掩盖较小尺度的特征，墨西哥湾流和赤道区域中的矢量长度都限制在最大不超过0.75米·秒⁻¹，在墨西哥湾流中最大速度为1.1米·秒⁻¹(W.R.Holland和A.D.Hirschmann，1972)

应中的任一种是否大到足以能对湾流产生附加增强，从而使增强后的湾流与观测结果大致相符，了解到这一点是有益的。

11.5 世界大洋环流的两个模式

第一个模式是Bryan和Cox提出的常密度模式或者称为正压模式。第二个模式是Cox提出的，他把第一个模式推广到斜压情形下的诊断模式（温度和盐度采用观测到的平均值并保持不随时间而变），然后利用诊断模式的最终状态作为初始条件对斜压情形下的预报模式推算了一个短时期（模拟了海洋时间2.3年）。对预报模式一直算到最后的平衡状态是不可能的，因为这种计算要求模拟几个世纪的海洋变化，而每计算一年的变化就要花费10小时的计算机时间。但是可以通过边界流的初始调整使输入的密度场得以消除，这种调节约需一年的时间。

此模式具有以下特点：

(1)在模式的分辨率范围内采用真实的地形和海岸形状。

(2)在斜压情况下依深度的不同而分成几个水层，最深处分为九个水层。

(3)取水平涡动粘性系数为8×10^4米^2·秒$^{-1}$，取此模式采用的分辨率时，比8×10^4米^2·秒$^{-1}$小的涡动粘性系数的值会导致小尺度的计算噪声。

(4)取铅直涡动粘性系数为10^{-4}米^2·秒$^{-1}$。

(5)采用Hellerman算出的风应力，但把风应力区域扩展到两极地区。

(6)从62°S到62°N，分辨率为2°，对南北半球的两个高纬度区各采用一个相隔2°的球面网格，但在高纬度网格和低纬度网格之间有很大的重叠部分。对每个网格分别进行积分，积分的时间为几个时间步长，重叠区的边界条件在积分的过程中不断进行调整。我们必须采用这种方法，因为

在全球的网格上，极地附近的网格间距变小，这样就要求统一使用很小的时间步长。

(7)因为所有的侧向开边界都包括在世界大洋模式中，因此在开边界（海洋内部的流体边界）上不需要边界条件。当我们试图模拟世界大洋的一部分时，由于缺少观测资料，开边界上的边界条件总有点任意性，因此如何给定这类边界条件是一个有待解决的问题。

正压条件下的输送图案如图11.5 (a)所示。由图可以看出，地形对海流的搅拌作用比实际情况大得多，而且西边界流（例如黑潮和湾流）也太小。南极绕极流显得特别微弱(只有21斯维尔德鲁普左右)。在另一个计算(用另一个不同的水平粘性系数4×10^4米^2·秒$^{-1}$)中，对具有水平海底的正压模式作了计算，所得的黑潮和湾流的输送量类似于Munk 算出的结果，如图11.5 (b) 所示，在这个图中还可以看到，南极绕极流是很强的（大于600斯维尔德鲁普），而且在计算结束时，此输送量还在继续增加。

对于太平洋，除了粘性系数的差别以外，水平海底的模式几乎与图11.1所示的O′Brien的北太平洋模式相同。在这两个模式中，黑潮强度的差别为我们前面提出的看法（即认为在O′Brien模式中，惯性增强会引起较大的输送量）提供了一个证据。

由Cox的斜压诊断模式得出的输送图案如图11.6(a) 所示。由于分辨率有限，计算中采用的涡动粘性系数也较大，因此西边界流的输送量仍然小于观测值，流束较宽，流速较弱；尽管如此，图中的结果仍符合实际，且西边界流的输量值更为合理。南极绕极流也更合理，它的输送量高达184×10^6吨·秒$^{-1}\approx180$斯维尔德鲁普，接近于观测值范围的上限。

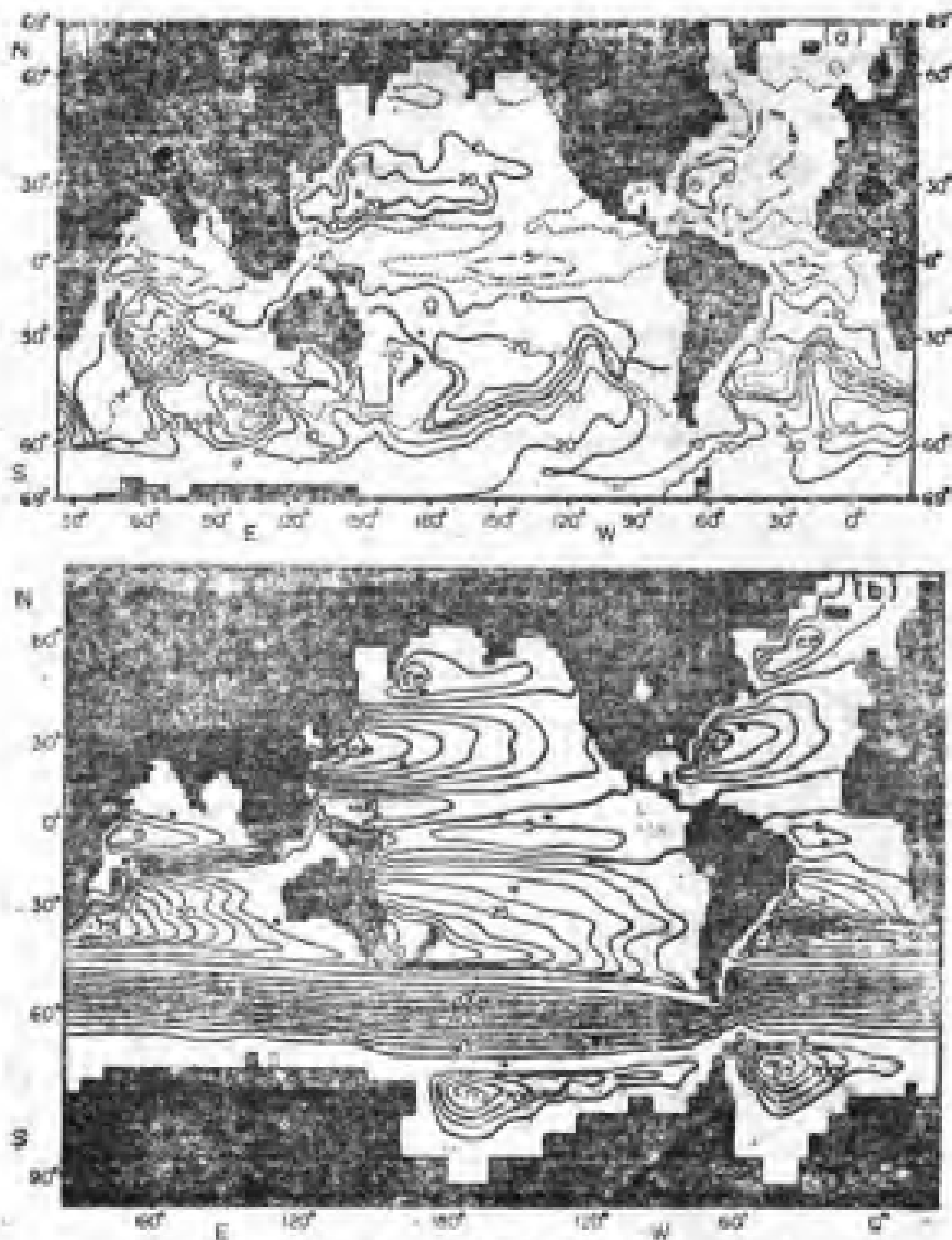


图 11.5 世界大洋环流

(a) 采用实际地形和均匀密度时算出的水平质量输送流函数（正值表示顺时针方向的流动），南极绕极流的输送量为22×10^{8}吨·秒$^{-1}$≈21斯维尔德鲁普（选自M.D. Cox, 1975）。(b) 采用均匀密度和均匀深度时得到的输送流线，南极绕极流比图11.5 (a) 中的南极绕极流强得多（输送量约为600斯维尔德鲁普）（Bryan和M.D. Cox, 1972）

另外，模式中包括了斜压性和海底地形，这就使西边界流加强

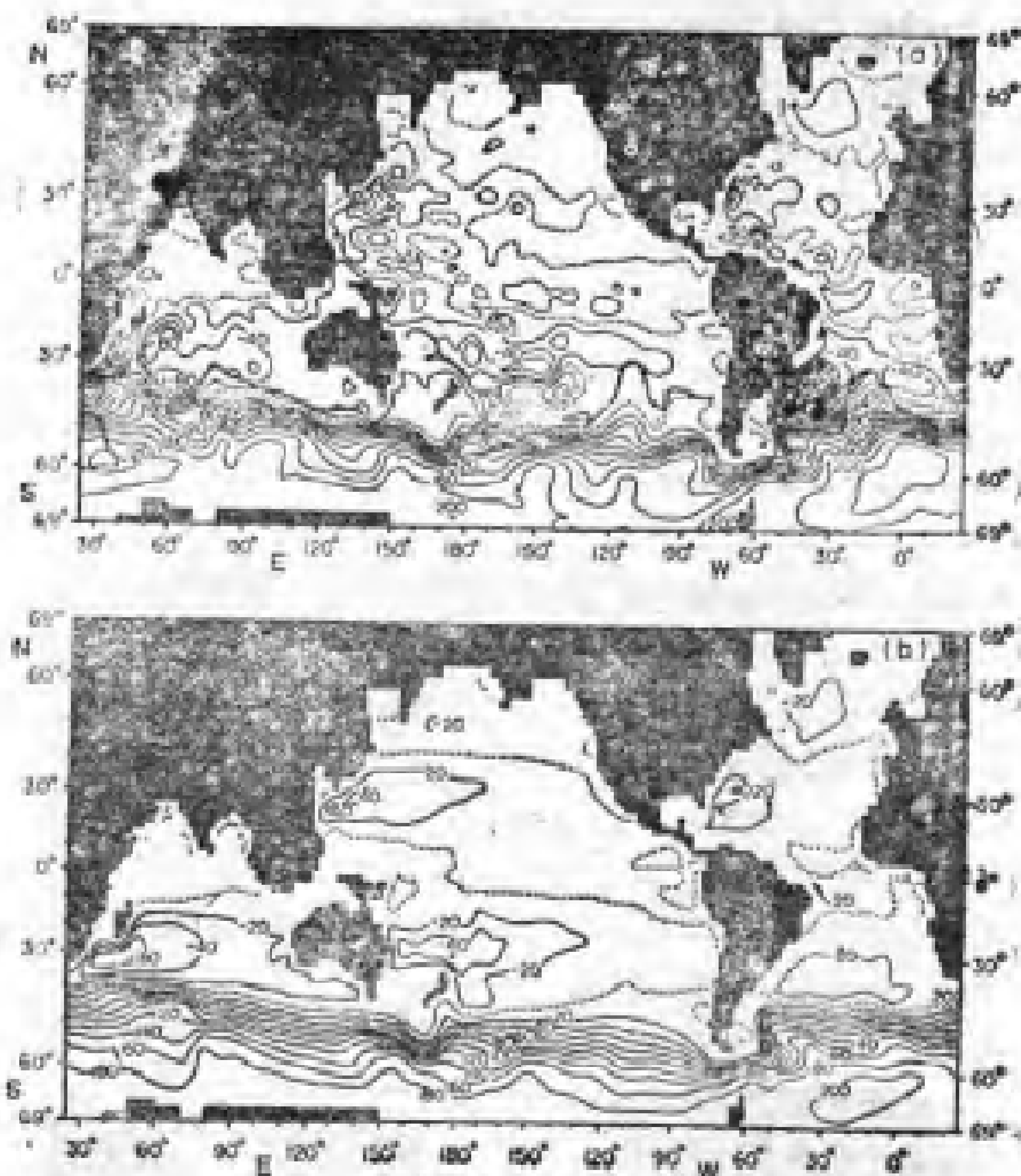


图11.6 世界大洋环流

(a)采用观测到的密度场的诊断模式的质量输送图；(b)采用观测到的密度并以图11.6（a）给出的质量输送作为初始条件，对三维模式进行2.5年数值积分得到的预报模式的质量输送图（M.D.Cox，1975）

简化的斯维尔德鲁普方程(9.21)所到超过了由算得的结果。湾流区的这一增强效应（到60斯维尔德鲁普左右），不象用

Holland模式和Hirschm nn模式算得的增强效应那么大，这也许是由较大的粘性系数和较低的分辨率造成的。可以把模式中的海洋特征和观测到的海洋特征进行许多比较，比较结果表明，在某些区域中这两者符合得很好，而在另一些区域中则符合得很差。本模式只是为发展世界大洋的代表性模式而迈出的第一步，但却是很重要的一步。

预报模式的输送图像如图11.6（b)所示。这里各种变化的细节已经被平滑掉了。这可能一方面是由不精确的密度值引起的，另一方面是由于必须采用的大涡动粘性系数和扩散系数可能会导致过分的光滑作用，从而使湾流和黑潮的输送值减小。南极绕极流的输送量几乎没有变化，在计算结束时其值为186×10^6吨·秒$^{-1}$。

世界大洋模式可用于大气-海洋耦合模式中，以便研究气候及其可能的变化，这是促使我们去研究世界大洋模式的一个因素。这类模式正在不断发展，其中包括第十章描述的那类混合层模式。混合层模式可用来改善海洋表面温度的计算，而海洋表面温度对于大气模式来说是基本的边界条件。同时，我们也正在探索风强迫作用的季节变化，这种季节变化对于把热量从赤道区的夏半球转移到冬半球方面是很重要的，从而有助于使气候变得温和。Haney（1977）给出了一篇附有许多参考文献的评论，Bryan和Lewis（1979）以及Meehl等人(1982)提出了在建立全球大洋模式方面的一些近期结果，这些作者还把海洋的热输送与根据所需的总热输送量和大气的热输送量之间的差作出的估计值进行了比较。非定常运动对这些模式中的平均流动的效应仍然要求采用随深度变化的涡动粘性系数和扩散系数。这些封闭方案是有针对性的。但当把现场观测结果和可分辨出涡的数值模式（将于

下一节介绍）结果结合到大尺度模式中时，这些方案是有希望加以改善的。

11.6 具有中尺度涡的模型

中尺度[illegible]测始于六十年代，七十年代又继续进行了大量工作。[illegible]经收集到了表明海洋中存在着中尺度涡的大量证据，这些涡的特征空间尺度为100至500千米，特征时间尺度为一个月至几个月，其动能为内部平均流动动能的10至100倍。在很强的海流中，例如在墨西哥湾流中，涡的动能与流径弯曲的曲流动能有相同的量级，并与平均动能的量级相同。与平均流动有关的能量的大部分是倾斜等压面的势能，这些能量的量级为动能的一千倍。可是，涡的势能和它们的动能差不多，因此即使涡到处存在，平均流动的总能量也大于涡的总能量。至于这些涡出现的普遍程度以及它们对平均流动的重要性，目前还没有很好的了解。与海洋涡旋类似的大气现象是中纬度的风暴系统。在天气图上，风暴系统看上去很象一系列的大涡旋。可以把这些涡旋看作是行为类似于二维湍流的地转流。大家知道，大气中涡从已有的平均位势能中获取能量，并把动能和动量传递给较大尺度的流动和平均流动。它们在决定西风和急流的强度方面都是重要的。如果以通常的简单方式用涡动粘性系数把这些涡的效应参数化，那么这种涡动粘性系数的值就是负的，因为这些涡使流动加速，与常见的更小尺度的三维湍流使流动减慢刚好相反。如果海洋涡旋是普遍存在的，而且与大气涡旋具有类似的动力学行为，那么海洋涡旋在平均流动的动力学方面可能是重要的。

Swallow于1959—1960年首次用他设计的浮子观测深海中预期的非常缓慢的流动时，得到了海洋涡旋存在的最早证

据。的确，更近期的但非常有限的观测表明，要是那时他在海洋内部更深的深度上释放浮子的话，他可能就发现了他所预期的深处海水的平静状态——在海洋深处似乎存在某种平静的区域。但是Swallow惊奇地发现——他的[illegible]子以至少比他预料的速度大10倍的速度沿不同方向漂移，[illegible]他无法长时间地跟踪这些浮子。一旦人们接受了这样[illegible]——涡旋是[illegible]洋的一种特征，他们就可以在浮子漂移[illegible]中找到证据。虽然大多数早期海洋调查的站位间距[illegible]致不能清楚地表示出涡的存在，但仍然得到了某些洋[illegible]观测资料。在这些资料中，可以从密度场（以及作为低纬度和中纬度开阔海中密度场的决定性因子的温度场）看出这些涡的存在，因为涡周围的流动几乎是地转的（和西边界流以及大气天气系统的情况一样，与沿流动方向的速度分量有关的科氏力支配着横向上的动量方程）。在许多方面使人感到奇怪的是，海洋学家没有考虑到涡旋可能的重要性，没有更早地探索海洋涡旋的存在。大家都知道气象上的涡旋现象——这种天气系统可以很容易地使舒适宜人的气候变得不可忍受。海洋学家一直都在试图了解和解释海洋气候（平均状态）；他们所理解的气候可能比应有的时间更长。过去，涡旋效应被错误地解释为内波噪音或观测误差，或者干脆被忽略了。当然，事后的理解总是比事前的预见正确。另外，1960年以前，还不可能对外海的海流作广泛的直接测量。

为了寻找海洋涡旋并确定它们的特性，在七十年代进行了细致的观测。例如苏联的POLYGON实验(Brekhovskikh等人，1971)，美国-英国MODE（洋中动力学实验，MODE研究小组，1978）和国际POLYMODE实验（关于这个实验的某些早期结果和参考资料可以在MODE小组的文章中找

到，这些文章也回顾了与这些实验有关的理论工作)。这些实验是在北大西洋进行的，但是涡旋现象的证据也已经在其他大洋发现；虽然在其他大洋也有海流的直接观测，但这种发现主要的根据是涡旋在温度场中的特征，这些温度场是利用间距很小的XBT（抛放式温度深度记录仪）的温度剖面观测结果而得到的。在McWilliams（1979）的评论中提到了这些观测，也提到了关于这些涡旋的理论研究。为了得到涡旋活动的分布图像也已经作了不少努力。Emery（1982）给出了北大西洋和北太平洋的动力高度可变性（它是涡旋动能的一种指示）的结果，也给出了根据300米深度处的温度变化而求得的涡旋势能的估计值。为了比较，他还给出了其他几个研究成果。应该注意，在这些综述中，变化部分的能量除包括封闭的中尺度涡和封闭的环流[例如，当流径弯曲大以致脱离湾流主体时产生的湾流环，欲了解这一过程，请参阅《描述性物理海洋学》(Pickard和Emery，1982)]的能量外，还包含着其他运动的能量，如流径弯曲的流动部分的能量被包括在内。对于某些类型的计算来说，有些能量不是来自中尺度频率范围，例如内波将使等温面产生位移。另外，在所采用的某些观测资料中也存在着很多噪声，例如用于估计表面流动的平均动能和脉动动能的船舶漂移资料就是这样。根据观测资料和包含中尺度涡的数值模式（下面即将对此模式予以简短描述），我们发现最强的涡旋活动出现在强流区，但也有证据表明，某些涡旋活动实际上是到处都存在的。由于涡旋的活动在强流区是很强的，因此强流区很可能是涡旋的源头区。在中大洋区域，风应力的变化对于涡的活动可能有贡献，但是这种贡献被认为只是总量的一小部分。

直到现在，还没有可能在仿真模式中采用足够细的分辨率以便把中尺度涡的存在考虑进去。但是，已经研究了具有简化几何形状和足够分辨率的力学模式，这些模式表明，中尺度涡可以对环流产生重要的影响。例如，中尺度涡可以从上层风生环流的平均流动势能中摄取能量并传递给海洋深层中的涡和平均环流，这样，中尺度涡便增加了系统的总输送量。

使得海洋涡旋直接从平均势能场获得能量并成长的不稳定性机制称为斜压不稳定性。为使这种机制成为可能，要求存在具有铅直切变的斜压流动。斜压不稳定性与动力学不稳定性（第七章）不同，在动力学不稳定性中，涡旋可以由平均流动的切变形成，并可从平均流动动能中获得能量。与斜压不稳定性相反地，这种切变不稳定性称为正压不稳定性。因为没有铅直切变，所以为了使扰动增长，就要求有水平切变。在大气中，这两种不稳定性机制都是重要的，在海洋中，这两者的相对重要性还不清楚，但当涡存在时，这两种类型的不稳定性都很可能使涡获得能量。在产生中尺度涡的数值模式中，这两种类型的不稳定性都被发现了。

虽然地球旋转不直接影响稳定性，但它起着间接的作用。由于科氏力项的重要性，等压面的坡度必须比非旋转情形时的相应坡度大得多，这样才能使压强梯度项与科氏力项的大部分相平衡。较大的等压面坡度导致大得多的平均势能，这种势能是不稳定性的可能能源，而且这种能源要比无旋转情形下的能源大得多。

关于中尺度涡及其在海洋环流中的可能作用，在过去的十年里已经作了大量理论工作；无疑，这些工作还将继续。这方面的很多努力都涉及到了力学模式，这些模式的分辨率

很高，可以把中尺度涡明显地包括在模式内。这些模式在制订本节前面提到过的观测计划方面曾起过重要作用。对这类模式的研究工作是沿着两个方向进行的。其中一个方向使用的是所谓"过程模式"，通过这种模式试图弄清楚涡旋的动力学和这些涡旋本身的发展变化。在这种模式中，水域的几何形状通常是非常简单的。例如具有开边界的洋中孤立区域或两端敞开的渠道。为了研究地形的效应也可以把地形包括在模式之内。在前面提到过的评论（McWilliams，1979；MODE小组，1978）中可找到关于这类研究工作的情况介绍；更新近的工作可以在文献中找到。另一个方向的工作是研究涡旋在环流中的作用，所使用的模式称为可分辨涡旋的基本环流模式，这类模式首先是由Holland和Lin（1975）建立的。关于可分辨涡旋的新近模式的说明可以在Schmitz和Holland（1982）的文章中找到。在现有的模式中，水域的几何形状是简单的（正方形或矩形），强迫力也是简单的（东-西向的风应力呈现正弦式的变化；在包括热的强迫作用的少数情况中，海面的加热强度随纬度近似地线性变化）。通常取底部为平的，但在某些情况下也包括简单的大陆斜坡，而在另外一些情形下则加上小尺度的海底粗糙度。模拟区域相对于实际海洋来说是很小的，这是因为采用高分辨率时受到计算机速度限制的缘故。最大的水平尺寸似乎是Schmitz和Holland报道的尺寸，即4000千米×4000千米；在此模式中，风的强迫作用是经过适当选择的，以便使风生上层环流中出现双回旋的流动图案。必须采用自由滑动的边界条件，否则涡旋就不会发生。这个局限性是由对分辨率的现有限制所产生的；为了保持计算稳定性，同时结合无滑动边界条件，要能得到涡旋，摩擦力不能太小。

在水平动量方程中，与常涡动粘性系数有关的摩擦力具有这样的形式：$A_H\nabla_H^2u$和$A_H\nabla^2{}_Hv$。正如前面在本章和第七章中指出的，这种方法只在特定的情况下适用，因而是一种临时的措施，在某些模式中，用$A_4\nabla^4u$和$A_4\nabla^4v$来代替这种通常的表达式。由于采用了高阶导数，这种形式的摩擦力作用在小尺度上就比作用在大尺度上强烈得多，因而作用在中尺度涡和大尺度流动上的摩擦效应可以很小，但同时仍能保持计算的稳定性。这种形式的摩擦称为"双调和摩擦"，而常涡动粘性系数的摩擦称为"拉普拉斯摩擦"。如果导出流函数的方程（例如蒙克方程，第九章），那么双调和摩擦就取这样的形式：$A_4\nabla^6\psi(=A_4[\partial^6\psi/\partial x^6+3\partial^6\psi/\partial x^4\partial y^2+3\partial^6\psi/\partial x^2\partial y^4+\partial^6\psi/\partial y^6])$。当方程中包括涉及铅直切变的摩擦时，此摩擦通常就取为常涡动粘性系数形式的摩擦（例如$A_z\partial^2u/\partial z^2$，等等）。为了弄清底部摩擦在整个平衡中的作用，在某些模式中也包括了底部摩擦，根据可分辨涡旋的基本环流模式得到的结果表明，与过去的观点不同，底部摩擦可能是十分重要的。

利用动量方程和连续方程（必要时加上热和盐的守恒方程以及状态方程）来求解u，v，w等等的模式称为原始方程模式。采用高分辨率时，这些模式要求作很长的计算，这就限制了区域的尺寸、分辨率和可探讨的参数变化。为了使计算进行得更快（10倍以上），在可分辨涡旋的基本环流模式（和过程模式）中曾采用过准地转近似。即使在涡旋中和强流中，流动也几乎是地转的。于是，如果我们可以得到流动的地转部分的解，那么在相差百分之几的误差范围内这个解就应该与总流动的解相同。对于零阶近似，水平动量方程（6.2）为

$$f_0 v_0 = \alpha \frac{\partial p_0}{\partial x} \qquad f_0 u_0 = -\alpha \frac{\partial p_0}{\partial y}$$

式中 f_0是β平面近似（$f = f_0 + \beta y$）中f的常数部分。把海洋分成多层，在个别层内取α=常数，$-\alpha p_0/f_0$是地转速度部分（u_0，v_0）的流函数。由交叉微分动量方程我们便可得到这种流函数的方程（类似于第九章的蒙克方程）。在这些方程中，保留罗斯贝数和埃克曼数的一阶项而忽略罗斯贝数的二阶项。流函数的这些方程是涡度形式的方程，因此可以比原始方程更快地求解。这就使我们能够考虑较大的区域和更多的参数变化。在原始方程模式和准地转方程模式间进行了一些比较，结果表明它们非常一致。原始方程模式表明，准地转模式在有限区域(如模式中湾流一类的强流区)内是不准确的。因此利用准地转方程模式求得能给出最符合海洋实际情况的参数之后，应该用原始方程模式对准地转方程模式加以检验。

显然，可分辨涡旋的基本环流模式仍处于发展的早期阶段。目前不应把结果的细节看得太认真，但一般的特征可能是正确的。Holland（1978）概括了一般特征，下面的部分内容就是根据这些特征而写出的。如第七章和第八章末尾所采用过的量纲分析方法所表明的，假定对于大尺度流动和涡来说，海洋中的摩擦效应是很小的（除了顶部和底部的埃克曼层以外）。于是风和热盐的驱动作用就使上层海水加速，直到水平切变和（或）铅直切变达到临界值为止。由于斜压不稳定性或正压不稳定性，就形成涡旋(究竟哪种不稳定性起主导作用，这要依模式而定)。在实际海洋流动中，两种不稳定性都是可能的，但根据现有的资料还不能断定哪种不稳定性占优势。可能和模式的结果一样，在不同的地区，起支配作用

的不稳定性是不同的。动能向下既传递给深层的涡也传给平均回旋流动。只当涡旋是发生于上层海洋时这种传递才能出现，尽管涡旋一旦存在，这种向下传递的一部分是把平均上层流动的动能直接传递给平均下层的流动。底部埃克曼层（即底部摩擦层）是能量损失的主要原因。涡旋限制了上层的流动但却引起深层的平均环流和涡。虽然深层流较弱，但由于它们涉及的深度范围较大，所以深层流的输送量还是可与上层的输送量相比较的，而且模拟的湾流输送量可能达到上层输送量的两倍。深层中的额外输送和与惯性增强有关的上层中的额外输送在边界流区域（西部边界）中或在模拟的湾流作为东向急流穿入海洋的区域中反复循环。也许由于水域几何形状的原因，真实的湾流是作为东北向的急流而进入海洋的，近来的现场资料分析[例如Worthington(1976)]也表示出湾流附近的反复循环。

Schimtz和Holland（1982）对模式的几次计算结果和现场观测结果进行了比较，其中所涉及的模式为霍兰模式（1978）及其此模式在较大区域的推广模式，而现场资料则主要来自MODE计划和POLYMODE计划。能级和谱（能量随频率的分布）的比较是合理的，尽管这些结果还必须作几何尺度变换，因为模式中的东向急流并不象实际湾流那样可象海洋内部流过很长的距离。正如作者指出的，这种比较是很初步的，这不仅是由于模型的简化，也是由于现场观测资料很少（尽管已作了十年的努力）的缘故。进行比较的目的是为了指导模型的发展和未来现场观测计划的制订，所以这种比较是非常有价值的。

目前，正在把这种模式推广到更多的层和更实际的几何形状的情形，即正在进行北大西洋的可分辨涡的数值模拟。

如果有了这种模拟结果，如果能把模式调整到可与现场观测资料相匹配，那么我们就会看到，在今后的十年中，海洋环流模式将会有显著的进展。一旦可分辨涡的环流模式变得完善，就可设计出基于这种模式的中尺度涡效应的参数化方案，并用于分辨率较低的世界大洋模式。力学形式的可分辨涡的环流模式表明，跟涡有关的输送情况与由涡扩散模式预报的热输送情况大致相同，尽管这种结果还需要在更详细的模式中加以证实。在湾流的东端发现了负的粘性效应，因此动量的参数化可能需要更复杂的处理。

11.7 关于数值模式解的说明

正如本章前面讨论过的，许多模式都利用了 Hellerman 的风应力计算结果，尽管他的计算不是可以作到的最好的计算。即使如此，为了进行比较，对于不同的模式采用相同的应力值是很有用的，而且在目前的模拟阶段上，风应力的不精确性可能不是很关键的。然而，利用这一计算我们不能对斯维尔德鲁普方程(9.21）的精度作出很好的定量论证，尽管近来对大西洋的评价表明，Hellerman在1967年算出的数值并不坏。最近Hellerman将利用更广泛的资料重新进行应力计算；由于现在有了更多的阻力系数的结果，所以在他的重新计算中将使用阻力系数随风速和稳定性变化的最新公式。

为了检验模拟结果对于输入应力变化的敏感性，曾进行了一些模拟计算，这些工作对于确定对这些应力函数应该了解到什么程度是很有帮助的。在诊断模式中，这种应力的作用几乎是不重要的；应力的信息包含在密度场中，这种密度场部分地是由于风应力的作用而形成的。例如，在霍兰模式和赫希曼模式中，令风应力为零，湾流的输送量也只不过减少

了5%。

原则上，数值模拟方法的优点是可以把方程中所有的项都包括进去，而且可以采用实际的地形和海岸线。目前，至少在仿真模式中，摩擦力似乎太大，以致于非线性项不能起到真实的作用。参数可能范围的研究也一直受到现有计算机速度的限制。如果中尺度涡在海洋动力学上的重要性也和大气中的情形一样，那么在海洋数值模型中就会出现严重的分辨率问题。大家知道，在大气中250千米的分辨率比500千米分辨率给出好得多的结果。此时，对总动能作出重要贡献的所有尺度，包括风暴或中尺度涡在内，都能很好地加以分辨。这些涡的尺度似乎与罗斯贝变形半径$\lambda_i = [g(\Delta\rho/\rho)D]^{1/2}/f$成正比（见9.14.2节），其中$\Delta\rho$是主要的两层流体的密度差，$D$是整个层的厚度，$f$是科氏参数。对于大气，$\lambda_i$约为1000千米，对于海洋，$\lambda_i$约为100千米，因为$\Delta\rho/\rho$和$D$都较小。因此，为了分辨出所有的能量尺度，在海洋模式中要有25千米的分辨率。至少在现在和不久的将来，以这样的分辨率来模拟世界海洋是不可能的。然而，有限区域的模拟却正在进行（尽管这个区域不能太小，因为模拟结果可能主要地依赖于了解得很少的开边界上的边界条件）。所有这些问题都与现有计算机的容量和速度有关。不过，现在有了新的更快的计算机，新的数值方法也在不断发展，这些都将有助于我们克服这些困难。

如在本章开始时指出的，在湾流和黑潮输送量的观测值与第九章中提出的线性风生环流理论的预报值之间存在着差异。简单地加上第十章讨论过的热盐环流可能不能解释这种差异，但可起一定的作用，虽然这一章讨论的数值模式并没有提供最后的答案，但它们已经提出了可能解释这种差异的

许多机制，其中三种可能的机制是：惯性增强，海底地形-斜压性效应以及中尺度涡。所有这些机制都加强了湾流或黑潮，但被与这些海流相邻的反复循环所抵消；所以，在大多数内部区域里，斯维尔德鲁普平衡近似成立。

最后，我们对这一“差异”提出如下的说明。我们的观测资料仍然是非常有限的，而且有很大的不精确性。最近对内区简化的斯维尔德鲁普关系[方程(9.21)]进行了实验，所用的风应力旋度是用更新的阻力系数算出的，而且还采用了较高的空间分辨率；第九章讨论过的这些实验似乎给出了很好的结果。流动是利用地转方法计算的，并假定流动是斜压的[在内区，如果海底是水平的，则推广后的斯维尔德鲁普关系式告诉我们，南北向的净输送量是由旋度τ_η决定的。任何附加的热盐流动在整个深度上的净输送量必须为零——向极地的深层流动正好与向赤道的上层流动相平衡。当然，实际的洋底并不是水平的，有些地方还是十分粗糙的（例如中大西洋海脊），因此斜压性-海底地形效应可能会起一定的作用。在这种情况下，把海洋划分为内区和西边界区可能是困难的]。计算的地转输送量与根据风应力旋度算出的输送量完全一致。当外推到海洋的整个宽度上时，断面取在内区的内部以便避免侧向的边界效应，此时算出的输送量也与佛罗里达海峡的输送量非常符合，那里的输送量为30—35斯维尔德鲁普；仅在远得多的湾流下游处我们才观测到非常大的湾流输送量（超过100斯维尔德鲁普）。在斯维尔德鲁普关系应该加以检验的区域都进行了这种检验，正如第九章描述过的东赤道太平洋中的十分成功的检验一样。当然，对地转计算作某种直接检验是需要的，但是上面描述的检验比起试图将内部斯维尔德鲁普输送量与可能没有很好地得到充分观测的湾流输送

量相比较的作法要好得多。考虑到由惯性效应、中尺度涡、斜压性-海底地形相互作用以及其他效应引起增强的各种可能性，西部边界区的范围比东北向的湾流或黑潮的区域范围要大一些。观测到的湾流和黑潮的输送量（直接观测到的或者是由地转计算得到的。进行地转计算时，有一些海流的直接观测结果，并用这些观测结果确定各水文测站之间无运动面的位置），可能是建立在这样一些观测基础上的：这些观测并没有延伸到足够远的海中，以致不能探测到全部的逆流，在与利用斯维尔德鲁普关系（9.21）和风应力旋度算出的内区输送量进行比较之前，这些逆流是应该减去的。有证据表明，在湾流区的外侧，存在着强的次表层逆流。这支逆流和其他逆流还没有得到足够的观测。因此，西部边界区的净输送量和斯维尔德鲁普输送量之间的“差别”可能不象以前想象的那样大。

第十二章　波

12.1　引言

提起"波"这个词，在人们的头脑中就会浮现出一幅海面或湖面振荡起伏的图像，这种振荡起伏通常具有规则的外形，并从形成波的区域向海岸传播，在海岸附近作为碎波而被耗散，或部分地被反射。而海面下水体的运动却不那么明显，完全在水-气界面以下的波（内波）也是不明显的，另外还有很多种波通常是眼睛不易看到的。波浪及其成因主要有以下几类：

（1）涟波、风浪和涌浪——由风对水-气界面的作用引起的。

（2）内波——当存在密度的铅直变化时，可能会发生这种波。引起这种波的原因是各种各样的，例如海流剪切，海面扰动等等。

（3）海啸——由海底或海岸的地震扰动引起的。

（4）表面-重力波——引起这种波的原因很多，例如风应力的变化，大气压强的变化等等。

（5）罗斯贝波或行星波——科氏力起重要作用的明显地随时间而变化的大尺度长周期的波。形成这种波的原因有风应力随时间的变化（第十一章提到过的）、斜压和（或）正压不稳定性等等。

（6）潮汐——由月球和太阳引力作用而产生的

波。

在这一章中我们将讨论上述前三种波的某些特性，简要描述第四种和第五种波，而把对潮汐的讨论留到第十三章。我们的材料主要是描述性的，并为那些非本专业的人提出物理海洋学家所用的一些术语和有关波研究的一些成果。对于物理海洋学家则需要阅读更广泛的材料，例如Le Blond和Mysak（1978）写的《大洋波动》(Waves in the Ocean)一书。

如前所述，声波也可在海洋中传播，并有许多应用。这些应用包括深度的测定（回声探测仪）和海底浅层构造的测定，探寻海中的物体（例如鱼、潜水艇等)，传送信息(例如从水面下的仪器或漂浮体发出的信息)，根据海洋中物体的反射声波并利用多普勒效应测定船舶相对于海底的速度和海流速度，根据周围环境中的噪声测定风速，近来还有人根据声脉冲传播的时间来测定海水要素的分布（声波层析X射线摄影法)。虽然我们不直接讨论声波，但这里提到的许多术语和物理现象都适用于声波。关于海洋声波的更多知识，可以在Urick（1975）写的教科书、Officer（1958）写的专著或Tolstoy和Clay(1966)写的专著中找到（这些书都已列在书末的文献目录中)。不过我们要提醒读者，后两本专著的内容较深，所用的数学工具也较难。

研究波动的经典方法是先考虑理想波的流体动力学［这种理想波的侧视图具有正弦（或余弦)］函数的形状，然后进而研究具有其他规则表面形状的波。这种方法给出了许多在表面形状、波的传播与表面下水质点运动之间的各种关系的知识。这种方法的最大缺点就是：这样研究的理想规则波与海上观察到的形状和周期均不规则的真实波不

太相象。

一种更近代、更有实效的方法是从不规则海面形状的观测出发，并把这种形状看作是很大频率范围内的可能理想波分量的迭加结果，然后进行谱分析以确定各波分量的谱特性，例如。如果在一段时间内得到了某固定点的水面高度η的记录，我们就可以把这个记录看作是不同振幅、不同相位和不同频率的正弦波或余弦波之和。于是，谱分析就是求得作为频率函数的振幅和相位。振幅平方（正比于波能）对于频率的分布称为波的能量谱。图12.1表示海洋中观测到的频率范围和周期范围，同时给出了有关的能谱的大致情况。在大部分频率范围内，波谱是连续的，只有在潮汐频率处才有显

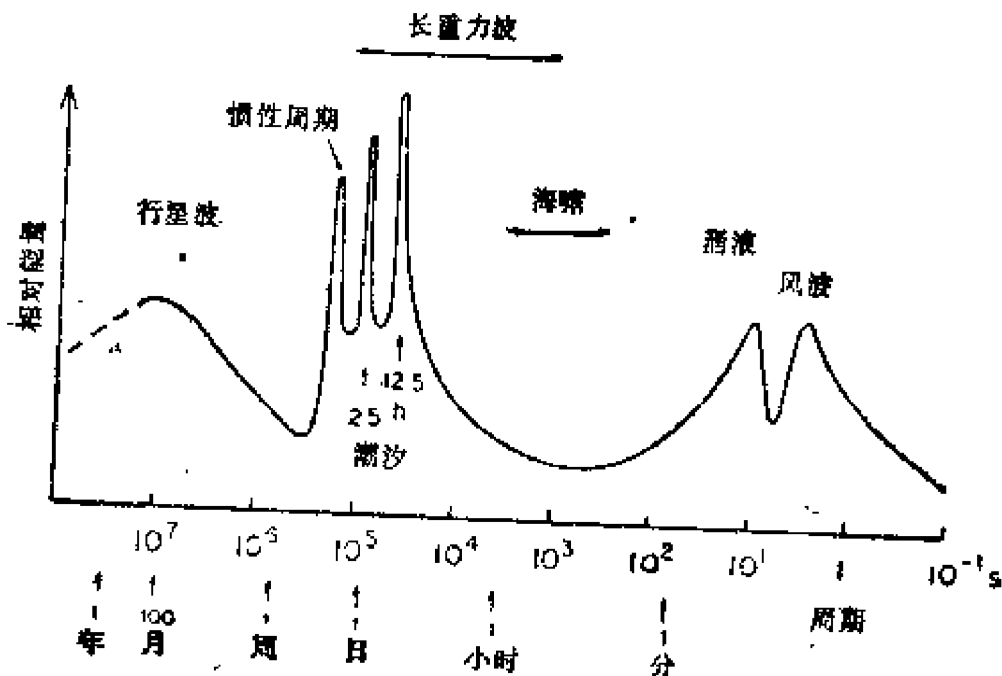


图 12.1 表示近似相对能级的海洋时变运动的能谱示意图

曲线下的面积大体上正比于对时变运动总能量的贡献。对于谱的不同部分的振幅反映了该部分运动的量级估计值；对于行星波来说，人们很少了解其平均能级，其振幅值是最不准确的

著的线谱，也就是说，在特定的频率上能量出现峰值。为了进行比较，我们给出如下的数字：世界大洋的大尺度平均环流的势能（与质量分布有关）大约为所有时变运动总能量的三倍，而平均环流的动能则只为势能的O(0.001)倍。对于时变运动，势能近似等于动能。

根据谱和波分量的经典理论，从原则上说，我们应该能够计算出波浪场的总效应；要做到这一点，我们使用适当的波分量的振幅和相位，并对所有的波分量求和即可。为了得到完整的图像，还应该考虑波的传播方向，包括传播方向信息的谱称为方向谱。应用波的知识来确定波对船舶和海面附近工程结构物的总效应时，这种统计方法是需要的。

这里我们将从经典的方法开始，在这种方法中，我们假定波为正弦波或余弦波。

12.2 波的一般特性

假定海面上的波是简单的余弦波（指铅直断面上的形状），图12.2说明我们将要用到的一些术语。我们称量H为波高（从波谷到波峰的铅直距离），其值等于振幅A的两倍，而振幅则表示水面在平均水面作铅直振动时的最大位移。对于所有类型的波，波的某一特定附近相位经过一固定点时的速度为相速度$C = \Lambda/T$，其中Λ为波长（从波峰到波峰或从波谷到波谷的水平距离），T为周期（两个相继的波峰或波谷通过某一固定点所需的时间）。波高H基本上与C，Λ和T无关，但它受到“破碎”的限制，当非线性项变得重要时就会发生波的破碎[符号C来自早期文献中的另一个词“波速”（Celerity）]。

为了简化符号，常常采用圆频率($\omega = 2\pi/T$)和圆波数

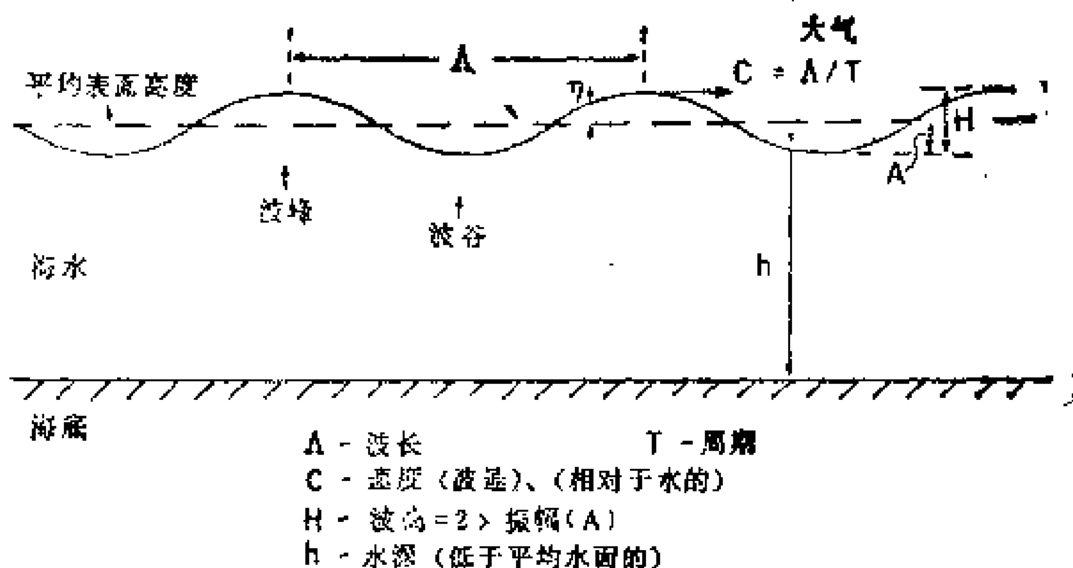


图 12.2　与理想（正弦或余弦）波有关的术语

$(k=2\pi/\Lambda)$。波数矢量K的量值为k，并指向波传播的方向，即指向与表面重力波的波峰垂直的方向。于是$C=\Lambda/T=\omega/k$。

在提到表面波时，为了叙述的方便，通常把表面波按它们的周期加以分类，如表12.1所示。对表中的所有表面波，重力是使振动可以发生的主要恢复力（如果举起某一部分水，并使其在重力作用下落回到原来的位置，在落回的过程中，它的惯性将使它冲过它的平衡位置，然后压力又把它向上推回，从而产生了振荡）。波长约小于5厘米的涟波还要受到表面张力的作用；涟波的振幅非常小，尽管人们认为这种波在决定风对水的阻力方面可能起着一定作用，但这里我们不准备讨论它们。对于周期为几小时或几小时以上的表面波，分析中还必须把科氏力考虑在内，这一点我们将于本章末予以简单的讨论。潮波将在第十三章中讨论。

风浪是当地生成的波。因为它们的传播方向的范围很

表 12.1 按照周期大小作出波的分类

周期	波长	名称
0—0.2s	几厘米	涟波
0.2—9s	大约可达130m	风浪
9—15s	几百米（小于350m）	涌浪
15—30s	几百米—千米（小于1400m）	长涌或先行涌
0.5min—几小时	可达几千千米	长周期波 （包括海啸）
12.5，25h等	几千千米	潮波

广，所以有风浪时的海面很不规则。涌浪是在别处形成后传到观测点处的波，它沿一个方向传播，因此比风浪规则得多。另外，正如我们将指出的，较长的波比较短的波传播得快，因此在与波源区具有一段距离的地方，在任何一个时刻，涌浪的频率范围都比波源区处的频率范围窄，这一点也使得涌浪比风浪更规则。实际上，不象表12.1所列的情形那样，风浪和涌浪的周期范围有相当大的部分是重叠的——如果风速非常大，风浪的周期可高达15秒左右，而涌浪的周期也可能只有几秒。

12.3 小振幅波

12.3.1 单一波（单频率波）

这里“小”这个词是以相对的方式来使用的，它指的是“相对高度”或“波陡”H/Λ很小。对于误差在百分之几范围内的简单（线性）理论，这个比值应该小于1/20，在许多情况下，真实波的波陡可为1/50或者更小。例如，对于$\Lambda=$

200米的涌浪，小振幅波的理论可应用到H高达10米左右的波。事实上，对于200米波长的涌浪而言，10米的波高是相当高的（为清楚起见，在图12.2及其他图中，相对于波长我们已经放大了波高）。这里我们将考虑一阶（线性）理论，即我们将忽略量级为H/Λ（或者说H/Λ的更高阶的项，如H^2/Λ^2）乘以保留项的那些项（被略去的项来自运动方程中的非线性项，但是与其他项相比，非线性项是很小的，即它们是比H/Λ更高阶的小量）。

对于正弦行波或余弦行波，自由面偏离平均水面的铅直位移η是时间t和坐标x的函数（对沿x方向传播的波），此函数由下式给出：

$$\eta = A\cos\left[2\pi\left(\frac{x}{\Lambda}-\frac{t}{T}\right)\right] \qquad (12.1)$$

利用圆波数和圆频率可把方程（12.1）写成如下更紧凑的形式：

$$\eta = A\cos(kx-\omega t) \qquad (12.1')$$

余弦函数中的变量（$kx-\omega t$）称为波的位相，在固定时刻，从一个波峰到下一个相邻的波峰（距离为Λ）或者在固定点上时间经历一个周期(T)时，此相位从零变到2π。另外，由于C是固定相位点的移动速度，因此更完全地应称它为相速度。

对于这种单一波，可以证明相速度为

$$C=\left[\frac{g\Lambda}{2\pi}\tanh\frac{2\pi h}{\Lambda}\right]^{1/2}\left[\frac{g}{k}\tanh kh\right]^{1/2} \qquad (12.2)$$

式中 g为重力加速度，tanh为双曲正切函数，h是水的深度。对于$\Lambda<2h$，在0.5%的误差范围内，$\tanh(2\pi h/\Lambda)=\tanh kh=1$；而对于$\Lambda>20h$，在3%的误差范围内，

$\tanh(2\pi h/\Lambda)=\tanh kh=kh$; 因此对于大多数应用问题，$C$的表达式可以简化如下：

（1）对于$\Lambda<2h$，即对于所谓的短波或深水波(因为$h>\Lambda/2$)，有：

$$C_s=(g\Lambda/2\pi)^{1/2}=(g/k)^{1/2} \qquad (12.2'a)$$

（2）对于$\Lambda>20h$，即对于所谓的长波或浅水波（因为$h<\Lambda/20$)，有：

$$C_l=(gh)^{1/2} \qquad (12.2'b)$$

图12.3说明了这些术语。

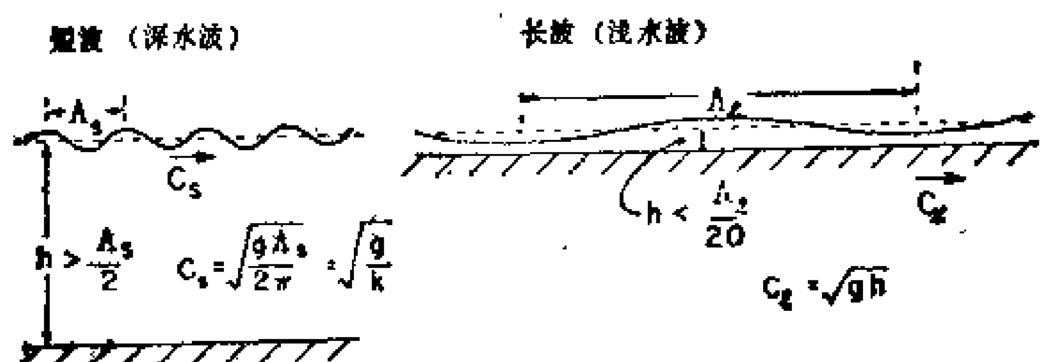


图 12.3 短波和长波的波要素

ω和k之间的关系，或者与它等价的波长与周期之间的关系称为弥散关系。弥散关系由运动方程导出(见Le Blond 和Mysak的专著《大洋中的波浪》，1978，第11节），此关系为

$$\omega^2=gk\tanh kh \qquad (12.3)$$

联系相速度和波长的方程（12.2）可由方程（12.3）和$C^2=\omega^2/k^2$得到。

图12.4表示方程（12.2）所示的关系，图中对于选定的10米到1千米的波长范围，相速度C是水深h的函数。左边直线的斜率是$C_l=g(h)^{1/2}$(长波速度)。因此，例如$\Lambda=200$米的线表明，当水深小于10米时，波速曲线与长波波速

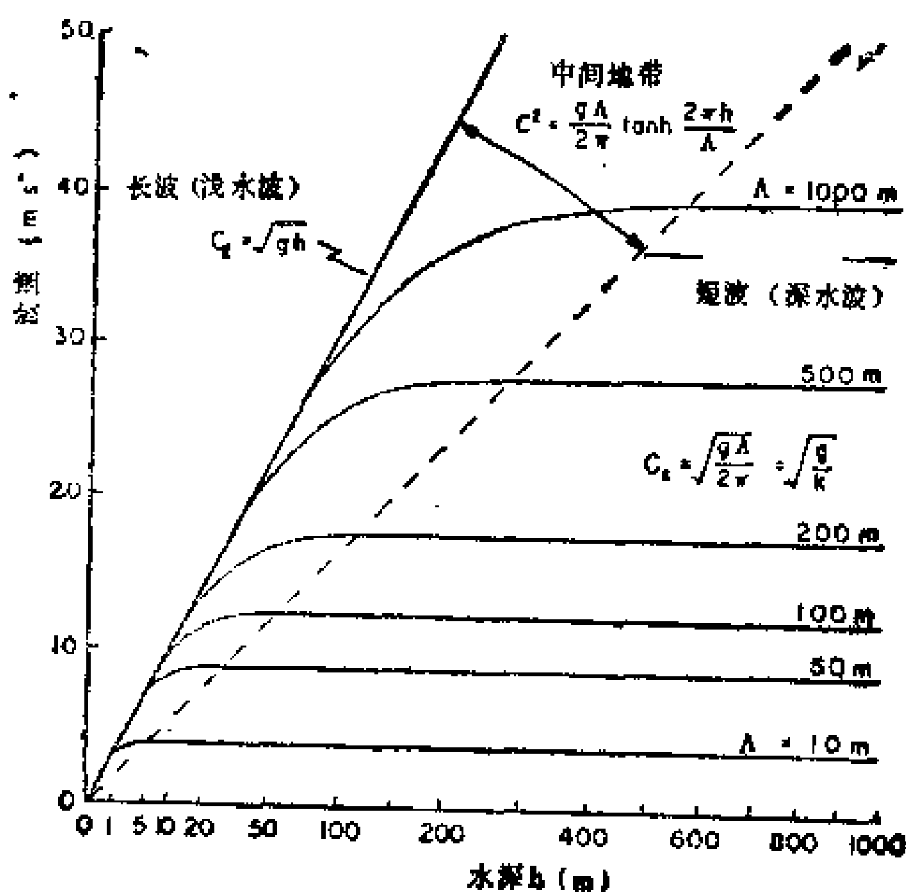


图 12.4　对于不同的波长，波速与水深的关系

线一致，从10米水深开始，波速线向长波波速线的右侧弯曲，最后约在100米的水深处，波速达到最后的常数值 $C_s=17.7$米·秒$^{-1}$。图12.4中虚线右边的区域是短波波速表达式近似成立的区域，而长波波速线与虚线之间的区域是必须采用完整的波速方程（12.2）来计算波速的区域。实际上，长波近似和短波近似的用处最大，中间区域主要用于海滨附近碎浪区的研究。

如果我们在两个波速表达式（12.2′）中将常数值代人，便得到了表12.2中的一些表示式。在这个表中，还包括了波要素的一些数值。其中短波的值给出了风浪要素和涌浪要素的大体情况，而长波的前两组数值表示出水深变浅对这种波的阻滞效应。在长波的最后一个例子中，$h=4000$米，这种

表 12.2 短波公式和长波公式以及某些实例值

短波（深水波）		长波（浅水波）
$C_s=(g\lambda_s/2\pi)^{1/2}=(g/k)^{1/2}=g\omega$		$C_l=(gh)^{1/2}$
$C_s=1.56T=1.25(\lambda_s)^{1/2}$		$=3.13(h)^{1/2}$
$\lambda_s=1.56T^2$		$\lambda_l=3.13(h)^{1/2}T$
（λ和h用m、T用s、C用ms^{-1}表示，$g=9.8ms^{-2}$）		
	例　　子	
$T=5$	15s　$h=5$,	20，4000m
风　浪	涌　浪	地震海啸
$C_s=7.8$	$23ms^{-1}$	$C_l=7$，14，$200ms^{-1}$
或$C_s=28$	$84kmh^{-1}$	或$C_l=25$，50，$710kmh^{-1}$
和$\lambda_s=39$	350m	对于地震海啸，
		若$\lambda_l=200km$
		则$h/\lambda_l=1/50$
		和　$T=17min$

水深似乎已经超出了“浅水”的范围，但其实不然，举这个例子正是为了强调所谓“浅水”是指相对于波长而言的水深很小（见图12.3和图12.4）。这个例子对于海底地震扰动引起的地震海浪（波长相当长）是非常典型的（见12.8节）。

还有一点要注意，短波的波速依赖于波长，因此也依赖于周期，也就是说，短波是弥散波。“弥散”这个词指的是沿着波传播方向的波位置离散，而不是指波方向的离散（虽然对于实际的波也存在方向的离散）。对于短波，较长的波的波速大于较短的波的波速，因此，如果有许多不同波长的波（形成一波长谱）同时生成，则较长的波就会走到较短的波的前头，从而在远处某点首先观测到的是较长的波［因此由风生成的较长周期（即较长波长）的波称之为“先行涌”］

此外，由于摩擦效应引起的短波能量损失比长波的能量损失快，因此短波比长波消失得快，所以短波不象长波那样可以传播得那么远。

这种弥散现象的一种重要应用是：通过在某一位置上对涌浪进行几天的观测，我们就可确定生成涌浪的风暴区离开观测点的距离（见12.33节）。

12.3.2 波群；群速度；弥散

实际的海洋波动，既使是由远处风暴区传来的涌浪，都不是纯粹的正弦波，而是具有不同波长、不同相应周期和不同振幅的许多正弦波之和。为了说明波群可能不以相速度移转动的事实，让我们来考虑一种最简单的可能情况：设振幅相同（这里取为1）但波数和频率稍微不同的两列余弦波η_1和η_2在同一海域上同时传播，即

$$\eta_1 = \cos(k_1 x - \omega_1 t) \qquad \eta_2 = \cos(k_2 x - \omega_2 t)$$

其中

$$k_1 = k + \Delta k, \quad k_2 = k - \Delta k$$

$$\omega_1 = \omega + \Delta\omega, \quad \omega_2 = \omega - \Delta\omega$$

且

$$\Delta k = (k_1 - k_2)/2 \ll k = (k_1 + k_2)/2$$

$$\Delta\omega = (\omega_1 - \omega_2)/2 \ll \omega = (\omega_1 + \omega_2)/2$$

于是

$$\eta_1 = \cos[(kx - \omega t) + (\Delta kx - \Delta\omega t)]$$

$$\eta_2 = \cos[(kx - \omega t) - (\Delta kx - \Delta\omega t)]$$

利用公式

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$$

便有

$$\eta = \eta_1 + \eta_2 = 2\cos(kx - \omega t)\cos(\Delta kx - \Delta\omega t) \qquad (12.4)$$

方程（12.4）表示波长为$\Lambda=2\pi/k$的较高频率的波$\cos(kx-\omega t)$，它的振幅被较低频率的项$\cos(\Delta kx-\Delta\omega t)$所调制。图12.5表示于固定时刻$t=0$，作为$x$的函数的波面$\eta$

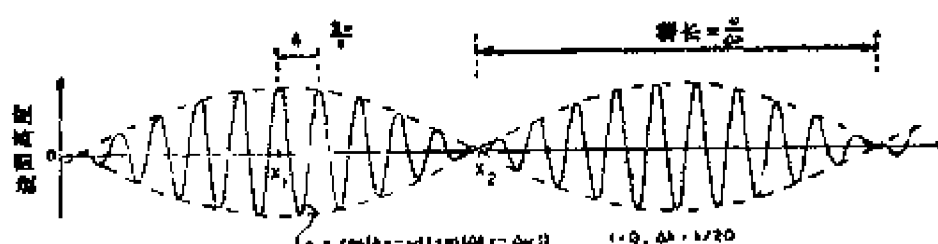


图 12.5 由两个单一余弦波组成的“波群”的波面高度

的形状，图中取$\Delta k/k=1/20$，本图还表示出包络线$\cos(\Delta kx-\Delta\omega t)$的一个完整循环，包络振幅在一个“群长”$=\pi/\Delta k$内从零变到$\eta_1$和$\eta_2$的振幅之和，然后又变回到零。

在这个简单的、理想化的情形中，上述波面图像可在两个方向上重复无限多次。我们可以给出更近于实际的例子，其中η在x的有限范围上不为零，但所得的结果与上述简单例子中的结果基本相同。比图12.5更实际的波群可在图12.10中看到。

在一指定时刻，从包络的一个零点到相邻的零点，(Δkx)的相应变化为π，因此“波群长”$=\pi/\Delta k$；同样地，在一个固定点上，当包络的相邻两个零点相继通过时，$(\Delta\omega t)$的相应变化也为π，因此“群周期”$=\pi/\Delta\omega$。

波群移动的速度（即群速度）是波群长/波群周期，即$C_g=\Delta\omega/\Delta k$。当$\Delta k\to 0$和$\Delta\omega\to 0$时，群速度为$C_g=d\omega/dk$，它可以通过弥散关系[方程(12.3)]算出：

$$C_g=\frac{C}{2}\left[1+\frac{2kh}{\sinh 2kh}\right] \qquad (12.5)$$

式中 sinh为双曲正弦函数。对于长波，$kh \ll 1$，$\sinh 2kh \to 2kh$，因而有$C_g = C_i$；对于短波，$kh \gg 1$，$\sinh 2kh \gg 2kh$，于是有$C_g = C_s/2$。

波能是以群速传播的，我们可以直观地了解到这一点。在图12.5中，于初始时刻，在$x = x_2$位置上的波群振幅为零，因此波能为零，而在$x = x_1$处的振幅最大，因而波能也最大。随着时间的推移，波群向右移动，在以群速度从x_1运动到x_2的时间间隔之后，波群的最大能量区将到达$x = x_2$，因此能量以群速度传播。由于能量的规则变化（例如调制振幅或频率的变化）可以携带信息，因此群速度也是被波携带的信息的传播速度。群速度矢量C_g（矢量方向指向波群的传播方向）实际上是比相速度矢量C更为重要的特征量。群速度表示波的去向。在表面波的情况下，C_g和C的方向相同，但对于其他类型的波（如后面将介绍的某些内波和大多数行星波），C_g和C可能具有不同的方向。在Lamb的书（1932，2.3.6，2.3.7节）中，可以找到相速度和群速度之间的关系的解析讨论和对于波能以群速度传播这一论断的证明。

对于短的表面重力波，较长的波比较短的波传播得快，同时$C_g < C$，这种情况下的弥散称为"正常弥散"（因为这种情况是先研究的），由于波群中的个别波以不同的速度传播，因此当波群移动时，波群的形状要发生变化，波群中的个别波会更离散，其中较长的波将移动到波群的前面。如果我们随波群一起运动并观察波群中的个别波，则我们看到原来出现在波群的尾部附近的个别波通过波群向前移动，最后消失在波群前部。当观察深水中的波时，常常可以看到这种现象的发生。

对于表面张力起支配作用的非常短的波（即$\lambda \leqslant 0.5$厘米的波），较短的波比较长的波传播得快，同时$C_g > C$。这种情况下的弥散称为"反常弥散"。当波群移动时，波群中的个别波也会逐渐散开，但较短的波将移动到前面。如果我们随波群一起移动，则看到原来出现在波群前面的个别波将向后移动，最后消失在波群的后方。

12.3.3 观测点与波生成区之间距离的估计

现在，让我们来考虑决定产生涌浪的风暴区到观测点之间的距离。若t为涌浪到达观测点的时刻，t_0为风浪生成时间，则此距离为$d = C_g(t - t_0)$。根据方程(12.2)和(12.3)，对于短波有$\omega C_s = g$和$C_g = C_s/2 = g/2\omega$，于是在观测站观测到的涌浪频率满足关系$\omega = g(t - t_0)/2d$。由此可见，观测到的频率随时间而线性地增加，因此根据ω随t变化的图形可由$\omega = 0$时的截距确定出波的生成时间t_0，再由斜率$g/2d$确定出距离d。读者应该注意，实际上波的记录会提供比图12.5表示的波群更为复杂的波群信息，因此计算工作实际上要比上面叙述的要稍微复杂一些，因为我们必须在来自其他区域的浪和当地风浪同时的情况下，找出从生成区传来的涌浪的谱峰频率。

Snodgrass等人（1966）为了说明这种方法的应用，利用横跨太平洋的几个观测站，找出从南极的风暴区一直传到阿拉斯加的涌浪。虽然存在着相当显著的振幅损失，但所得结果仍然说明，由于非线性和（或）粘性效应引起的波的衰减是非常缓慢的。

在单个测波站上获得的观测记录只能给出观测站到波生成区的距离而不能给出波生成区的方位。然而，如果在两个分开的观测站上都得到了从同一风暴区传出的涌浪的观测记

录，那么以两个观测站为圆心、分别以它们到风暴区的距离为半径的圆的交点，就给出了生成区的位置。

12.3.4 水质点的轨道运动和波压强

对于波面高度为$\eta = A\cos(kx-\omega t)$的表面波，在深水情况下，深度$z$处的水质点速度分量为

$$u = \omega A\exp(kz)\cos(kx-\omega t)$$

$$w = \omega A\exp(kz)\sin(kx-\omega t)$$

而水中的压强为：静压强p_h + 波的动压强p_w。其中静压强p_h和通常情形一样，等于$-\rho gz$，而波引起的动压强为

$p_w = \rho g\eta\exp(kz) = \rho gA\exp(kz)\cos(kx-\omega t)$.这些关系式的推导可以在Neumann和Pierson(1966), Wiegel(1964)或Le Biond和Mysak(1978)的书中找到。图12.6(a)表示波剖面，其中还用箭头标出了表面不同点处的质点速度，而在图的下端则注明了波压强的大小。在第一个波峰（P点）处，u取最大值，其方向位于波传播的方向上，而此波峰下的水柱内各点的波压强也取最大值。在第一个跨越零点(Q)处，w取最大值（向上），而u和p_w都为零；在波谷（R)处，u和p_w都取极小值（u的方向与波传播的方向相反）；在第二个跨越零点（S）处，u和p_w再次变成零，而w取最小值（向下）。

注意，以速度C_s或C_l连续向前运动的仅仅是波的形状，水质点并不向前运动而只沿其轨道作循环运动，对于短波（深水波）轨道为圆形，而对于长波（浅水波）轨道为椭圆形。这些轨道的长轴和短轴随水深的增加而减小[图12.6(b, c)]。对于短波，圆形轨道的直径为$D_z = H\exp(kz) = H\exp(2\pi z/\Lambda)$，其中$H$是表面处的波高，$z$是铅直坐标（数值上是负的；通常，在平均自由面处$z=0$）。例如在$z$

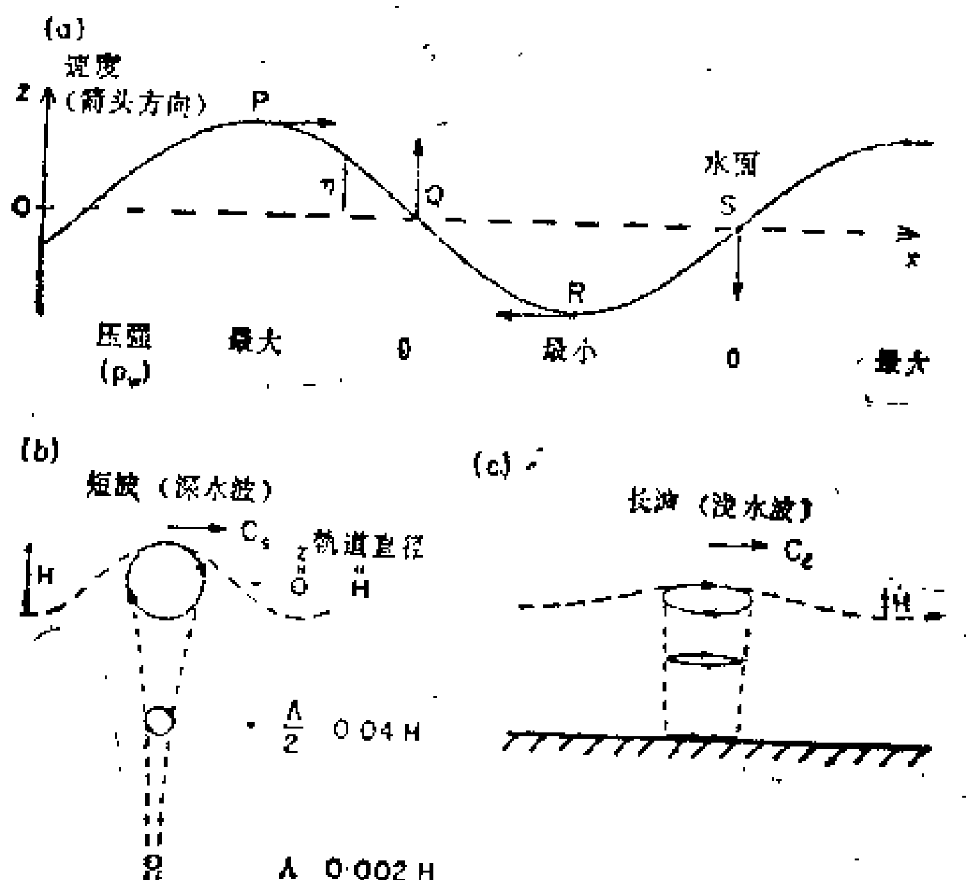


图 12.6　(a)表面重力波的质点速度和压强；
(b)短波(深水波)的水质点的运动轨道；
(c)长波(浅水波)的水质点的运动轨道
(在此图中，为清楚起见，水深相对于波长已被放大了五倍左右)

$=-\Lambda$处，轨道直径只为表面相应值的千分之二(0.002)[图12.6(b)]。

对于长波(浅水波)，表面处的水质点轨道为椭圆[图12.6(c)]，轨道在铅直方向上的长度与短波情形下的长度完全一样，均为H。而轨道的水平长度为$(H\Lambda)/(2\pi h)$，比H大得多，这是因为$\Lambda/h\gg1$。由于波破碎时$H/h\lesssim0.8$，因此轨道的水平长度与Λ相比总是小的，即它应小于(或约等于)$\Lambda/8$。随着深度的增加，轨道的水平长度只有轻微的

减小，而铅直长度却线性地减小；在水底（如果它是水平的）附近，质点简单地作往复运动。

如果考虑更高阶的修正，轨道就不是完全封闭的。对于短波（深水波），在波传播的方向上有量值为 $(\pi^2H^2/\Lambda^2)C_s\exp(4\pi z/\Lambda)=A^2k^2C_s\exp(2kz)$ 的净漂流。这种净输送称为斯托克斯(Stokes)漂流。如果$\Lambda=100$米，$H\approx3$米，则$C_s=12.5$米·秒$^{-1}$，而表面处的斯托克斯漂流速度仅为0.1米·秒$^{-1}$。短波轨道运动的速度为$AkC_s\exp(k_h)$，因此净漂流速度只是轨道运动速度的一小部分，即为轨道速度的$Ak\exp(kz$[对于$\Lambda=100$米，$H=3$米的情况，它小于（或等于）0.09]倍。我们可以直观地看到斯托克斯漂流是怎样发生的：因为水平速度随深度而减小，轨道顶部水质点的向前速度比轨道底部水质点的向后速度稍微大一些，因此质点沿轨道运动一周后将向前移动一小段距离。对于长波（浅水波）也有斯托克斯漂流，而且还有底摩擦引起的附加效应[在phillips的书(1966，3.4节）中，讨论了底摩擦效应和由波的粘性衰减引起的斯托克斯漂流的显著增强；即使在深水情况下，也存在这种增强现象]。无论是长波还是短波，当波达到破碎状态时，斯托克斯漂流速度都可达到相速度的百分之几。在碎波区，由于连续性向岸的净输送必须与离岸的输送相平衡，这离岸输送常以向海的窄急流形式出现，并称为“裂流”，每一股裂流可延续几分钟。这种裂流的速度常常很大，使游泳者无法逆着它游向海岸。如果被裂流挡住了，最好的办法是平行于海岸游去以摆脱通常很窄的向外海的裂流。

如果波以一定的角度向岸传播，净输送就有引起沿岸流的沿岸分量。沿岸的泥沙被波搅动起来以后，沿岸流就可使泥沙沿岸方向输送，经过一段长的时期，就可出现显著的输

沙效果。最强的效应是在碎波区内，在那里碎波动量使沿岸流不断增强，最后沿岸流的速度受到摩擦力的限制而达到某一特定值。

12.3.5 波能和波动量

表面重力波具有能量，其中包括水质点运动的动能和铅直位移有关的重力势能。通过在一个波长范围内或在一个周期范围内求平均，可以求得这些能量值。在这种情况下，平均势能和动能相等，且每单位海面面积水柱内的总能量为$E = (\rho g A^2)/2 = (\rho g H^2)/8$(焦·米$^{-2}$)（虽然上述结论并不是对所有的波都成立）。同样地，波也具有动量。在一个波长范围内求平均以后，可得每单位面积的动量等于E/C。因此，能量和动量就通过相速度联系起来了。能量和动量都以群速度C_g传播。

R.S.Arthur在他的讲课笔记中曾作过估计，任一时刻全世界海洋的表面波能量约为10^{18}焦，而能量到达美国西海岸的速率(波功率)约为4×10^{10}焦·秒$^{-1}$ = 4×10^{7}千瓦，此值等于一个大水力发电站发电功率的25倍。他还估计到达世界海洋全部海岸的波功率约为2×10^{9}千瓦。如果这些能量毫无损失地转换为热并平均分布在全部海洋中，则要使海洋温度增高1°C就要用90 000年。也就是说，与太阳对海洋的热贡献（约3×10^{12}千瓦）相比，波能耗散对海洋的热贡献率可以忽略不计。在波能耗散的碎波区，这种热贡献率可能会高些，但即使在那里，它也是很小的，而且可能很快地被环流带走以致无法探测到；测量表明，在碎波区并没有温度的显著升高。

近年来，为研究提取海浪能量的可能性作了很多努力。某些技术是有前途的，但要获得有经济价值的能量，从物理

上来说就需要建造大型的结构物。

12.4 有限振幅效应

迄今为止，除了对于斯托克斯漂流以外，我们都把讨论限制在小振幅（线性）理论。对于短波（深水波），我们可以对线性理论中忽略掉的项进行修正。修正的结果是在给定频率的波上加上更高阶的谐波，例如，对于η加上$\cos 2(kx-\omega t)$，$\cos 3(kx-\omega t)$一类的项。例如精确到Ak的一次项，有

$$\eta=A\left[\cos(kx-\omega t)+\frac{1}{2}Ak\cos 2(kx-\omega t)\right] \qquad (12.5)$$

加上这些更高阶谐波项后，波峰变得更尖，波谷变得更平。例如将二阶斯托克斯波[图12.7(b)]与简单的余弦（线性）波[图12.7(a)]比较，就可清楚地看出这一点。对实际波也容易看到波峰的变尖现象。对于相速度也有如下的修正：

$$C_s=(g/k)^{1/2}\left(1+\frac{1}{2}A^2k^2\right) \qquad (12.6)$$

即，振幅较大的波比振幅较小的波传播得稍微快一些。在波破碎时，$Ak\approx 1/4$（相当于$H/\lambda\approx 1/12$），因此，C_s最多只能增加3%，这就是线性理论能很好地计算波的传播速度的原因。

在非常浅的水中，C_l既随波长变化，也随振幅变化。对于不变形的有限振幅波动（所谓不变形波动是指波传播时波形不发生变化的波动）。我们有可能求得它们的解。这种解如图12.7(c)和(d)所示，(c)为椭圆余弦波，它是周期性的波列，(d)为孤立波，它是一种孤立扰动的传播。对于孤立波，$C_{sol}=(gh)^{1/2}(1+\eta_0/2h)$，其中$\eta_0/h\lesssim 0.7$，因此相

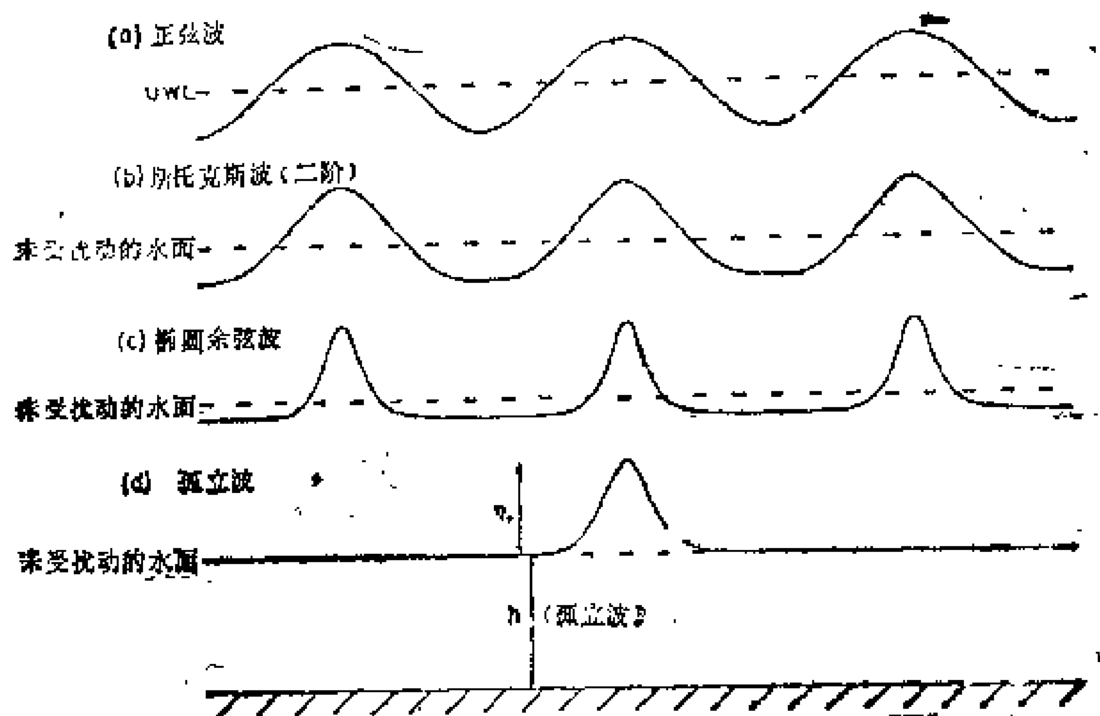


图 12.7 波的形状

(a)单一正弦波，有限振幅波；(b)斯托克斯波（二阶）；(c)椭圆余弦波；(d)孤立波（为了更清晰地表示出各种波形之间的差别，波高相对于波长约放大了七倍）

速度和群速度可以远大于根据线性理论得到的值$(gh)^{½}$。

在非常浅的水中，因为$H/\Lambda \ll 1$，所以不会发生不同波长的波的弥散现象，但振幅较大的波会比振幅较小的波传播得快。波峰[即$(gh)^{\frac{1}{2}}$最大的地方]比波谷跑得快，因此波的前侧变陡，并可能形成“激波”。将在13.6.2节介绍的河口涌潮就是这种现象的一个例子，这种现象的形成相当于当波在变浅的水域上向岸传播时碎浪的形成。

12.5 浅水波的折射和破碎；波的绕射

12.5.1 折射

小振幅长波（浅水波）在给定深度为h的水域中都以相

同的速度传播，但是在海底深度变化的地方，它们的传播方向可能会改变。更一般地说，当波进入浅水区时，它们的周期保持为常数，但波的相速度C减小，因此波长Λ也减小。作为一个例子，表12.3给出了周期为8秒、深水波长为100米的波在进入变浅的水域时波速和波长的减小情况。

表 12.3 波在进入变浅的水域时，波速和波长的减小

$h=50^*$	10	5	2 m
$C=12.5$	8.9	6.6	4.3 m
$\Lambda=100$	71	53	35 m

设有一逐渐变浅的岸边水域，海底光滑，岸线呈直线形式，若一列波峰线平行的波以某一角度向岸传播，由于同一波峰线上靠岸一端移动得慢，因此波的方向不断改变。结果，在到波破碎之前，波的方向变得越来越与海岸平行。与波速变化有关的波向变化（例如PP'，QQ'）称为波的折射。当光波由空气传入水时，也有同样的折射现象发生，不过此时的折射是在水-气界面上突然发生的；但当太阳光不是铅直地而是以一定角度进入密度逐渐增加的大气时，或者当声波不是水平地穿过温跃层时也要发生折射现象，但此时的折射与近岸区的水波折射一样是逐渐地发生的。

如果沿整个海岸线的方向上海底坡度不均匀，则折射可能会更复杂。可以举两个简单的例子，一个是具有走向与海岸垂直的水下脊的水域，另一个是具有水下谷的水域。垂直于海岸入射的波的反射图像如图12.8(b)所示。此图画出的不是波峰线而是与波峰线垂直的波向线，即平行于表示波的传播方向的矢量k，C和C_g的线；在图12.8(a)中波向线用箭

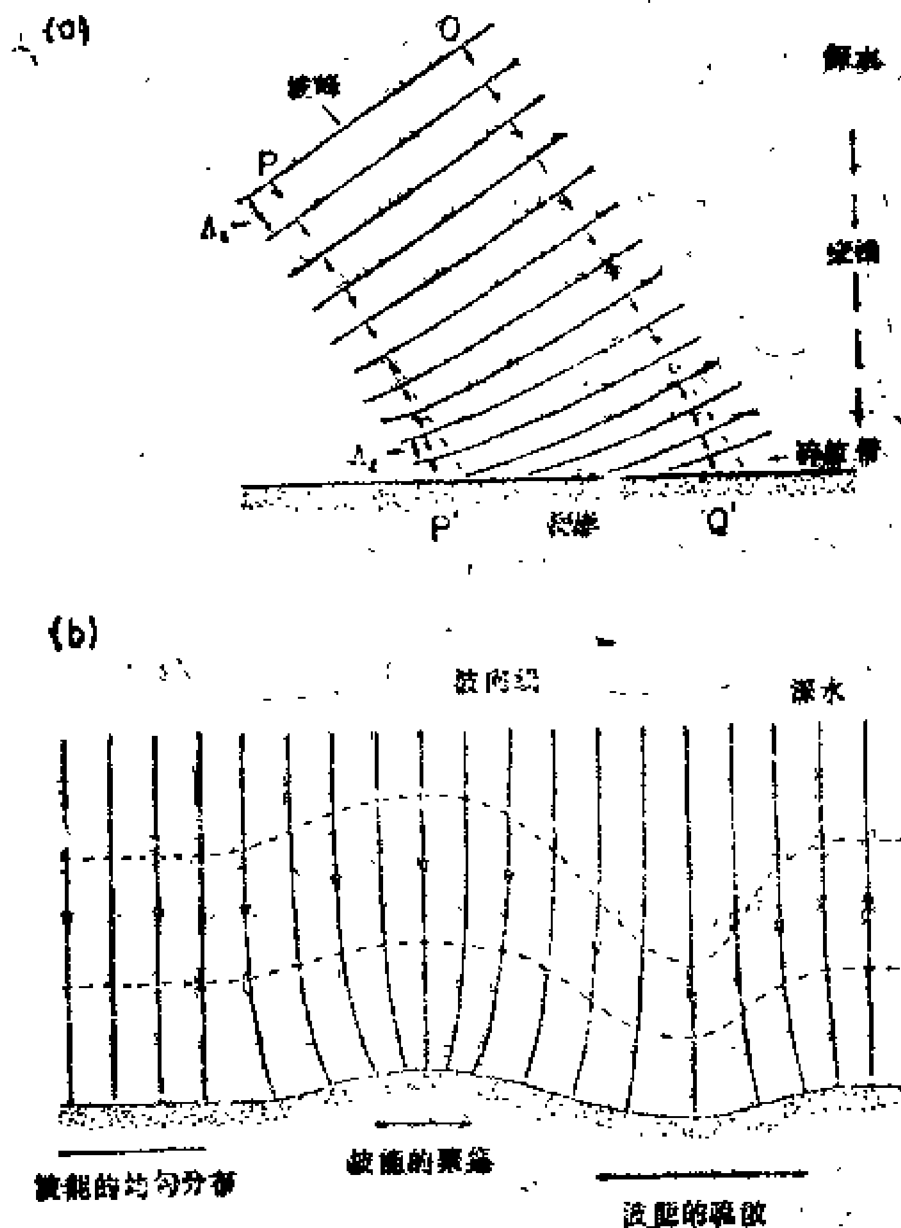


图 12.8 (a)海水逐渐变浅情况下海底上波的折射；(b)经过水下脊(左)和水下谷(右)时波的折射
(b)图中虚线代表等深线，实线代表波向线（波传播的方向）

头表示。

当波传向岬角时，如果水深从陆地向外逐渐变大，会发生折射现象，但如果岬角外面的水深是相当均匀的，则不会

发生折射现象。在海岛附近也常常可以观察到波的折射，有时还可以看到从小岛两边折射的波在岛后相遇处出现的干涉图像。

12.5.2　波的破碎

当波向海岸传播且波速减小时，不仅波长减小，而且波高也要发生变化。在定常状态下在波向海岸传播的过程中（直至破碎）能通量（每平方米的波能与群速度C_g的乘积）为常数，在相邻波峰间的范围上平均后，在一米宽度的波峰上通过的能通量值为$\frac{1}{8}\rho g H^2 C_g$，单位为焦/米。如果通量不是常量，则通量的散度，即$\partial(EC_g)/\partial x$，就会引起能量级的局部改变，即$\partial E/\partial t$将不等于零。

如果波原来是长波，例如海啸，则$C_g=C^l$，此时波速减小而波高增加。可是如果波原来是短波，则随着水深的减小C_g先是增加的，在$h/\Lambda\approx0.19$时C_g达最大值，此最大值为深水群速的1.2倍；其中Λ是局部波长而不是深水波长（若用深水波长则为$h/\Lambda_d=0.16$）。在群速随深度减小而增加的地段内，波高H是减小的；在C_g取得最大值时，波高取得最小值，此最小值约为深水波高的90%。在这同一地段内，H/Λ先是几乎保持常数，但在$h/\Lambda\approx0.19$之前便开始增加，因为Λ比H减小得快。在$h/\Lambda=0.19$时，波陡H/Λ大约比深水波陡大10%。当波进一步向岸传播时，C_g减小，从而H必然增加。但是在H/Λ的变化中，Λ的减小起着支配作用。在表12.3给出的例子中，当$h=2$米时，Λ大约是深水波长的35%，而H的增加却只为深水波高的25%。如果原来就是长波，Λ正比于$C_l=(gh)^{\frac{1}{2}}$而减小，而H则正比于$1/(C_l)^{\frac{1}{2}}$而增加。H/Λ可以增加到多少，有一个极限值，理论给出

这个极限值为$H/\Lambda=1/7$，但实际上波陡很少超过1/12。当波陡趋近于这个极限值时，波就要从对称的正弦形状[图12.9(a)]变到波峰更尖的形状[图12.9(b)]，最后，当H/Λ达到约1/12时，波就变得不稳定并发生破碎。在$H/\Lambda\approx 1/12$时以前，如果水变得太浅，也可能会发生破碎。当H/Λ约达到0.8时，不管H/Λ的值是多少，破碎将会发生。在比值H/Λ趋近于1/12左右或者H/h趋近于0.8左右的浅水区域，波的行为就不再是一个接一个的波列，而是一个单个的波（孤立波），而且从侧面看上去它们变得越来越不对称，直到最后发生破碎[图12.9(c)]。通常，水深必须很浅浪才能发生破碎；无论波高达到$0.8h$或者波陡达到$H/\Lambda\approx 1/12$

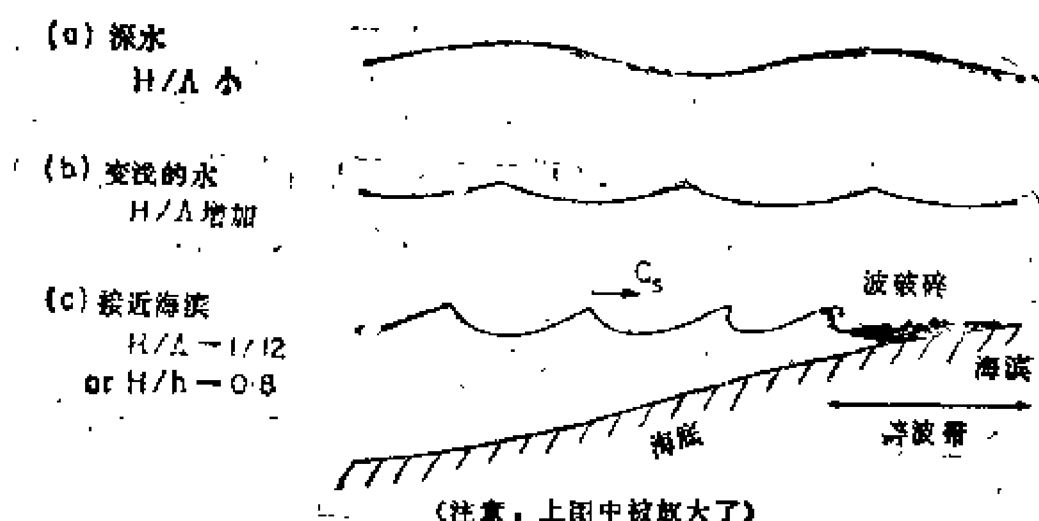


图 12.9 波的形状

(a)在深水中；(b)在变浅的水域中；(c)靠近海滨的地方

时，波浪都会发生破碎。为了使短波的陡度增加一倍，要求$h/\Lambda_s=0.047$，即对于一个深水波长为100米的波，深度应为4.7米。如果初始时刻波高为4米（$H_s/\Lambda_s=0.04$，这对于周期为8的波秒来说，它是相当大的），波将在5米左右

的水深处破碎，因为在波陡达到$H/\Lambda \approx 1/12$之前，无因次水深已达$H/h \approx 0.8$。如果初始波高再稍微大一些，则条件$H/\Lambda \approx 1/12$就会在条件$H/h \approx 0.8$之前达到。因此，只有那些在附近生成的波和原来就非常陡的波才会因波陡H/Λ的限制而破碎；而来自远处的涌浪则会因水深变得太浅（$H/h \approx 0.8$）而破碎。

12.5.3 绕射

和光波或声波一样，水波也可以发生绕射。例如，如果海浪到达海港的入口处，那么对于港内的水域本身来说，入口处将起着波源的作用。如果口门很宽（与波长相比）则大部分波能将继续沿着波原来前进的方向进入港内，但在入口处两边的附近，有些波能将绕射到防波堤后面的几何“阴影”区内。当防波堤或礁石间的空隙与波长相比很窄时，这空隙将近似为一点波源，大部分波能将以绕射波的形式散布在整个港内区域上，而这些绕射波的波峰线是以这空隙为中心的一系列圆弧。

12.6 波的测量

12.6.1 测量方法

迄今为止，已有很多可获得波高和周期信息的方法，其中有些是近似的，有些是精确的（关于波浪测量的评述，可参阅（Stewart的文章，1980）。

最简单的方法就是对海面进行目测。要想用这种方法得到较可靠的资料，观测员就必须进行多次练习并将目测结果与仪器测量结果进行比较。第二种简单的方法是在海中树立一根铅直的标尺，并目测出水面在标尺上的读数，若在浅水中，这根标尺可直接安装在码头上；若在深水中则可将此标

尺连结在一个由深处的大水平阻尼板构成的浮体上，此阻尼板将限制浮体和标尺的短周期铅直运动。因为波浪的周期很短，通常只有几秒，所以这一类的目测只能限于一部分波浪波高的估计测量。由于在大多数真实波的情况下，存在着许多种波高，所以通常使用最大的三分之一大波的平均波高（称为有效波高H_s）作为描述海浪状态的特征量。在很多场合下，有效波高值比单个波（例如单个最高的波）的波高更为有用。在考虑波浪对船舶和钻井平台可能起的破坏作用时，后者是很重要的。

第三种方法是利用一个安装在最深的波谷深度以下的固定的压力传感器。表面波下的动压强将随着从表面到传感器的铅直距离的变化而周期性地变化。因此压强随时间变化的连续记录将给出表面形状的信息。对于短波来说，压强的起伏随深度的增加而迅速减小，所以传感器的位置越深，可测到的压强起伏就越小；由于这一原因，只有当传感器可固定在水中离波谷很近的位置时，这种方法才是可行的。对于长波（浅水波），压强起伏随深度减小得很慢，因此安装在底部的传感器就几乎能记录出由于水面高度的变化而引起的全部压强起伏。因此，安装在海底的压强传感器可以有效地用于海岸附近地区。海底传感器甚至可用于深海（数千米深）以测量海啸或潮汐，因为这些波动都是长波（浅水波）。

现已采用穿过海面的电子装置测量了波面高度变化的详细情况。一种方法是在一根铅直的杆上，每隔几厘米装上一对金属线（每对金属线间有一小间隔），于是浸没在导电海水中的每一对金属线就会形成短路，把从底部算起的短路金属线对的数目随时间的变化连续记录下来，就可以得到海面高度的记录。另一种方法是利用一根裸电阻线，从线顶部

到海面这一段的电阻随时间的变化记录就可给出海面高度变化的记录。还有一种方法是安装一根细的绝缘线使其铅直地穿过海面，并测出作为一个电极的电线和作为另一电极的海水之间的电容量。当然，在这些方法中都有一些技术性的困难需要克服。对于第一种方法，当海面下降到低于某一对金属线时，水滴可能仍会留在成对的两金属线间。而在其他两种方法中，当水面下降时，可能会有一层海水薄膜留在电线上，从而使仪器指示的水面高度偏大（注意，我们只处理周期为几秒的水面涨落）。对于电容线系统，如果采用不沾水的电线外皮，可使这种误差减至最小。

英国海洋科学研究所发展了一种从船上测量海中波浪的方法。这种方法是在船壳低处的一个点（即使处于波谷位置时，此点也在波谷之下）上测出海水的压强，此压强便给出相对于船舶的波面高度。同时用一个铅直加速度计（积分两次便给出船舶铅直位置的变化，即 $\int a dt \to w$，然后 $\int w dt \to$ 船的铅直位置）测量船的铅直运动，最后两者相加便得波浪的绝对运动。波剖面形状也可由安装在浮标上的铅直加速度计的记录得到。这种方法是目前广泛使用的常规方法。

所有上述方法都有一个主要的缺点——正象流速计那样，它只能提供一个点上的信息。如果实际的表面波是在同一方向传播的许多简单正弦波之和，这个问题并不严重，但是即使几分钟的观测也可使我们看出，实际海面通常是非常不规则的，其中小波迭加在较大的波上，而较大的波又迭加在涌浪上，一般说来波峰线是相当短的（最多只有几个波长）。所以实际水面既随 x，y 变化又随时间变化。为了得到更完整的信息，可以对海面进行立体摄影。不过，对这些照片的分析是非常费事的，因此这种方法还没有得到广泛的采用。

为了得到关于海洋波浪空间结构的信息，曾经采用过的另一种方法是用海面上空的飞机飞行测量，飞行时飞机高度应尽可能保持不变(不断测定高度并不断进行高度订正)，同时在飞行过程中用投射面积很小的窄束雷达测高仪或更现代化的脉冲激光测高仪测量海面的形状。这种方法只能得到沿飞行路径上的波面高度，但是对于一个海域可以沿几个不同方向飞行，从而可以作出海面形状的统计学图像。最后一种方法是利用卫星进行波浪的测量。利用雷达测高仪测得的平均波高的精度约为±1米，或者说误差为实际波高的25%，而微波散射测量则可给出海域上关于波和海面风速、风向的统计信息(关于卫星测波技术见Gower的论文，1981)。

为了检验波浪的某些理论，要求得到波传播方向的信息。原则上，这可以通过布设测波仪阵列并考察各测波记录之间的相位关系来得到。所得结果受到测点数目的限制，而且分析工作也很复杂。原则上，波的方向信息也可以从立体照片、航空激光测高仪的记录或卫星仪器的记录得到。

12.6.2 真实的波

用上述的仪器和方法得到的记录清楚地表明，除了涌浪以外，海面很少有象图12.2和图12.3的理想正弦形状；因为通常都有很多波分量同时存在，所以海面形状具有图12.10

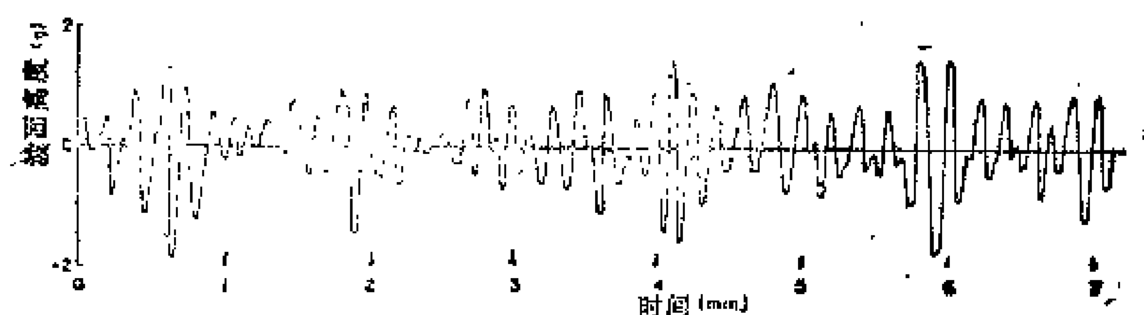


图 12.10 真实波波列(剖面)的特征：这种波列与图12.2及图12.3表示的理想正弦波不同

(注意：和以前一样，铅直尺度是被大大地放大了)

的形式。处理这种情况的唯一方法是下一节将要讨论的统计方法。在统计方法中，波的能谱是与波的周期相联系的（例如象图12.11表示的那样）。

12.7 风浪的成长；波的实际分析与预报

12.7.1 概述

风浪是由风在几千米长的海面(风区)上吹若干小时（风时）而引起的。一阵阵的风造成了杂乱无章的、不规则的风浪。这些表面振荡一旦形成，就会在海面上传播，到达风直接影响区域的外面。从风区内传出的浪称为涌浪。涌浪是由均匀的波列组成的，这些波列的波峰线很长。因为它比较规则，所以我们可以用数值的方法描述在涌浪开始的地方（即在风区的下沿）和传播过程中的波高和周期。经过长距离的传播之后，涌浪会发生衰减现象，此时它的波长增加而波高减小。当涌浪进入浅水区时，它要受到海底的影响。从而发生各种变化。波速和波长减小，波高增大，但周期保持常数。最后涌浪的上部波面变尖，出现破碎，并作为近岸带的碎波而被耗散。

上一节简述了风波的形成和耗散。很清楚，风是大多数常见表面波形成的主要原因。在给定的风区、风时和风速下，波浪的特征如何？我们又如何来得到这种定量信息呢？下面我们将叙述一种建立在对波本身进行大量观测基础上的经验方法，因为目前还没有提出建立在物理定律基础上的精确定量理论，所以这种经验方法已被应用于实际的目的（如预报）。这里，我们要介绍的只是在朝着满意理论的方向上

已经走出的几步[更深入的讨论可以在Le Blond和Mysak的书(1978)5.1节中找到]。

12.7.2 风浪的成长——物理过程

首先，让我们考虑吹过固体表面的湍流风。在表面上方稍微离开表面一段距离处，应力(或向下的动量通量)是由湍流雷诺应力(即第七章导出的$-\rho\overline{u'w'}$和$-\rho\overline{v'w'}$)引起的。由于在固体表面上既没有平行于表面的流动，也没有垂直于表面的流动，所以当趋近于表面时，湍流速度脉动的量值趋于零。与此同时，平均切变($\partial u/\partial z$和$\partial v/\partial z$)增强。如果表面是光滑的(例如玻璃面)，则表面处的应力是由分子粘性切应力(在x方向和y方向的分量分别为$\mu\partial u/\partial z$和$\mu\partial v/\partial z$)体现的。如果表面是粗糙的(例如海滨沙滩)，则表面的隆起部分将引起气流分离，并在后面留下静滞区。在粗糙元的上风面和下风面之间必将出现正的压强差。表面应力的一部分或大部分是由此压强差或所谓的"形状阻力"引起的。因为压强是正应力(即单位面积上垂直于表面的力)，因此也可以说，对于粗糙的表面，表面处最终的动量输送(通量)主要是由正应力而不是切应力引起的。

表面波几乎是无旋的(即涡度几乎为零)。无旋运动是由正应力引起的，而有旋运动是由切应力引起的。所以波浪主要是由正应力引起的。这里讨论的波几乎是无旋的和几乎是线性的(对流加速度项与局部加速项相比是H/Λ的高阶小量)，这两个事实可以解释为什么表面波在其生成区以外（在那里主要是波浪破碎）衰减很慢是重要的。由于涌浪不大可能产生湍流，也就不大可能产生使涌浪衰减的湍流摩擦力。进一步，对于精确的无旋运动，分子粘性项恒等于零。正如前面已提到过的，在南极附近生成的涌浪可传播14 000多千米，跨过

太平洋而到达阿拉斯加；经过这么长的距离之后，尽管振幅显著地减小，但此涌浪并未完全消失。振幅的减小部分地是由于传播方向不同造成的能量分散引起的，部分地则是由粘性损失引起的。

波一旦存在就会进一步发展，关于波发展的一种早期理论认为与波峰处的分离有关的形状阻力将使波浪继续成长。这种理论是Jeffrey在二十世纪二十年代中期提出的。流体流过固体模型的实验表明，这种效应太小了，不能解释观测到的波增长的速率。那时，人们没有清楚地认识到的一个问题是：对固体表面得到的实验结果不能直接应用到运动着的流体表面(例如海面)上。另一个在很长一段时间内都没有搞清楚的问题是：流动分离的条件是必须发生波浪破碎，这一点，如我们将要看到的，可能具有基本的重要意义。

为了解决这个问题，人们在五十年代末到六十年代初期继续作了很多努力。首先Phillips提出了初始时未受到扰动的水面上的波浪产生机制。他指出，因为空气流动是湍流的，所以流场中不仅有速度脉动而且也有压强脉动，这种压强脉动可以产生波浪，可以导致正比于时间t的波能成长（有一些观测资料支持Phillips的初始成长理论）。波一旦存在，就会改变气流流场以致其增长率变成正比于波的振幅（或能量），从而以时间的指数函数形式成长。假定小振幅波已经形成，则利用Miles提出的线性稳定性理论就可以计算波的成长过程。然而人们很快就发现，尽管Miles算出的成长率具有指数函数的形式，但仍远小于观测到的成长率。尽管观测值本身就显示出很大的差异，但有一点是无疑的，即理论与观测之间有不符之处。

为了克服理论与观测间的不一致，人们提出了一些进一

步的想法。例如认为在输送给波的动量中，大部分是因波长很短的波和细浪引起的，而输入的动量又使这些波变得很陡，甚至可能破碎(这是一个强非线性过程)，从而至少把它们的一部分动量和能量传给较大的波。虽然这个机制可能起一些作用，但仍然没有解决观测与理论之间不一致的问题。

近来已进行的一些数值计算，更详细地揭示出了波面上的气流情况。计算表明，由压强引起的成长率相当强烈地依赖于波陡H/Λ，且大约有一半的总动量是通过压强场（正应力）来输送的。这些结果不但受到了观测资料的支持，而且也受到了理论分析的支持。为了解释观测到的成长率，理论认为，总应力的大部分必须作用于由正应力产生的波动上，正应力产生几乎无旋的波动。在波峰附近切应力也最大，这一事实支持这样的想法：初始时动量输送给短波，而后短波又把动量传给较长的波。然而，即使这些结果不导致大的成长率，也足以解释观测值。

其他近期的观测表明，当波发生破碎时，动量输送会大大增加。这样一来，如果把破碎考虑在内(Jeffrey当时并没有考虑)，那么Jeffrey原来的理论可能是相当正确的。无疑，从较短的波到较长的波的非线性输送也起着作用。定量正确的波浪生成理论还有待建立，但近来的结果提出了可能导致这一理论的进一步的研究方向。

其他方面的努力也正在进行。如果我们观察波谱的成长并计算出非线性输送和粘性耗散，那么通过相减即可计算出输入函数[见Hasselman等人(1973)的文章]。对输入进行直接测量方面，人们已经作了不少努力，并将继续在这方面努力。这种测量是很困难的，如果读者考虑在碎波场中进行这种观测时如何能使仪器保持在运动的水表面上，那么就可以

理解到这种困难了。当然，这种观测并不能解释清楚波生成的过程，但它的确可给理论家以某些启示，帮助他们搞清这些过程[见Le Blond和Mysak(1978)的著作，3.9节和5.1节]。

表面波的非线性效应虽然很弱但它是不可忽略的。对于充分成长的风浪[指风区和风时不受限制的风浪。由于波浪破碎所造成的动量（或能量）损失与风输入给它的动量相平衡，所以充分成长的风浪不会发生进一步的成长]，其波谱中有这样一些分量，这些分量的相速度大于海面上几米高处的风速。的确，谱的峰值就具有这种特性。如果我们使坐标系以谱峰附近波分量的相速度运动，则在此坐标系中气流的方向与坐标系移动的方向相反，此时就很难想象风怎么还能使这些波增强，因而这种论证可能是不正确的。实际上，我们处理的总是波群。在以谱峰附近的波的群速度运动的坐标系中，气流方向与坐标系移动方向相同，因此气流可能对波作功，从而使这些波分量增强（在Phillips原来关于波产生原因的研究中，他考虑了相速度并得到了正比于t^2的成长率，但由于波群以群速度运动，它们总是落在后面或者说不与压强振动同相，因此实际成长率正比于t）。非线性输送的计算也表明，波谱中较长的波通过非线性输送从较短的波得到能量。

考虑到海面上得到的很大一部分动量，至少在初始时刻是输送给波的。于是人们可能对大尺度海洋环流的研究中使用总应力作为驱动力的正确性感到怀疑。如果波向各个方向传播，并把它们的动量带到其他地方甚至带到远方海岸，那会出现什么样的现象呢？看来这种可能性不会引起太严重的问题。波场发展得很迅速，在波发展后的阶段中，输送给波的动量是通过波浪破碎很快地传给流海的（作为中间阶段，可能先把动量传给较长的波）。只有在强风作用的小区域上，

才可能出现由此区域向外的显著动量辐射，即使在这种情况下，以全球尺度衡量，大多数的动量也是局部地传给海流的。这样一来，尽管来自风的大部分动量是通过波场传给海流的，但对输入到风生环流中的净动量可能不会受到显著的影响。

最后，关于阻力系数的不变性或几乎不变性问题应该作些说明。对于粗糙的固体表面，阻力系数(定义见第九章)是常量（只要风速的增加不改变表面的几何形状，例如当风力增强时，草料场就会变得更平，更"光滑"；而大块的石料场则不会因此而改变其几何形状）。海面上的阻力系数在风速约小于10米·秒$^{-1}$时平均地为常量，然后就随风速的增加而缓慢地增加（见9.9节）。因此对气流而言，海面的粗糙度几乎是不变的(一个乘坐小船的观察者很难同意这一观点)。也许表观粗糙度是由发展很快的短波引起的，也许在较高的风速作用下，与伴随较长的波发生在较长距离上的流动分离给出的效应是同样的。对此需作进一步的研究。有证据表明，风速加大后波浪迅速成长时以及风的方向倒转时，波陡都会变大，此时阻力系数也随之变大。同样，对此也需作进一步的研究。

12.7.3 风浪的成长——经验关系式

尽管我们对于海面上风浪成长的实际机制的许多细节还不很清楚，但是已经积累了许多关于风和浪要素的观测资料，并已汇编出图解关系。为了说明这些图解的特征，我们将介绍其中的一组关系(Pierson，Neumann和James，1955)的某些特点（由于海浪对海洋建筑物作用的重要性，近来为了建立预报波浪特征的方法而作了许多工作，但其中的许多工作是带有专利性质的，因而不易得到这些研究的成果）。

风要素包括风速、风区（海面上风吹过的直线距离）和风时（风区上风吹的延续时间）。波要素包括有效波高H_s（三分之一最大波的平均波高）和波谱中波周期或波频率的范围。

图12.11中的三条曲线分别表示，风速为10，15和20米·秒$^{-1}$时充分成长海浪系统中的组成波波高的平方（H^2）与频率和周期的关系。

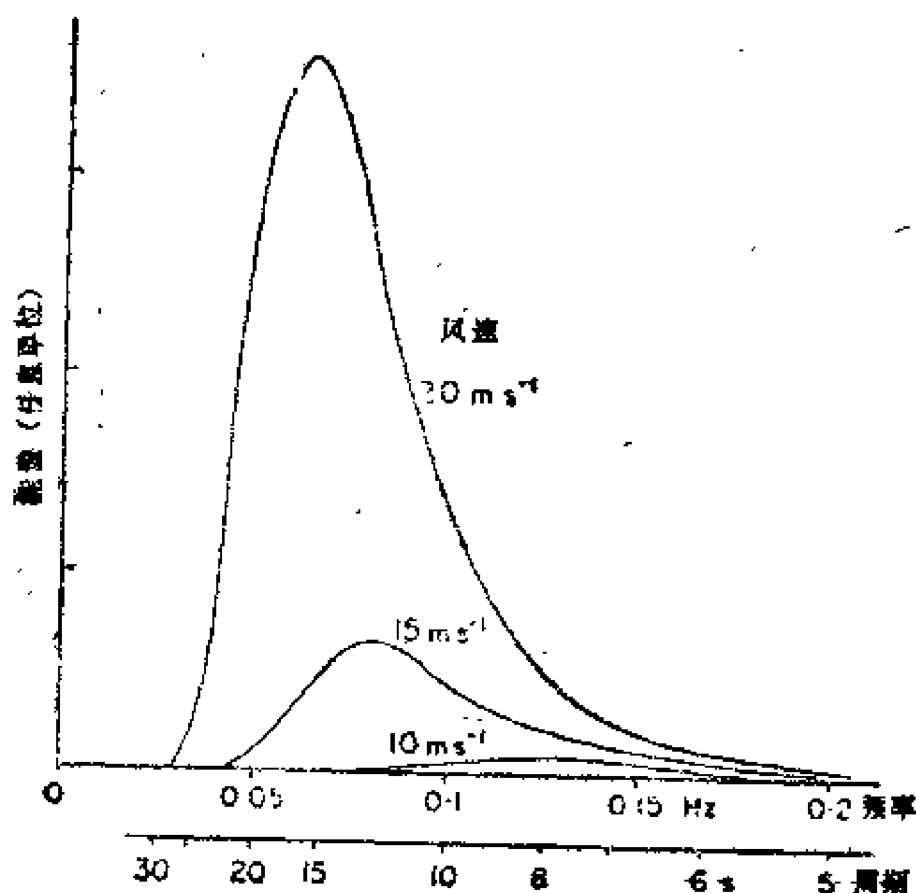


图 12.11　三种风速下充分成长风浪的理想能量谱

率和周期的关系。这些曲线的一个特点是：与波能有关的量H^2的增加比风速的增加快得多；另一个特点是作为频率函数的波能谱具有明显的峰，而且峰值频率随着风速的增加而降低，或者说峰值周期随着风速的增加而增加。这些曲线都是对于充分成长的风浪系统而言的，即对于风时足够长、风

区足够大的定常风浪而言的；这些谱曲线也是与该风速对应的最大波能谱曲线。作出这种能谱时所根据的资料取自不同风速下海面上测量到的波浪记录。

由这种能谱曲线可作出共积谱曲线，如图12.12所示（实

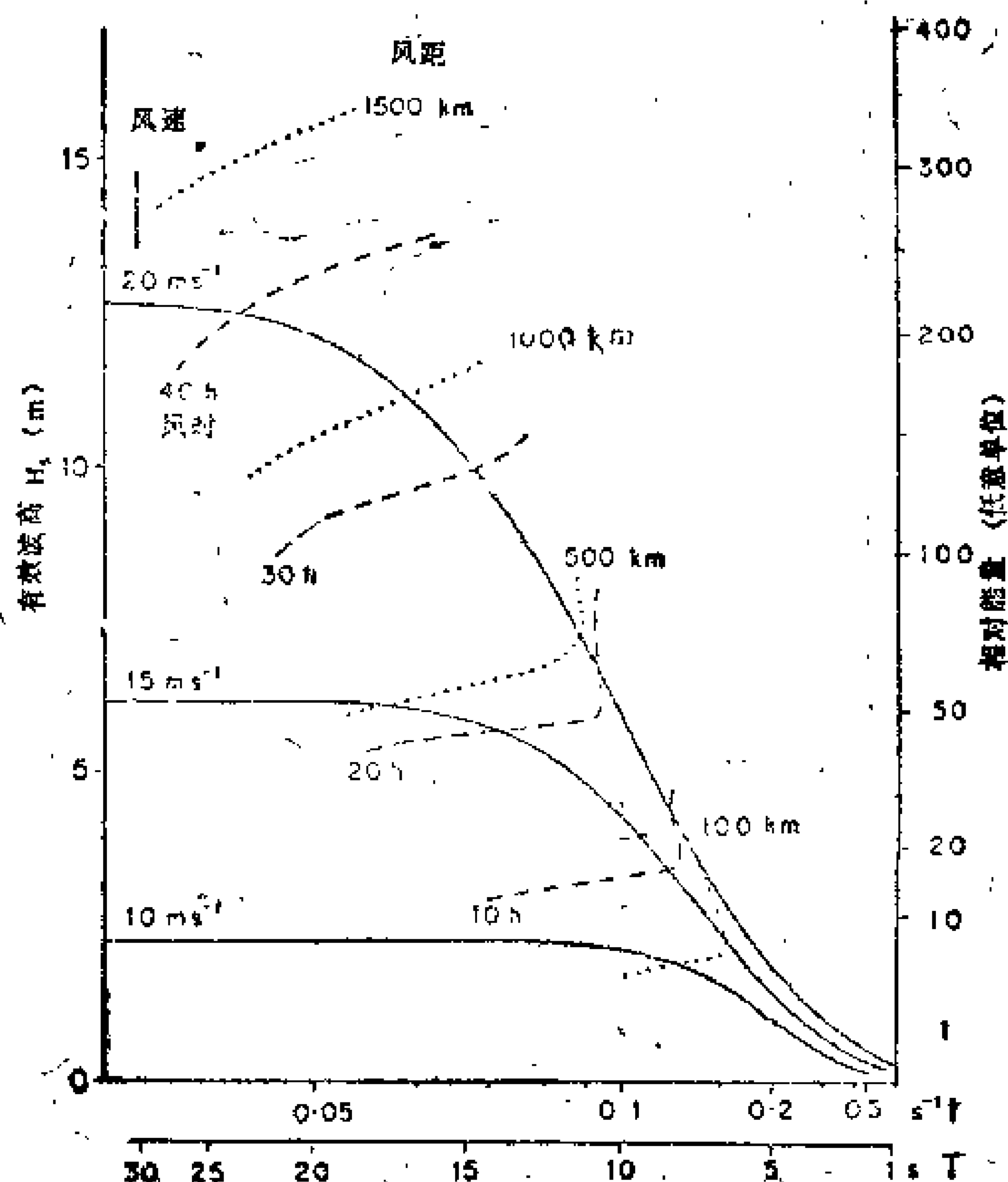


图 12.12　对应于三种风速（实线）四种风区（点线）和四种风时（虚线）的共积谱，有效波高（H_s）和波能与频率（f）和周期（T）的关系（Pierson，Neumann和James，1955）

线对应于风速为10，15和20米·秒$^{-1}$的情况)。每条曲线上任意一点的纵坐标都正比于从无穷频率（零周期）到该点对应频率的总累积波能（注意，频率标度向右增加，而周期标度则向左增加)。在这些图中，我们适当地安排了右侧纵坐标的标示数值（能量标度）以使得有效波高的标示数值呈线性变化，同时也适当地安排了横坐标使得周期从零至20秒的标示值呈线性变化，而对大于20秒的周期则缩小其标度。

为了说明这张图给出的信息，我们取风速为15米·秒$^{-1}$的曲线（实线）作为一个例子。从右向左观察这条曲线可以看出，累积波能（以及有效波高H_s）一开始是随周期缓慢增加，然后则增加得很快，再后又缓慢增加，最后在周期接近20秒时便不再增加（这时图中给出的H_s约为6.3米)。曲线存在最大值的事实说明，对于任一给定的风速，都存在可能的最大总波能（波浪破碎是导致这一极限的原因)。可以看出，这个最大值是随风速的增加而增加的。曲线最陡的部分（对于风速为15米·秒$^{-1}$的曲线，大约在12秒的周期上)对应于图12.11中的H^2谱曲线的峰值。

在图12.12中，除了对应于三种所取风速的曲线(实线)以外，还有两组交叉线：虚线对应于风时为10，20，30和40小时（假定风区无限)，而点线则对应于风区为100，500，1000和1500千米（假定风时无限)。这些线表示波高和周期随这些参数的发展变化。例如20小时的风时线与15米·秒$^{-1}$的风速线在有效波高为5.8米、周期为14秒处相交。前者表示风吹20小时以后H_s就达到这个值，而后者则表示大多数波能在周期为14秒或小于14秒处出现。另外，由风区曲线可以看出，风区为500千米的线（点线）表示，在这个距离的末端，对于风速为15米·秒$^{-1}$的定常风，H_s的值为6.2米，

而大多数波能于周期为17秒或小于17秒处出现。

风速线变平表示风浪处于充分成长阶段，也就是说，由风引起的能量及动量输入率与由波浪破碎而造成的损失率相平衡。原则上，达到充分成长状态要求无限长的风时和风区，但实际上，如表12.4所示的，在有限的风时和风区下就可以达到这种状态。

表 12.4 风浪达到充分成长状态所需的有效风时和风区，以及相应的有效波高和波周期的范围

		风速 (ms^{-1})	5	10	15	20	25
风时 (h)			2.3	9.5	22	40	64
风区 (km)			20	130	480	1200	2400
H_s (m)			0.4	2.2	6.2	13	22
周期范围 (s)	$T_上$		6	11	16	21	26
	$T_下$		1	3	5	6	8

在表12.4中，波的周期是这样确定的：总能量的5％在周期大于$T_上$处出现，总能量的3％在周期小于$T_下$处出现，也就是说，总能量的92％在这两个周期之间出现。对于非充分成长的风浪，或者风时是限制因子，或者风区是限制因子，至于究竟采用哪一个就决定于所要计算的风浪状态。

统计学研究表明，对于一个长的波列，所有波的平均高度、有效波高（最高的三分之一波的平均波高）和十分之一大波的平均波高之比为0.6:1.0:1.3。另外，应该知道，在最大的三分之一的波中，波高有一个范围，而且可以预料，观察的波列越长，最大的波的波高就越大。例如，对于观测的100个波，最大波高超过$1.9H_s$的机会为1/20，而对1000个波，最大波高超过$2.2H_s$的机会也为1/20。

上述例子引自Pierson，Neumann和James（1955）的风浪计算方法。应该指出，其他研究者也分析了波的观测资料，提出了风和浪的关系的图解和计算方法，但不同的方法并不给出相同的结果。计算结果上的差别可能起因于不同的观测海区波浪特性的差别，以及观测技术和资料处理方法的差别。然而，上述方法表明：即使风浪生成的机制还不太清楚，采用经验方法仍能得到有用的结果。

关于谱形以及H_s和周期对风速、风区和风时的依赖关系的进一步知识可以在Wiegel（1964）和Hasselman等人（1973）以及LeBlond和Mysak（1978）的著作中找到。Forristal（1978）给出了波浪统计研究的近期成果。

对于风和浪的关系有许多应用。导致这些经验关系[Sverdrup和Munk（1947）最早给出的这些关系]发展的一种需要是在第二次大战期间为滩头登陆进行波浪状态的预报（根据风的预报来进行）。为了其他海上活动（例如铺设海底电缆或管道）进行波浪状态的预报是更近代的应用。对于那些只有风的资料而无波浪资料的区域，波浪特性的计算对于船体设计和船舶航行也是重要的（因为船速随波高的增加而降低）。对于象海上石油钻探平台之类的建筑物，最重要的是要根据波浪的统计特性，计算出一段时间内（例如10年或100年）可能发生的最大波浪，以便避免把结构物建造得过于结实而造成耗资过大。

12.8 海啸或地震海浪

海啸（Tsunami）一词是由日文音译过来的，它的意思是“港湾波”（因为它不同于常规的潮汐涨落），现在一般用于指与地震有关的海底运动所引起的长波，有时也采用“地

震海浪”这个词。较古老的词“潮波”是不正确的，不应继续采用。因为海啸生成的机理完全不同于一般的潮汐。众所周知，所有海啸实际上都是海底或海岸附近发生地震后随之而发生的，但并不是所有的地震都能引起海啸。只有那些具有显著的垂直于海底的运动分量的地震，即具有底部的升降或倾斜的地震才有可能引起海啸，而那些只具有海底水平运动的地震是不会引起海啸的。

海啸有时也可由其他的地壳运动引起，例如进入海中的大块滑坡或与海底火山有关的地壳运动等。然而，这些地壳运动的影响区域通常不是很广的，而太平洋一边的地震所引起的海啸却可引起太平洋另一边的严重破坏。如1960年智利地震引起的一次海啸，它不仅在当地、而且也在远离智利20 000千米以外的日本引起了严重的破坏。

在开阔海洋中，海啸的行为与其他表面波一样，但由于它们的波长很长（大约为200千米左右），因此即使在深海区，它们的行为也和浅水波一样，因为比率 h/λ 约为1/50。在深水大洋的表面上，计算出的振幅为1米左右，因此海啸对那里的船只没有重大影响。只有当在海岸附近传播速度减慢且振幅变大时，它们才具有危害性。观测到的效应是海面的反常升高或下落，振幅可达几米，典型的周期为15分钟到一小时左右。海面有时先发生升高，有时先发生下落，这种不寻常的振动可以持续数小时，偶尔也可持续达一两天。在海面反常下落期间，船只可能会搁浅，向一边倾斜，并在紧接着的海面升高中被淹没。在海面反常升高期间，对有陡峭海岸的陆域几乎没有重要影响，但在平坦的海滨或只比正常高潮面稍高一点的海滨处，海水可能冲过平坦的陆地，冲走建筑物或把船只冲向陆地并使它们留在那里。在海岸附近，

折射效应也起着重要作用，它使某些港口特别容易遭到破坏，而其他一些港口则不然。

可以根据验潮计记录或专门的海啸仪的记录，也可以根据海啸引起的破坏情况的调查测量出海啸在沿岸的振幅。迄今为止，还没有关于深水区海啸振幅直接测量的任何报告，但为此目的而设计的仪器正在进行实验性的使用。

在太平洋地区，由于这里是大地震带，所以世界上的大多数海啸都发生在这里。太平洋地区已经建立了海啸警报系统，其基地在夏威夷的檀香山附近，太平洋周围的许多国家都向这个系统提供海啸的情报。对于这个系统，大洋周围的地震观测站会在任何海下或海洋附近的地震发生后半小时以内，向位于檀香山的地磁和地震观测中心提供信息。如果有海啸形成，根据震中的信息，就可计算出海啸到达太平洋周围任何一点的时间，计算精度可达几分钟，因为人们对为进行此计算所需的大洋深度分布是充分了解的。由于现在还不可能预报是否将有显著的海啸发生，这种方法是向震中两边沿岸的观测站发出警报，然后他们立即向夏威夷报告是否观测到了显著的海啸（许多观测站都是自动观测并向夏威夷报告的，并不需要人来监测仪器）。在有明显的海啸被观测到的情况下，这个系统中的所有国家都会收到可能有海啸到达的警报，于是他们可采取一些预先安排好的防护措施。如果没有观察到显著的海啸，警报就可以解除。

关于海啸的描述及其动力学方面的讨论可以在Murty（1977）的著作中找到。

12.9 内波

12.9.1 两层海水中的界面波

到现在为止，我们已经讨论了发生在空气-水界面上的所谓的"表面"波。类似的波（即"内"波）可以发生在海水中不同密度层之间的界面上，因为当界面上的流体发生铅直位移时，密度差可导致重力恢复力或由重力引起的流体静压恢复力。这种特殊的界面在大洋中位于温跃层上，那里的密度差主要是由温度差引起的；在沿岸水中位于盐跃层上，那里的密度差主要是由盐度差引起的。当然，海水的运动不仅限于交界面本身，而是扩展到界面上部和下部的全部海水。对于表面波，空气的密度与水的密度相比很小（比值约为1/800），以致前者可以被忽略不计，因此空气密度并不出现在波速公式中。可是对于内波，两层水的密度几乎是相同的。图12.13说明我们要考虑的情况，其中上层流体的深度为h_1，

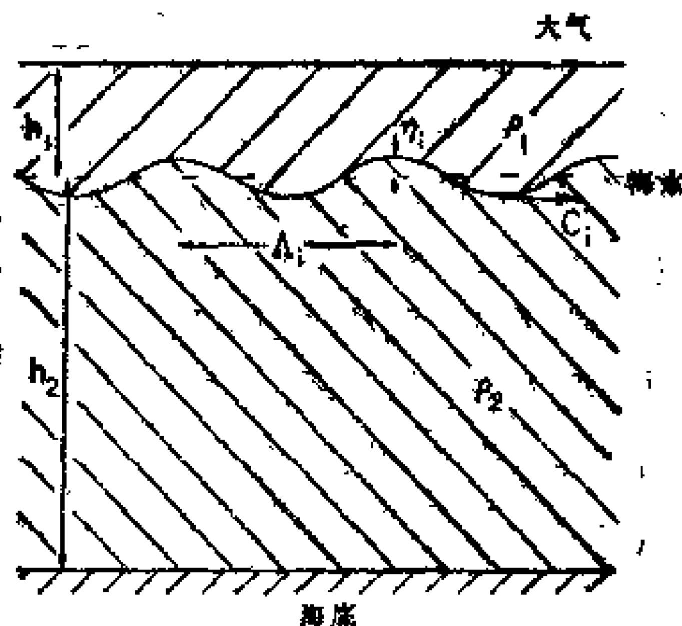


图 12.13 密度不同的两层流体界面上的内波
（注意，为了清晰起见，波高已放大了）

密度为ρ_1，下层流体的深度为h_2，密度为ρ_2，在两层之间的交界面上出现波长为Λ_i的内波。弥散关系式仍可由运动方

程导出。在海洋中由于 $(\rho_2-\rho_1)/\rho_2 \ll 1$ ($\Delta\rho/\rho$在开阔大洋中很少大于 3×10^{-3}；在极端情况下，在沿岸海水中它可达到20×10^{-3})，精确到$O(\Delta\rho/\rho)$的弥散关系为

$$[\omega^2-gk\tanh k(h_1+h_2)]$$

$$\cdot[\omega^2-\frac{(\rho_2-\rho_1)gk}{\rho_2\coth kh_2+\rho_1\coth kh_1}]=0 \qquad (12.7)$$

式中 coth为双曲余切函数（$=1/\tanh$）。第一项等于零就是总深度为 (h_1+h_2) 的水中的表面重力波的弥散关系式。由于$\Delta\rho/\rho\ll1$，所以表面波基本上不受层化的影响。第二项等于零是分界面上的内波的弥散关系式[对于刚性的上表面，它就不是准确到$O(\Delta\rho/\rho)$的近似式，而是精确式]。

与表面重力波一样，我们可以考虑短内波和长内波的特殊情况。对于短波（深水波），即$\Lambda_i/h_1<2$和$\Lambda_i/h_2<2$，$\coth kh_1$和$\coth kh_2$基本上等于1，因此

$$\omega_i^2=[\frac{\rho_2-\rho_1}{\rho_2+\rho_1}]gk \qquad C_i^2=\frac{g\Delta\rho}{k(\rho_1+\rho_2)} \qquad (12.8)$$

这些波是弥散波，其中较长的波比较短的波传播得快，另外有$C_{gi}=C_i/2$。由于$\Delta\rho/\rho\ll1$，所以内波的相速度比表面重力波的相速度小得多；对于$\Delta\rho/\rho=2\times10^{-3}$，有

$$C_i/C_s=[\Delta\rho/(\rho_1+\rho_2)]^{1/2}\approx1/30 \qquad (12.9)$$

对于长波（浅水波）即$\Lambda_i/h_1\gg0$和$\Lambda_i/h_2>20$，

$\coth kh_1\to1/kh_1$，$\coth kh_2\to1/kh_2$，因此

$$\omega_i^2=\frac{gk^2\Delta\rho h_1h_2}{\rho_2h_1+\rho_1h_2}\approx\left(\frac{gk^2\Delta\rho}{\rho_2}\right)\left(\frac{h_1h_2}{h_1+h_2}\right) \qquad (12.10)$$

这些波是“非弥散波”。另一方面，短波的相速度也远小于表面长波的相速度$[=g^{1/2}(h_1+h_2)^{1/2}]$。例如，对于

$\Delta\rho/\rho=2\times10^{-3}$和$h_1=h_2$，则有

$$C_i/C_i=[(\Delta\rho h_1h_2)/\rho(h_1+h_2)^2]^{1/2}\approx1/45 \qquad (12.11)$$

最后我们可以考虑下层很厚（$h_2>\Lambda_i/2$)而上层很薄（$h_1<\Lambda_i/20$）的情况。这对沿岸中河口附近和开阔海中混合层以下的密度跃层将是很好的近似。在这种情况下，$\coth kh_1\to kh_1\gg\coth kh_2\approx1$，因此弥散关系式为

$$\omega_i^2=\frac{gh_1k^2\Delta\rho}{\rho_1}, \quad C_i^2=\frac{\Delta\rho}{\rho_1}gh_1 \qquad (12.12)$$

这些波是非弥散的，且类似于深度为h_1的表面长波，但由于密度差较小，重力g应换为"约化重力" $g'=(\Delta\rho/\rho)g$。例如对于近岸水，$S_1=0$（淡水），$S_2=30$，$T_1=T_2=10$℃和$h_1=5$米，则$C_i=1.1$米·秒$^{-1}$；对于外海水，有$S_1=S_2=35$，$T_1=25$℃，$T_2=20$℃和$h_1=50$米，则$C_i=0.8$米·秒$^{-1}$。由上面的例子可以看出，内波波速远小于表面波的波速，这是内波的一种典型特征。同时由于两层间的密度差很小（例如对沿岸情况，密度差为23.4千克·米$^{-3}$；对大洋的情况，密度差为1.4千克·米$^{-3}$，与约为1024千克·米$^{-3}$的海水密度相比，上述密度差都是很小的），所以即使内波的能量很小，其波高也可以很大。

在水质点的速度和轨道运动方面，内波与表面波也有类似性。对于短的界面波，流体质点的轨道为圆，且轨道半径、质点速度和波压力都随着离开交界面的距离而指数地减小[即依exp$(-kd)$而减小，其中d为从界面算起的铅直距离]。对于长的界面波，流体质点的轨道为椭圆，且轨道的水平尺度、水平速度和波压力几乎与z无关。铅直速度和轨道的铅直尺度则随着离开界面的距离而线性地减小。在刚性的水平边界上，它们就变为零。对于上部的自由面，它们在

自由面上的值就变为交界面上的相应值的$\Delta\rho/\rho$倍。

如果上层很薄（$h_1 \leqslant \Lambda_i/20$），则在海面上也会存在与内波有关的波系（此波系与水表面上的风浪无关）。这个表面波系的振幅近似为$(\Delta\rho/\rho)\eta_i$。通常这个表面波系很小以致看不见，而且由于一般情况下都存在着风浪，所以很难测量出这种波系。然而，如果上层不是很厚，那么通过二次效应往往可以用眼睛直接观察到内波的存在。随着内波的传播，上层水交替地变厚和变薄。这样一来，在这上层中就会出现传播的收敛状态和发散状态。收敛状态可以在海面上引起不规则的涟漪条带（可能由于压缩短的表面波而使它们变得更陡而更容易看见），而在发散区，水面则变得更加光滑。这些涟漪条带正好位于内波波峰的后面。在另一种情况下，一般是指上层较厚时，上层中的收敛状态可使海面上的有机物质聚集在一起，并使表面张力改变，从而抑制了本来可由表面上的微风造成的涟波。结果是在收敛区域上方存在光滑带而在其他地方则存在微波。因此，如果我们在海面上看到了光滑带和微波带交替出现的图像，那么海面下就很可能存在内波波列。可以揭示内波存在的另一特征是，上层中有浅色的泥沙（这些泥沙来自河流）。如果上层很薄（几米），那么在内波波谷的上面，含泥沙的混浊水层较厚，这层水的颜色看上去要比内波波峰上面较薄的那层混浊水的颜色浅一些（一般情况下，内波波峰下面的水较清，颜色也较深）。

在近岸水的上层中，经常观察到周期为几分钟、振幅为几米的内波。在密度差较小的大洋水中，已经记录到的内波周期可达12小时，振幅可达到300米或更大（例如图13.11）。

12.9.2 密度随深度连续变化时的内波

非专业工作者可能会感到这部分内容有点难于接受，但

本书还是把它包括在内，这是因为内波对海洋建筑物是重要的，同时也因为内波的某些特性（例如在有些情况下群速的方向可平行于波峰线）是与人们通常了解的波的特性很不相同的。

上一节讨论了简单的两层流体的情况，那里假设有一层密度较小的匀质水位于另一层密度较大的匀质水上面，且中间有一明显的分界面，这就导致了简单的内波波系。这个模式对于有显著径流的近岸区是非常符合实际情况的，河水径流使得在高盐深层水上面出现低盐的上层水，而在这两层之间，盐度（密度）梯度很大。这个两层模式对于大洋上混合层底部的内波也是一个很好的近似。在连续层化（即密度随深度连续变化）的情况下，内波仍然可以发生，而且也更有趣，这是因为这种内波不象界面波那样（对界面波，交界面的平衡位置一般总是水平的），它们并不总是水平地传播的。内波可不沿水平方向传播的这一事实有着十分重要的意义，因为内波提供了从海面到海底和从海底到海面的能量传播手段，所以内波可影响到整个海洋深度上的海水运动和海上建筑物的安全。

为了说明发生的情况，我们考虑最简单的可能情形，即具有常数布伦特-维萨拉频率的情形，此频率由 $N^2\approx-(g/\rho)(\partial\sigma_t/\partial z)$ 给定（当这个近似表示式不成立时，在深水中如何精确地计算 N^2 可参阅第五章）。我们采用Boussinesq的近似，也就是说，除了在计算 $\partial\sigma_t/\sigma z$ 时以外，我们都忽略密度的变化，因此取 ρ 为它的平均值。现在我们必须考虑非水平方向的传播，并把 k 当作矢量处理。取传播的水平部分的方向为 x 方向，对于单个波，我们总可以取 x 轴沿水平传播方向，因此下面描述的结果对于沿任何水平方向传播的内

波都成立。图12.14表示具有铅直方向传播分量的内波的传播示意图。

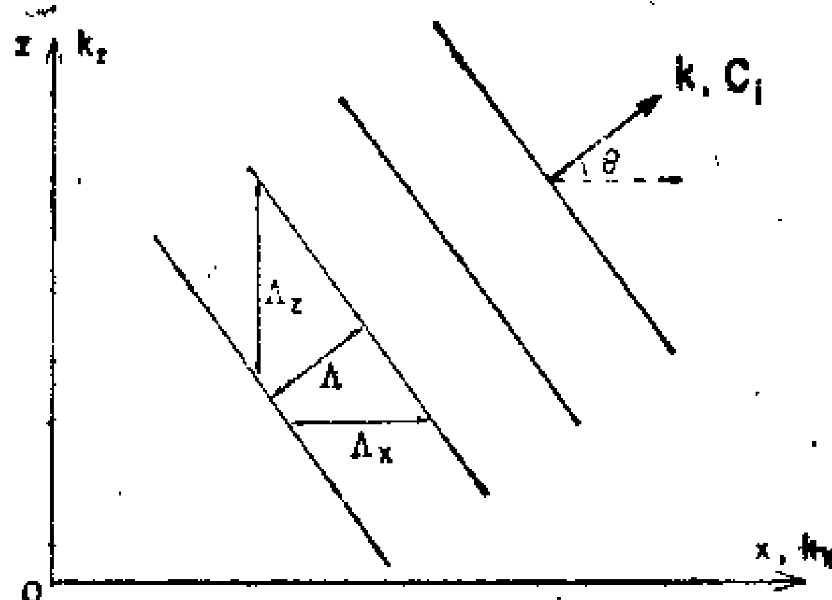


图 12.14 传播方向与水平线成θ的内波的传播示意图

波数k有分量$k_x=2\pi/\Lambda_x$和$k_z=2\pi/\Lambda_z$，且$k_x^2+k_z^2=k^2$，其中$k=2\pi/\Lambda=|\boldsymbol{k}|$。根据运动方程可以推导出弥散关系[例如LeBlond和Mysak(1978)，第八节]，此关系式为$\omega=Nk_x/k=N\cos\theta$，其中$\theta$为$k$与$x$轴之间的夹角。由于$\cos\theta\leqslant1$，所以$\omega\leqslant N$，因此$N$是连续层化时内波频率的上限（对于界面波，在分界面上$\partial\sigma_t/\partial z\to\infty$，因此没有频率限制。当然，实际上分界面并不是截然将两层流体分开的；如后面我们将要讨论的，ω小于密度跃层内的N_{max})。

相速度C_i沿k的方向（根据定义），其量值为$C_i=\omega/k=N\cos\theta/k$。对于固定的$N$和$\theta$的值，$\omega$也是一个固定的常数，但对于无界的海洋来说，却存在无限大的波长范围！对于固定的θ，由于C_i依赖于k，且随波长的增加（即随k的减小）而增加，所以波明显地是弥散的。对于固定的k(以及波长)，

ω和C_i随θ（传播方向）而变化。利用式$k^2=k_x^2+k_z^2$，我们可以把弥散关系式改写为$k_x^2(N^2-\omega^2)/\omega^2=k_z^2$。在$k_x$, k_z平面上，对于固定的N和ω值，这些是斜率为$\pm[(N^2-\omega^2)/\omega^2]^{1/2}$的直线。图12.15(a)画出了对于几个$\omega$值的这种图形。

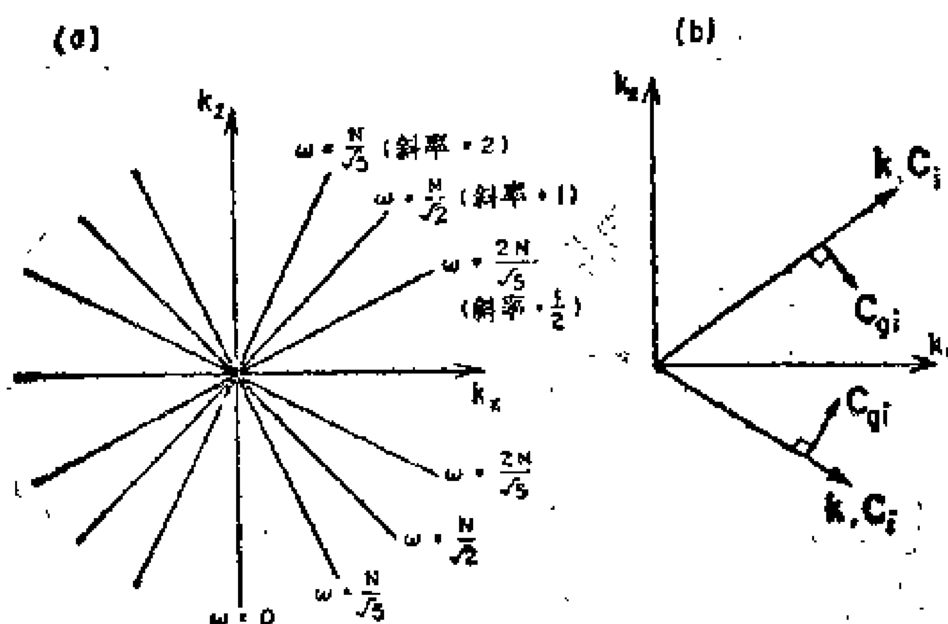


图 12.15 (a)在k_x, k_z平面上ω等于常数的线；(b)k, C_i和C_{gi}的方向之间的关系

群速度必须当作矢量来处理，而且$C_{gi}=\partial\omega/\partial k$是$\omega$在$k$空间中的梯度，它垂直于$\omega$等于常数的线，且指向$\omega$增加的方向。也就是说，它垂直于$k$（也垂直于$C_i$）且指向$k_x$轴，并有$|C_{gi}|=Nk_z/k^2$。虽然内波是正规弥散的，即对于固定的$\theta$，长的波比短的波传播得快，但对于$\theta\lessgtr\pi/4$却有$C_{gi}\lessgtr C_i$。当$C_i$有向下的分量时，$C_{gi}$有向上的分量，反之亦然。当$\omega\to0$，$C_i\to0$时，$C_{gi}$几乎是水平的，且对于给定的（固定的）$k$值，$C_{gi}$取最大值。当$\omega\to N$，$C_{gi}\to0$时，$C_i$几乎是水平的，而$C_{gi}$几乎是铅直的，且对于给定的$k$值，$C_i$取最大值。

这种变化情况可以从图12.16（a，b）中看出。波束是平行于C_{gi}的，且随ω/N增加而变得更加铅直。波峰横跨波束传播，如图12.16(c)所示。质点的运动也是垂直于k和C_i的，因此这种波是横波。注意，在对应于示意图12.16（a，b）的实际情况下，k将由位于中心处的造波机的尺寸确定，于

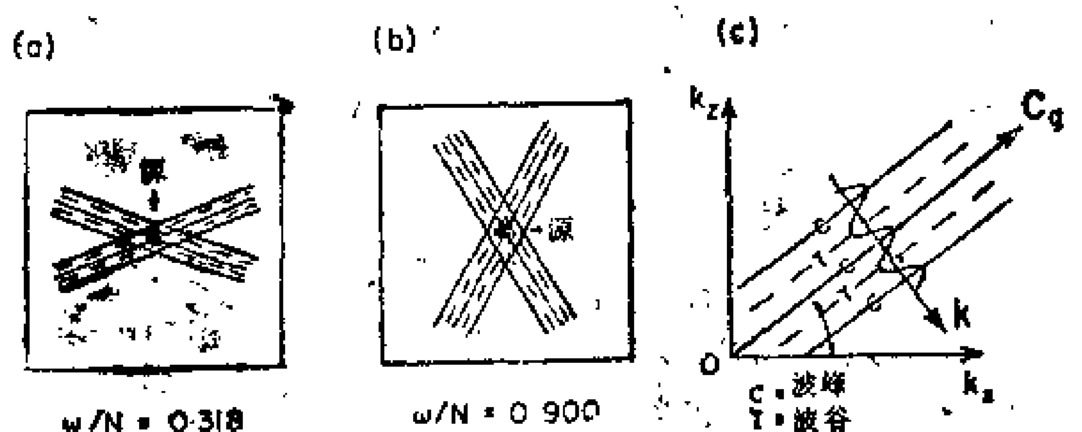


图 12.16　内重力波的相位图

源位于中心，射线散开成X状。(a)$\omega/N=0.318$；(b)$\omega/N=0.900$。实线代表波谷线，虚线代表波峰线，传播是横跨射线的；(c)表示群速方向(C_g)和相速方向(k)之间的关系

是θ随ω/N的增加而减小，但由于C_g是垂直于k的，所以波束角随ω/N的增加而增加。

如果N是变化的，但在一个波长范围内的变化很小，那么我们就可以利用N等于常数的理论来研究N变化时内波的折射，正象我们利用h等于常数的理论来研究深度缓慢变化时表面波的折射（见12.5.1节）一样。一般说来，在海洋中越深处N越小。因此对于固定的ω，因为$\omega=N\cos\theta$，所以在深处$\cos\theta$增加而θ减小；C_g是垂直于k的，因此它就变得更加铅直——能量传播所沿的射线或波束也就变得更铅直。当一条射线到达表面（或混合层的底部）或底部时就发生反射，其中反射角(相对于铅直线的)等于入射角。图12.17表示了这

样一种情况：当表面潮波传到大陆架时将会引起具有潮汐频率的内波。图12.17中表示的结果可以很容易地在实验室模型试验中得到，但是在现场观测中寻找这类运动图像的企图还没有获得成功。

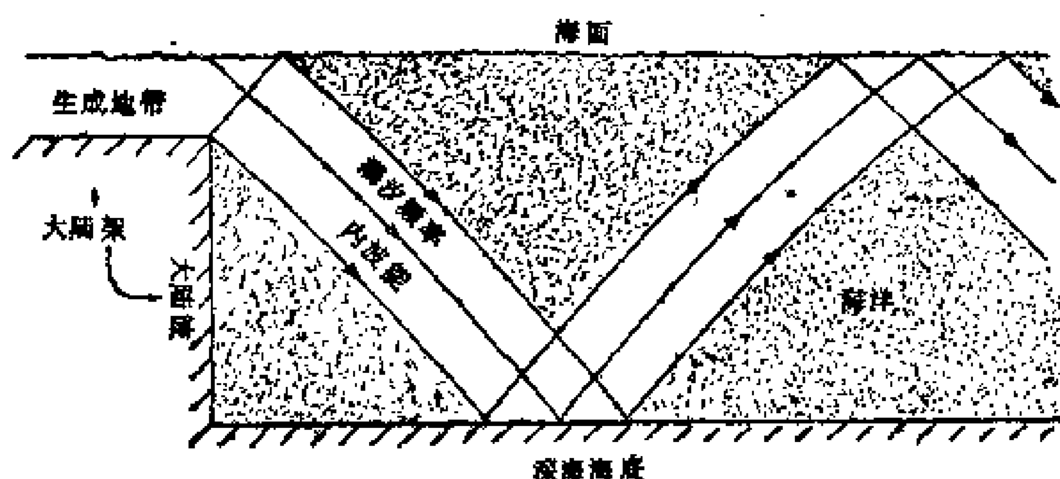


图 12.17　陆架区上的表面潮波形成的内波，此内波在通向底部的过程中发生折射，然后在底部被反射并回到表面，然后又再次反射等等

布满点子的区域是没有内潮波能的"阴影区"注意，如通常对铅直剖面图所作的那样，铅直尺度是被放大了的；事实上，对于与N相比很小的潮汐频率，其射线几乎是水平的

在倾斜海底的情况下，趋近于海岸的波能可能在海底上发生向后的反射，而不是具有向前分量的反射。当海底的坡度大于射线（相对于水平面）的倾斜度时，便发生向后的反射。图12.18画出了一条向前传送的射线①和一条向后反射的射线②；为简单起见，这里取N等于常数[在研究这张图时，重要的是要记住这些射线只代表波传播的方向。波本身可以(沿着它们的波峰线)伸展并占据图中断面所代表的海洋体积的大部分]。对于向前传送的射线，相对于海面上或海底上的铅直轴计算的反射角和入射角相等；对于向后反射的射线，相对于水平轴计算的入射角和反射角相等。这种反射过程与

光的反射过程是很不相同的，对于光波的反射，反射角等于入射角是相对于反射面的法线而言的。在一个波长范围内N稍有变化的射线理论和方法，可以应用到波长远小于水深的内波上。至于波长可与水深相比的情况，将在下面予以研究。

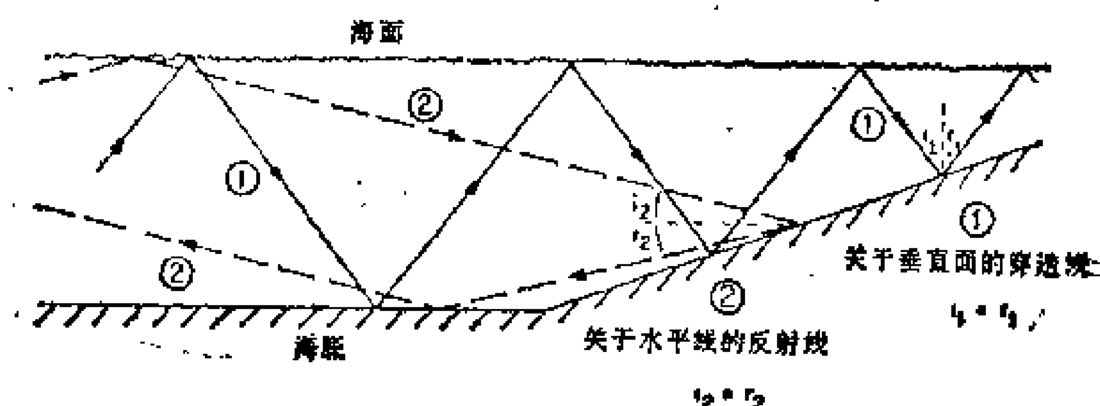


图 12.18　到达倾斜海底的内波能

线①是向着浅水区传送的射线，线②是从海底向后反射回深水区的射线（详细说明见正文）

12.9.3　内波的正规型态

考虑具有顶边界和底边界的情况。取底部为水平，则要求$w_{-h_0}=0$顶部为自由面，长表面波可在其上传播，这种表面波常称为正压型的波。对于长表面波，水平速度分量的振幅和波压都与z无关，在整个深度范围内等压面都是平行的，因此用“正压”这个词是恰当的。表面的坡度是与这一型态的波动有关的，对于地转流来说，深层的等压面坡度是与正压流动相联系的；而对深层等压面坡度的偏离则是与第八章讨论过的斜压流动相联系的。由于密度变化很小，正压型的（表面）波基本上不受影响。

除了表面波外，还可出现内波，内波的速度分量的振幅和波压都随z而变化，因此内波被恰当地称为斜压型波动。

与内波有关的自由面处的铅直速度的振幅为$O(\Delta\rho/\rho)$乘以水柱中的最大振幅。由于自由面上的这个振幅很小，在自由面上可取$w=0$，这种近似是很好的。就内波而言，取$w=0$就等于说表面是刚性的，这就使分析工作得到了简化。因为层化很弱，也就是说，总的密度变化是很小的，因此对于内波来说，表面基本上是刚性的。如果N等于常数，根据运动方程便可得到铅直速度，此速度具有如下的形式

$$w=A\sin[k_z(z+h)]\sin(k_x x-\omega t) \quad (12.13)$$

为了使$z=0$处$w=0$，要求$\sin k_z h=0$或$k_z h=n\pi$，其中$n=1, 2, \cdots$。对于固定的ω和N，k_z不能取任意值，由于边界条件它只能取离散值。注意，现在的相位是$(k_x x-\omega t)$，它只包含k_x，所以波峰和能量的传播都是水平的。为了满足边界条件，要求存在两种波，它们分别具有相等的向上和向下传播的分量，这两个分量互相抵消而只剩下水平传播的分量（于是顶边界和底边界起着波导的作用）。利用形如$k_z=[(N^2-\omega^2)/\omega^2]^{1/2}k_x$的弥散关系和$k_z h=n\pi$，可把$\omega$和$k_x$联系起来，得到

$$\omega^2=\frac{N^2}{[1+(n\pi/k_x h)^2]} \quad (12.14)$$

其中ω随k_x的增加而增加，即较短的波有较高的频率。由于现在我们只注意波数为k_x的水平传播，取C_i和C_{gi}为水平的。相速度$C_i=\omega/k_x$随k_x的增加而减小（短波比长波传播得慢），且$C_{gi}=\partial\omega/\partial k_x$小于$C_i$。利用连续性方程从$w$可以得到水平速度分量（连续性方程为$\partial u/\partial x+\partial w/\partial z=0$，这是因为我们假定了波在$x$方向的传播，运动只允许在$x$、$z$平面内，故$v=0$）。于是

$$u=\frac{Ak_z}{k_x}\cos[k_z(z+h)]\cos(k_x x-\omega t) \quad (12.15)$$

对于N等于常数的情况，w和u的振幅随深度的变化表示在图12.19中。注意，内波的模态数等于u跨越零点的次数，或等于w的极值（极大和极小）点的数目。如果N随深度变化，那么u和w的铅直结构将会有所改变。对于给定的$N(z)$，如果需要的话，可以在数值上算出内波模态的结构。

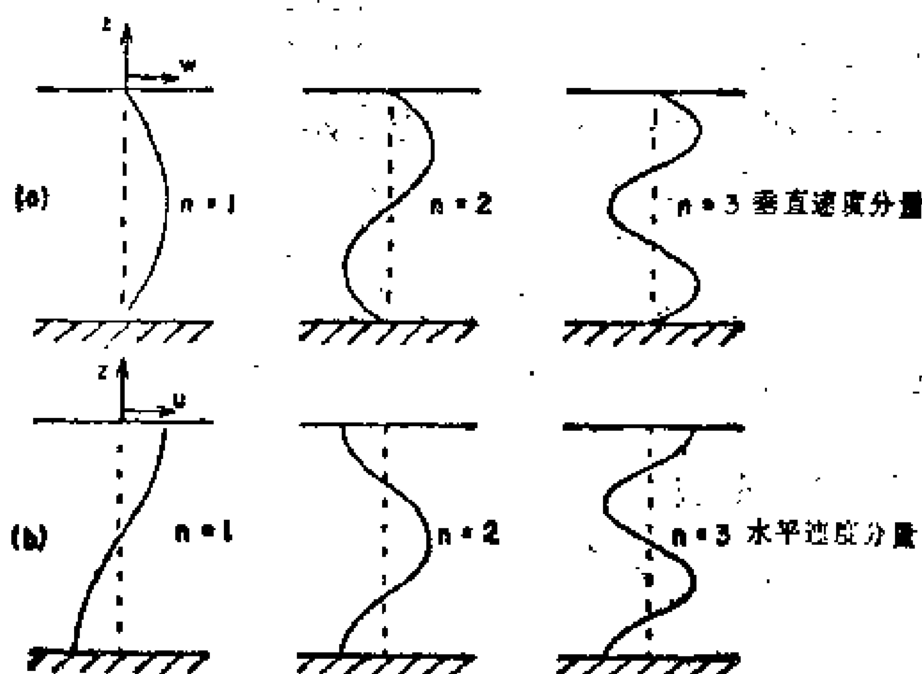


图 12.19 N等于常数(即不随深度而变)的情况下，前三个型态的内波的振幅随深度的变化
(a) 铅直速度分量 (w)；(b) 水平速度分量 (u)

当N等于常数时，内波存在的条件为$\omega \leqslant N$。当N为变量时，内波存在的条件为$\omega \leqslant N_{max}$。在$\omega \leqslant N(z)$的区域中，速度振幅具有型态结构而在$\omega \geqslant N(z)$的区域中，速度振幅按指数衰减。如果ω的值接近于密度跃层区域内的N_{max}，那么内波将局限于很窄的深度范围内。极限密度跃层是交界面处密度的跃变层，这种跃变便导致本章前面讲过的界面波。

12.9.4 内波的成因

关于内波成因的知识，迄今为止还是很不完善的。可能

有以下几种原因：在有很强的速度铅直切变的地方（例如通过水道或不规则底形上的强潮流的流动不稳定性），与移动的低压系统有关的静压效应；风应力的短周期变化；以及由表面波引起的非线性传递。LeBlond和Mysak（1978，5.3节）及Munk（1981）进一步讨论了内波的成因和耗散机制。Munk还讨论了内波与小尺度混合过程的可能联系。

由于内波可引起水体的铅直振动，因此，当我们试图测定海水要素的定常分布时，内波可能给我们带来很大的困难（例如，见Defant的书，1950）。如果这些内波破碎而形成“内”碎波的话，它们也可能是促进海洋中上下层之间混合的重要因素。

12.10 旋转效应

12.10.1 引言

考虑覆盖整个地球表面的一薄层流体，在重力和科氏力作用下的可能振荡（波状）运动。在研究潮汐理论时首先研究了这种运动的可能性。可能发生的运动分为两类：第一类是重力波，如果它们足够长的话，就可能受到旋转效应的影响。第二类运动的周期一般大于一天，这类运动与科氏参数（$f=2\Omega\sin\phi$）随纬度的变化有关。如果地球的旋转速度变为零，则第一类波就变成了通常的重力波，而第二类波就变成了定常海流。如果加上铅直的侧向边界，便可能存在另一种特殊形式的波。根据首次求得描述这种波的解的科学家Lord Kelvin名字，称这种波为开尔文（Kelvin）波。

第二类波也称为行星波或罗斯贝波，因为是Rossby最先在β平面（在该平面上，采用$f=f_0+\beta y$，其中f_0和β都取作常数）上研究了这种波。下面我们将讨论这类波的某些

基本特性。

12.10.2 受旋转影响的重力波、斯维尔德鲁普波和波因卡瑞（Poincar′e）波

对于周期(T)接近于半摆日（$2\pi/f$）的重力波，科氏力项（fu，fv）与局部微商项（$\partial u/\partial t$或$\partial v/\partial t$）具有相同的量级。例如，若u，v正比于$\sin(2\pi/T)$，那么局部微商就正比于（$2\pi/T$）u或（$2\pi/T$）v。如果$T=2\pi/f$，它们正好等于科氏力项。对于周期短得多的波动（例如风浪、涌浪以及周期很短的内波），由于$T\ll 2\pi/f$，科氏项可以忽略不计。对于f等于常数且水平无限的海域，可以证明，受旋转影响的自由重力波（无论是表面重力波还是内重力波），其周期都满足关系$T<2\pi/|f|$。这类波可以称为旋转重力波，以表示对于这类波，重力效应和旋转效应都同样重要（有时也采用“惯性”一词来代替“旋转”，但为了避免与惯性振荡中的“惯性”（见8.2节）混淆，还是应该用“旋转”一词）。惯性振荡是旋转波在“惯性”频率$\omega=f$处的极限情况。强迫的重力波（例如那些由潮汐的强迫作用引起的波）也可能会有$T>2\pi/|f|$的情况。自由波是某些扰动（例如风应力的变化）发生之后出现的可能运动。

现在，我们把海洋当作密度均匀的水体（如在7.4节讨论过的，对于正压情况，这一模型是正确的），于是水平压强梯度便由海面的高度梯度给出（见9.14.2节）。忽略我们认为是小量的对流加速度，水平运动的方程组为

$$\frac{\partial u}{\partial t}-fv=-g\frac{\partial \eta}{\partial x}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+fu=-g\frac{\partial \eta}{\partial y} \qquad (12.16)$$

同时，如果按时间平均的深度为常数h，且$\eta \ll h$，则连续性方程为

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -h\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) \tag{12.17}$$

取f等于常数，对于沿x方向传播的波（因为T很大，它一定是长波）的解为

$$u = [(g/h)/(1-s^2)]^{1/2}\eta_0 \cos(kx-\omega t)$$
$$v = s[(g/h)/(1-s^2)]^{1/2}\eta_0 \sin(kx-\omega t) \tag{12.18}$$
$$\eta = \eta_0 \cos(kx-\omega t)$$

其中

$$s = fT/2\pi = f/\omega, \qquad \omega^2 = (ghk^2 + f^2)$$

相速度和群速度分别为

$$C = [gh/(1-s^2)]^{1/2}$$

和

$$C_g = [gh(1-s^2)]^{1/2}$$

注意 $C \times C_g = gh$，且$C_g < (gh)^{1/2} < C$，旋转效应使这些波成为弥散波。由于波长较长的波传播得快，且$C_g < C$，因此弥散是“正常弥散”。显然，对于物理上可能的解，$S^2 < 1$或$T < 2\pi/|f|$（半摆日）。我们看到，旋转效应使相速度增加，并且还引进了垂直于传播方向的水平运动分量。这种侧向水平运动分量的存在是不难理解的。当质点向前运动时，科氏力会使此质点偏向右（或左）方；当质点向后运动时，它就偏向左（或右）方。当周期和$2\pi/f$相差不大时，科氏力的作用是重要的；当周期远小于$2\pi/f$时，科氏力就可忽略不计。由于这些波是长波，所以$w \ll u$和$w \ll v$，在海面上$w = \partial\eta/\partial t$，在海底$w$减小到零，这和通常的重力长波一样。

有时称这些解为斯维尔德鲁普波，因为 Sverdrup 曾在

1926年发表的一篇文章中利用过这些解。把两个斯维尔德鲁普波迭加在一起，可形成一种能在渠道中传播的波；这种波是Poincaré发现的，他在1910年发表的论文中曾描述过这种波动。在研究半封闭海域的潮波传播时，往往需要讨论波因卡瑞波。波因卡瑞波这个词也常常用来指旋转效应需加以考虑的所有的长重力波。还应该注意，波因卡瑞波要求 $\omega > |f|$。如果波因卡瑞波向着极地传播，那么它一定不能通过 $\omega = |f|$ 的纬度而必从那里反射回来。在强迫波的问题中，为了满足边界条件可能需要具有 $\omega < |f|$（即 $T > 2\pi/|f|$）的波因卡瑞“波”，但是这种“波”将随着离开边界的距离而按指数衰减；另外，尽管这种“波”仍随时间周期性地变化，但并不传播。

周期接近于 $2\pi/|f|$ 的内波也受到旋转效应的影响。对于 $N^2 \gg 4\Omega^2\cos^2\phi$（在海洋中，深度小于3千米）的情况，正如上面提到的，$\omega = |f|$ 是最低的频率，即 $T < 2\pi/|f|$。长内波解的形式与前面讨论过的斯维尔德鲁普表面波或波因卡瑞波的形式相同，所不同的只是公式中的 h 要用一等价的深度 h_n 来代替，其中 n 为内波的型态数，取 $n=1, 2, \cdots$ 的值。一般说来，$h_n \ll h$，如果 N 等于常数，则有 $h_n = N^2h^2/gn^2\pi^2$；如果 $N = 2\times10^{-3}$ 弧度·秒$^{-1}$，$h = 5$千米，$n = 1$，则有 $h_1 \approx 1$ 米，可见内波的传播速度比通常的表面波的传播速度小得多。在深海中，条件 $N^2 \gg 4\Omega^2\cos^2\phi$ 并不成立，因此情况就变得更复杂。特别地，地球角速度 Ω 的水平分量 $\Omega\cos\phi$ 以及由此量引起的方程中的科氏力项（见第六章）就不能忽略不计。

12.10.3 开尔文波

如果存在侧向的铅直边界，则方程（12.16）和（12.17）

就可能具有开尔文波解。如果侧边界平行于x轴（即东西向的），此解为

$$u=\eta(g/h)^{1/2} \qquad v=0$$

其中

$$\eta=\eta_0\exp(-fy/C)\cos(kx-\omega t) \qquad (12.19)$$

由于$C=(gh)^{1/2}=C_g$，$h=$常数。在北半球，侧边界位于开尔文波传播方向的右侧（在南半球边界在左侧）。振幅在边界上最大，并随着离开边界的距离而按指数衰减（这是用来鉴别边界波的一种特征）。在任一时刻，在任一点上，科氏力都与由表面倾斜引起的压强梯度力相平衡。开尔文波也可沿着赤道（在那里f改变符号）从西向东传播；另外，开尔文波也可出现于海底地形突变的水域（此时称这种波为“双”开尔文波，因为在深度突变线的两侧都有振幅呈指数衰减的波运动）。

注意，对开尔文波的频率没有任何限制，除了其频率必须足够低，以保证我们处理长波问题时所作的假定是正确的以外。因为$v=0$，所以x方向的动量方程和连续性方程正好给出没有明显旋转效应的、以通常波速$C=(gh)^{1/2}$传播的长波。y方向的动量方程是地转方程，因此旋转效应决定了离开海岸时振幅的指数减小，同时也决定了传播方向的单向性（如果沿相反方向传播，那么随着离开边界距离的增加振幅会指数增加，这在物理上是不现实的）。振幅衰减的长度尺度（即振幅衰减e^{-1}倍所需的距离）是$C/|f|=(gh)^{1/2}/|f|$。若取$h=5$千米，$f=10^{-4}$秒$^{-1}$（中纬度），有$C/|f|\approx 2200$千米；对于$h\approx 100$米的浅海，有$C/|f|\approx 300$千米。这里所说的长度尺度类似于在9.14.2节引进的罗斯贝变形半径$\lambda=(g'D_0)^{1/2}/|f|$。于是$C/|f|$就是罗斯贝变形外径或

正压的罗斯贝变形半径(λ_e)，而第九章引进的半径就是罗斯贝变形内径或斜压的罗斯贝变形半径(λ_i)。对于两层流，有

$$\lambda_i=(g'(h_1h_2)/(h_1+h_2))^{1/2}/|f|$$
$$\approx(g'h_1)^{1/2}/|f| \qquad (12.20)$$

对于$h_2\gg h_1=D_0$成立。此结果与第九章的结果相同。罗斯贝变形内径是内开尔文波振幅衰减的长度尺度；内开尔文波解的形式与(12.19)式相同，所不同的只是要用h_n代替其中的h；对于$\Delta\rho/\rho\approx2\times10^{-3}$和$h_1\sim h_2$，有$\lambda_i\sim0.03$和$C/|f|=\lambda_e$；对于连续层化的情况，$\lambda_i=Nh/|f|$。

一般说来，下一章将要讨论的潮汐具有开尔文波的性质，但在某些区域中也可能具有波因卡瑞波的性质。当开尔文波占优势时，潮波围绕着海盆传播，而海岸位于传播方向的右方，且振幅于海岸处最大。作为例子，图13.7给出圣劳伦斯河口的情况，图13.8给出北太平洋的情况。

12.10.4　行星波或罗斯贝波

这些波是与"β效应"(即科氏参数f随纬度的变化)有关的长周期波。这里我们将指出β平面上解的某些性质，而将更完全的讨论留给更深入的课程[例如LeBlond和Mysak,(1978)的著作，第三章]。

首先我们应该研究f随纬度的变化是怎样导致振荡运动的。我们在第九章讨论赤道潜流时曾指出，向东的海流如果受到扰动就可能产生振荡运动。更一般地，如果我们向北移动一块水体，此水体的初始相对涡度为零，且没有引起位势涡度变化的摩擦力或深度变化的影响。因为f向北增加，所以当水体向北移动时，它将获得负的相对涡度，并将作顺时针的旋转。由于f的变化，水体向极地部分上的科氏力最大，而水体向赤道部分上的科氏力最小；于是f的变化便引起使水

体向南移的向南的净力，即恢复力。如果这个恢复力把水体推移到其原来位置的南边，那么水体的环流就变成了逆时针的；考虑到f的变化，水体现在便受到了向北的净力，此净力也是恢复力。这样一来，f的变化就提供了能使振荡发生的恢复力（在水平面上），这正和表面波与内波的重力效应（在铅直平面上）一样。所得的流动近似地为水平流动。另外，由于时间导数（以及对流加速度）与科氏力项相比是很小的，所以对于$T \gg f/2\pi$，流动基本上是地转的（常常称为准地转的）。因此，如果有充分详细的观测资料，通过地转计算就可以把这类流动（或波）表示出来。

从运动方程可导出罗斯贝波的弥散关系为［见 LeBlond 和 Mysak（1978）的著作，1.8节］

$$\omega_n = -\frac{\beta k_x}{k^2 + f^2/gh_n} \tag{12.21}$$

其中，k_x是水平波数k的x方向分量（由于ω_n是正的，所以k_x总是负的），$k = 2\pi/\Lambda = (k_x^2 + k_y^2)^{1/2}$，$\beta = \partial f/\partial y$。正压型的（与深度无关的）波就是$n = 0$和$h_0 = h$时的波；而$n =$ 1，2，…对应于斜压型的波（内波），其中h_n为上节中提到的等价深度。注意，当Λ减小（k增加）时，ω也减小（周期增加）；这与表面重力波的情况正好相反，较短的波反而具有较长的周期。相速度的两个分量为

$$C_{nx} = -\frac{\beta k_x^2}{k^2(k^2 + f^2/gh_n)}$$

$$C_{ny} = -\frac{\beta k_x k_y}{k^2(k^2 + f^2/gh_n)} \tag{12.22}$$

C_{nx}总是负的，也就是说，相速度总有一向西的分量；C_{ny}可能是正的也可能是负的（向北或向南）；而群速度（即能量

传播速度）则可能沿着任何方向并有如下分量

$$C_{ngx}=\frac{\beta(k_x^2-k_y^2-f^2/gh_n)}{(k^2+f^2/gh_n)}$$

$$C_{ngy}=\frac{2\beta k_x k_y}{(k^2+f^2/gh_n)^2} \qquad (12.23)$$

还要注意，对于$n=0$有$f^2/gh_n=1/\lambda_e^2$；而对于$n=1,2,\cdots$，有$f^2/gh_n=(n\pi/\lambda i)^2$。$(f^2/gh_n)$ 这一项是由于包括水平散度所引起的；对于$\Lambda\leqslant\lambda_e$有$f^2/(gh)\leqslant 0.03k^2$，因此可以忽略不计。对于开阔大洋，$h=5$千米，$f=10^{-4}$秒$^{-1}$，$\lambda_e\approx$ 2200千米；如果$N\approx 2\times10^{-3}$弧度·秒$^{-1}$，$\lambda_i\approx 100$千米，所以$(n\pi/\lambda_i)^2$这一项通常是重要的。

为了对传播速度和周期有一初步的了解，对于$\Lambda<\lambda_e$和具有$k_y=0$，$-k_x=k$的波（即相位向西传播的波），考虑正压型的运动。此时有$\omega_0=\beta/k$，$C_{ox}=-\beta/k^2$，$C_{oy}=0=C_{ogy}$，$C_{ogx}=\beta/k^2$（与C_{ox}反号，即指向东），设$\beta=2\times10^{-11}$米$^{-1}$·秒$^{-1}$和$\Lambda=1000$千米，便有$C_{ox}=-0.51$米·秒$^{-1}$；而对于$\Lambda=300$千米，则有$C_{ox}=-0.05$米·秒$^{-1}$。相应的周期为23天和76天。对于向西南方向的相位传播，$k_x=k_y$，$k^2=2k_x^2$，$\omega_0=(\beta/\sqrt{2}k)$，$C_{ox}=C_{oy}=-\beta/2k^2$，$C_{ogy}=0$，$C_{ogy}=\beta/k^2$(向北)。

对于给定的k值，与向西的相位传播相比，对于向西南的相位传播，周期应乘以1.4，相速度应乘以0.7；群速度保持相同的值，但能量传播的方向改变了90°。对于斜压型的波动，由于有额外项$f^2/(gh_n)$，所以传播速度较小而周期较长。

在POLYGON和MODE（洋中动力学实验）的实验中观测到的中尺度涡，可以通过罗斯贝波(包括内波形式的)的

线性迭加来拟合。不过在这些涡中，流动速度的量级为O（10厘米·秒$^{-1}$），而相速度的量级为O(5厘米·秒$^{-1}$)。在波运动中，流动速度与相速度的比值是非线性项相对重要性的一种度量。虽然，涡显示出相位向西的传播，且可以用有限区域内的观测资料通过罗斯贝波来拟合，但中尺度涡的动力学却不可能是线性的。

涡可以由正压或斜压不稳定性产生。如果非线性效应是重要的，那么这些涡的尺寸就会增长（其行为类似于二维湍流）。然而，如果它们充分地成长，那么在与平均流动相互作用之前它们可能变得几乎是线性的（罗斯贝波的一种迭加），并把它们的能量辐射出去（也许被耗散掉，也许在边界上被反射）。如果在与平均流动相互作用之前，这些涡增长到其动力学仍能保持线性的尺寸，那么它们除了作为能量的汇以外可能并不很重要。因为与大气中的涡相比，海洋中的涡开始是很小的，因此与大气中的情况相反，除了作为能量损失过程以外，海洋中的涡对于平均流动可能并不很重要。正如在第十一章中已指出的，海洋中涡的重要性还没有被确认。

12.10.5　地形效应

更一般地说，重要的不是f的变化而是f/h的变化。当深度变化起主导作用时(如在海岸附近常常发生的情况)，可能出现的罗斯贝波就称为地形罗斯贝波。的确，实验室尺度的模型中，旋转速率不可能随位置而变化，但β效应可以通过改变h来模拟。

地形的变化可能导致波的拦获作用（波能集中在某一区域中）。f的变化也可导致波的拦获作用，特别是在赤道附近。对重力波和罗斯贝波都可发生拦获作用，拦获重力波称

为边缘波，拦获罗斯贝波称为陆架波。开尔文波也可以认为是拦获波的一种特殊情况；开尔文波的存在依赖于边界的存在（或者依赖于赤道处f符号的改变，或者依赖于深度的突然变化）。拦获波是一种边界现象，因为在边界附近它们的振动很大，随着离开边界距离的增加其振幅不断减小。

作为一个例子，考虑以某一角度接近海岸的重力波[如图12.8(a)所示]，在接近海岸时水深是减小的，但在岸边有一铅直的边界(峭壁)，因此海岸处深度不为零。通过折射，

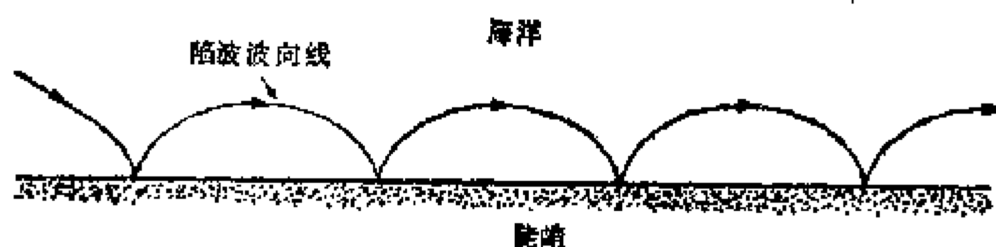


图 12.20　当波浪破碎前就发生反射时，导致波的拦获作用的折射。这里画出了一条波向线

波峰线变得越来越与峭壁平行(波向线越来越与峭壁垂直)。如果波不破碎，它们将以等于入射角的反射角在峭壁上发生全反射。然后它们将向外传播，同时不断发生折射，并使波峰线越来越与海岸垂直，可是又转而向内传播，并在岸边再次被反射。这样，波向线将形成一系列的弧线，如图12.20所示。对于行星波，f/h的变化也可能引起类似的情况。

对于沙滩上一系列的小海角（尖点）的形成和裂流的分离，边缘波似乎都起着一定的作用。陆架波可以引起显著的振荡沿岸流。对于地形波和波的拦获作用的更完整的处理，可以在LeBlond和Mysak(1978)的著作中找到。

第十三章　潮　　汐

13.1　引言

潮汐是平均周期为12.4小时（在某些地方为24.8小时）的海面交替涨落现象的简称。在个别地点，涨落周期可与平均周期相差一小时左右；在全球范围内，各地的涨落有很大

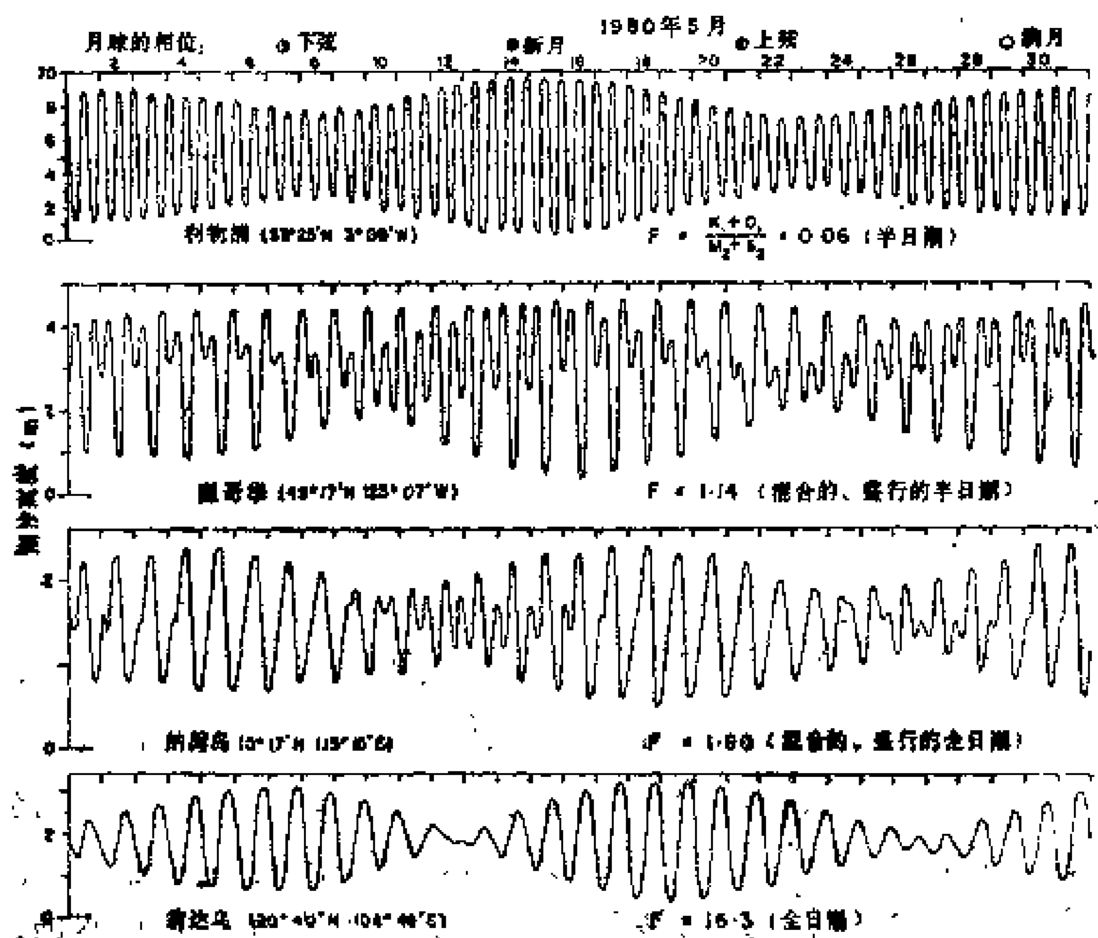


图 13.1　1980年5月的潮汐曲线(数据取自英国海军部的潮汐表)；

图中的四组曲线分别表示出四种潮汐类型，而潮汐类型是通过主要全日分潮和主要半日分潮的"形态比" $F=(K_1+O_1)/(M_2+S_2)$ 来规定的

不同。根据主要全日分潮和主要半日分潮的相对大小，我们可把潮汐分成四种类型(这一点将在13.6.1节介绍)；图13.1表示出这四种类型潮汐的例子。对于大多数观测者来说，最明显的特征是水位的涨落，但从根本上说来，首要的现象是水平的潮流。海岸附近海水的涨落主要是潮流流向海岸或离开海岸时发生在岸边的辐聚或辐散所引起的。

史前时期的海边居民就已观察到了规则的水位涨落和潮流。到十三世纪时，大量的观测已导致了与月球运动有关的经验预报方法。然而，只有在Newton(约1687年)应用他的万有引力定律解释了潮汐的基本物理原因之后，才有可能提出系统的预报方法。为了说明现在的潮汐理论和预报技术是如何发展起来的，我们将首先介绍潮汐的基本动力学，然后再来描述大洋中和近岸水域的潮汐和潮流的某些特征。

应该指出，潮汐不仅发生在海洋中，而且也发生在大气中和固态的地球内部，但本书只讨论海洋潮汐。

13.2 引潮力

13.2.1 引潮力的起源

潮汐是月球、太阳和地球的引力和此三个星体的旋转共同作用的结果，这里所说的旋转是指地球和月球绕其公共质心的旋转以及地球和太阳绕其公共质心的旋转。原则上，太阳系中的其他星球也可产生作用在地球上的引潮力，但与月球和太阳的引潮力相比，它们小得完全可以忽略不计。引潮力的量值只不过是地球引力的10^{-7}倍，但由于它是作用在整个海洋水体上的体力，且具有水平分量，因此它是很重要的。

我们将按照Darwin1911提出的方法来解释引潮力的主要性质，首先来看地球与月球这一对星球。

设想我们自己远离地球，并从北极的上空来看地球和月球，那么它们的相对位置如图13.2(a)所示(此图不是按比例画的；为了方便起见，我们把月球画得过于靠近地球了）。在这样的观察者看来，地球绕地轴作逆时针方向的旋转，而地球和月球则象一个不对称的哑铃一样，作逆时针方向的旋转。因为地球和月球的公共质心Z在地球内部大约四分之一地球半径处，所以这对星球将绕一根通过Z点且垂直于纸面的轴旋转。为了弄清月球的引力加上地球和月球旋转的效应，我们暂时假定地球没有自转。图13.2(b)表示出月球绕通过Z点的轴转动一周时四个阶段[(1)到(4)]的运动特征。现在，地球的运动与通常情况不同，因为地球的方向是保持不变的(在地球上画上"面孔"就是为了强调这一特点)，但地球上的每一个点都作圆周运动，其半径等于从地心到轴Z的距离[观察这种运动的最简单的方法是把你的手平放在桌子上，手指伸开，在保持前臂总指向同一方向的条件下移动你的手，使手上的一点(例如拇指尖)沿一个直径大约为10厘米的水平圆圈移动。你将会看到你的手的每一部分都画出同样大小的圆圈，指尖和手掌都以同样方式运动]。图13.2(c)表示地球上的A点和B点描画出的圆圈。为使地球上所有的点都能沿这样大小的圆周运动，每一点都必须有量值相等的向心加速度（或每单位质量的向心力），此加速度平行于地球和月球的连线并指向月球。平均说来，这种向心加速度是由月球的引力来提供的，但在地球表面上这一引力不是均匀的，靠近月球一侧所受的引力稍大于向心加速度，而背离月球一侧所受的引力则稍小于向心加速度(由于从月球到地球表面各

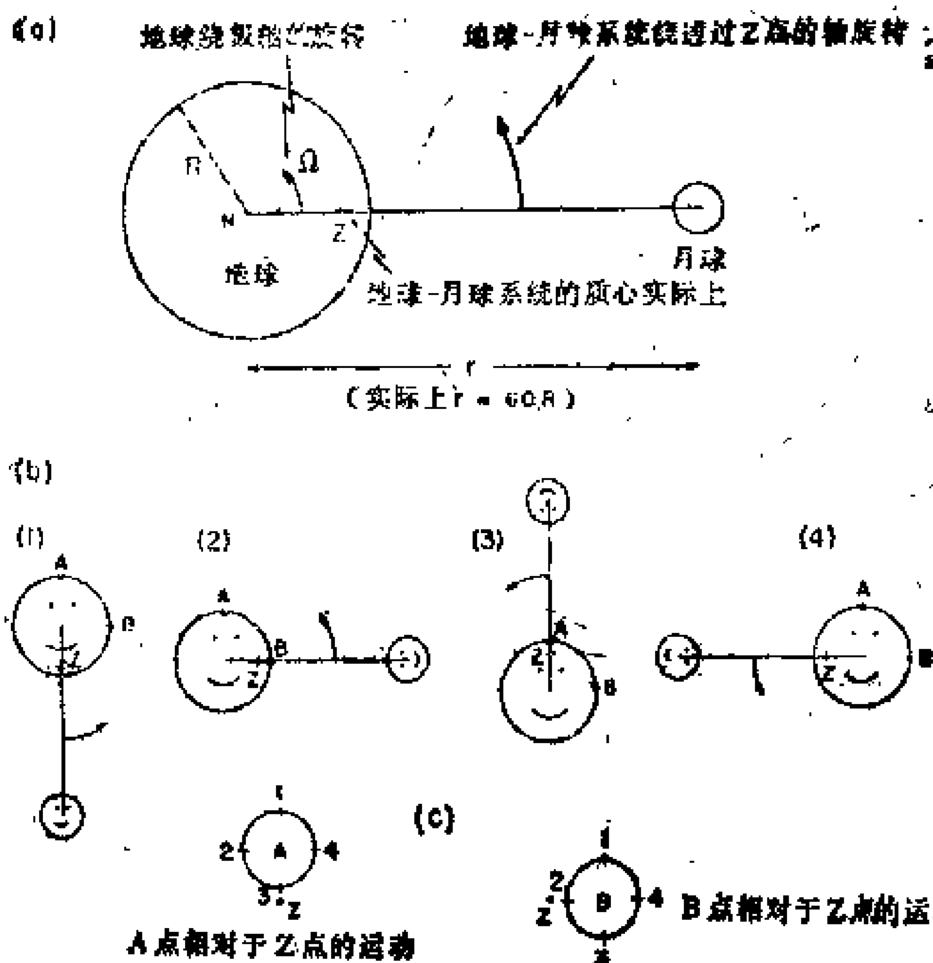


图 13.2 (a)地球和月球绕公共质心Z旋转；(b)地球和月球的相继位置受到地球轴旋转的干扰；(c)在地球表面上，A和B两点的运动

点的距离不同，所以引力加速度是不均匀的)。

为了便于后面表示力(即每单位质量的加速度)的分量，在图13.3(a)中，我们把月球画得很靠近地球，以便强调涉及到的一些角度。(下面，凡提到“力”均指每单位质量上的力，而不再每次都明显地加以说明。)我们将考虑地球表面A，B，C，D四个点上的力。A点和C点是离月球等距离的点。在B点和D点，月球对地球上的单位质量的引力F_b和F_d分别用箭头表示。这两个力大小相等，因为这两点到月球的距

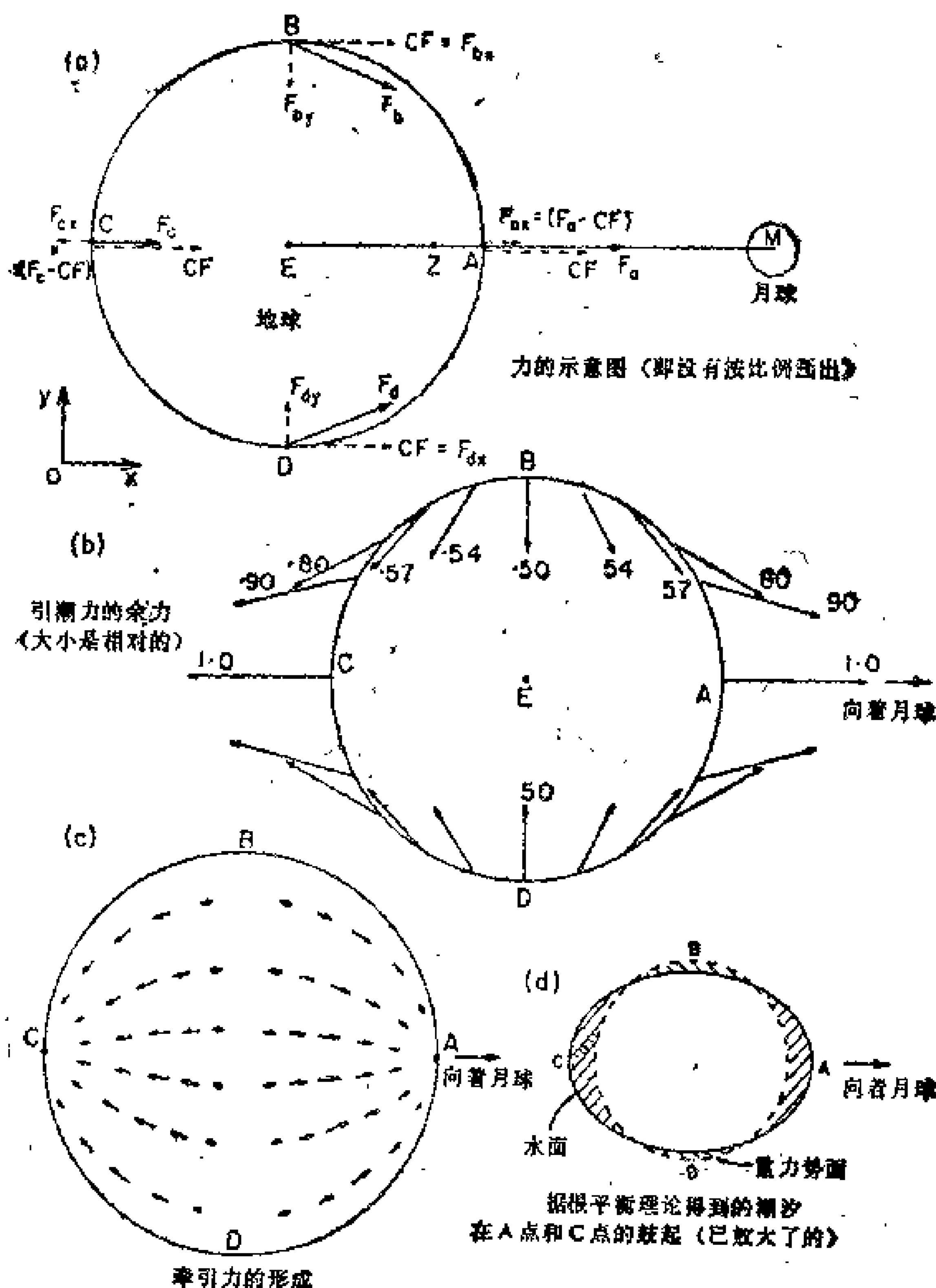


图 13.3　(a)每单位质量的向心力(CF)和地球的一些点上每单位质量所受月球引力(Fa, Fb, Fc, Fd)的方向(不是按比例画的)；(b)地球表面不同点上剩余力(F-CF)的方向和相对大小(准确到一阶，见正文)；(c)在整个地球表面上水平引潮力的分布形式；(d)根据海水覆盖整个地球的平衡潮理论所得到的在A点和C点上的潮位"隆起"

离相等。因为B,D两点到月球的距离与地心到月球的距离差不多相等[记住,在图13.3(a)中角BME(实际上约为1°)是被显著地放大了的],所以引力F_b和F_d的值几乎精确地等于月球对地球上单位质量物体的引力的平均值(F/M_e)。根据牛顿万有引力定律,$F/M_e=GM_m/r^2$($\equiv CF=3.32\times10^{-5}$米·秒$^{-2}$),其中$G$为引力常数($=6.67\times10^{-11}$牛·千克$^{-2}$·米^2),$M_e$和$M_m$分别是地球和月球的质量,$r$为地心和月心之间的距离。A点处月球的引力$F$比平均值$F_a/M_b$大,因为A点离月球近些;而C点的值$F_c$则小于$F/M_e$。这些差值约在3%左右,四个力$F_a$,$_bF$,$F_c$和$F_d$的值在图13.3(a)中以实线箭头半定量地表示。在地球和月球绕公共质心旋转过程中,为了使它们之间的距离几乎保持不变,所需总向心力是由引力来维持的,因此其值必等于F,或者说每单位质量的值必等于F/M_e($=CF$),如图13.3(a)中用虚线箭头表示。

根据牛顿万有引力定律,在D点每单位质量受到的月球引力为$F_d=GM_m/(r^2+R^2)$,其中R是地球半径。把分母改写为$r^2(1+R^2/r^2)$,并展开成级数,便有$F_d=(GM_m/r^2)(1-R^2/r^2+\cdots)$。因为$R/r\approx1/60$,所以$F_d$的量值几乎等于$CF$,两者之差为1/3600。把$F_d$分解为平行于线EM和垂直于线EM的分量,即$F_{dx}[=F_dr/(r^2+R^2)^{1/2}]$和$F_{dy}[=F_dR/(r^2+R^2)^{1/2}]$,再利用级数展开式,我们得到

$$F_{dy}=(GM_m/r^2)[1-(3/2)(R^2/r^2)+\cdots]$$

$$F_{dy}=(GM_mR/r^3[1-(3/2)(R^2/r^2)+\cdots]$$

在1/2400的精度范围内,我们可以取$F_{dy}=CF$,而剩余力为$F_{dy}\approx CF/60$,且指向地球内部[注意,($F_{dy}-CF$)的量值约为F_{dy}的1/40]。类似地,在B点也有量值与F_{dy}完全相等的剩余力,F_{dy}此力也指向地球内部。在A点,$F_a=GM_m/(R-r)^2$

是指向外(即指向月球)的。将F_a展开便有

$$F_a=(GM_m/r^2)(1+2R/r+3R^2/r^2+\cdots)$$

而指向外的剩余力为

$$F_{ax}=F_a-CF=(2GM_mR/r^3)[1+(3/2)(R/r)+\cdots]$$

准确到一阶精度[即与1相比，忽略$O(R/r)$的项]时，$F_{ax}=CF/30=2F_{by}$。忽略掉的项大约是F_{ax}的1/40。在C点，月球引力F_c略小于提供CF所需要的值，所以那里的质点受到一向外的力

$$F_{cx}=F_c-CF=GM_m/(r+R)^2-CF$$
$$=-(2GM_mR/r^3)[1-(3/2)(R/r)+\cdots]$$

虽然F_{cx}的值比$CF/30$实际约小2.5%或者说比F_{ax}约小5%，但准确到一阶时，可认为$F_{cx}=-CF/30$。对于我们的目的而言，为了说明原理，我们只要采用准确到一阶的剩余力就够了(为了作更详细的计算，就须保留更高阶的项)。还要记住，尽管这些剩余力确实稍微有些不对称，F_{ax}比$-F_{cx}$稍大些，但整个地球表面上的剩余力之和(积分)却为0。这个结论对于垂直于EM方向的分量是显然的，因为对于每一点都存在一个对应点，在这两点上垂直于EM的力的分量恰好量值相等而符号相反，例如B点和D点。对于平行于EM方向的分量，这个结论并不那么明显，这一点作为一个练习留给具有必要数学基础的读者，可以证明正比于R^2/r^4的这个方向上的分量的积分确实为零。

在A，B，C，D四点的任意相邻两点间，剩余力从向内的方向逐渐变为向外的方向。图13.3(b)标出了在所画平面上的地球表面一系列点的剩余力方向，同时还表示了这些力相对于A点和C点的值的相对值(A点和C点的值取为1)，在A点和C点的实际值约等于1.1×10^{-6}米·秒$^{-2}$。把图13.3(b)绕

EM轴旋转，就可以得到地球表面其余部分上的剩余力分布。这些剩余力就是引潮力。

现在，可以把这些力再分解(局部地)为铅直分量和水平分量。铅直分量的最大值(位于点A或点C)的量级只为地球引力的10^{-7}倍，因此可以忽略不计。水平力的绝对值也很小，但这些力与海洋中其他的水平力有相同的量级，因此是有重要意义的。这些水平分量的分布具有如图13.3(c)所示的形式。沿着通过两极(B与D)的一条子午线和在远离月球点与靠近月球点(C点和A点)上，它们为零；沿着从A点或C点算起的45°的小圆周上，它们取最大值，且在接近月球的一边其方向指向月球，而在远离月球的一边其方向背离月球。这些分量是引潮力的有效分量。

这幅水平引潮力的分布图是与地球-月球中心线固结在一起的，这是因为迄今为止我们一直假定了地球没有自转的缘故。现在如果我们考虑地球绕其极轴的自转，那么在一天之内，地球表面上的每一点的水平引潮力都将按图13.3(c)所示的分布形式变化一周，其中有两次其水平引潮力指向月球，有两次则背离月球。也就是说，尽管地球自转的周期为一天，但水平引潮力的周期却是半天。这就是一天自转一周的地球上存在半日潮的基本原因(这里的"日"为太阴日。因为地球相对于太阳的自转周期为24小时，而月球绕地球转动的周期为27.3天，所以一个太阴日约等于24.8小时)。

13.2.2 引潮力的调和分量

地球-太阳系统也可产生引潮力，此引潮力类似于地球-月球系统的引潮力，但这两者具有如下两方面的差别：(1)太阳引起的最大潮汐效应大约只为月球引起的最大潮汐效应的一半(日地之间的距离比月地之间的距离大，太阳的质量

比月球的质量大，但距离的效应超过了质量的效应）；（2）由于太阳和月球并不同步旋转，因此太阳引潮力的分布图像和月球引潮力的分布图像是各自独立旋转的，从而引起复杂的合成引潮力分布。

太阳和月球绕地球的视运动轨道不是圆形而是椭圆形，且旋转平面并不总在赤道面内，而会呈现出南北方向上的摆动，其摆动周期对太阳来说为一年，对月球来说为一个月；这些事实都会使合成引潮力变得更加复杂。此外，还有由其他运动引起的周期长达十九年的较长周期的变化（例如月球穿过黄道面的交点的回归引起的周期为18.6年的变化）。但是，太阳和月球的运动是精确地知道的，所以有可能把合成引潮力表示为许多简单的调和成分（正弦波或余弦波）之和，每

表 13.1 主要引潮力成分的特性

族和名称	符 号	周 期（太阳时）	相对大小
半日潮族：			
主要太阴潮	M_2	12.42	100
主要太阳潮	S_2	12.00	47
较大的太阴椭圆潮	N_2	12.66	19
太阴太阳半日潮	K_2	11.97	13
全日潮族：			
太阴太阳全日潮	K_1	23.93	58
主要太阴全日潮	O_1	25.82	42
主要太阳全日潮	P_1	24.07	19
较大的太阴椭圆潮	Q_1	26.87	8
长周期潮族：			
太阴半月潮	M_f	327.9	17
太阴月潮	M_m	661.3	9
太阳半年潮	S_{sa}	4383	8

个成分有它自己的特征（不变的）周期、初相位和振幅。这些成分通常被分为三族：周期约为半天(半个太阴日）的成分，周期约为一天（一个太阴日）的成分和长周期（比一天长，一般为十四天或更长）的成分。表13.1列出了几个主要分潮，其中最大的分潮M_2(主太阴分潮)的振幅取为100，而其他的分潮振幅都是指相对于M_2的相对值。在某些情况下，例如在描述河口潮汐时，有多达65个分潮被公认为是重要的。通过把其他分潮乘以逐年改变的“交点因子”，便相当于考虑了周期约为19年的分潮。

13.3 海洋对引潮力的响应——潮汐理论

现有两种潮汐理论，平衡理论和动力学理论，在这两种理论中，潮汐的驱动力都是水平引潮力。

13.3.1 潮汐的平衡潮理论

作为研究海洋对引潮力的响应的初次尝试，Newton提出了平衡潮理论，此后，许多研究工作者也继续对此理论作了研究，并把这种理论作为更符合实际情况的理论的参考标准。在平衡潮理论中，假定整个地球表面均被一层等深度的密度均匀的海水覆盖。于是水平引潮力图[13.3(c)]就使海水向A点和C点辐聚，并从通过B点和D点的一条子午圈向两侧辐散。如果经历的时间无限长，平衡状态就可达到，此时相对于等重力势面的水面坡度[见图13.3(d)]所引起的流体静压梯度力与水平引潮力相互平衡，如果固态地球自转，就会在一个太阴日中相继观察到两次高潮和两次低潮（除了沿两个围绕B点和D点的纬圈以外，在这两个纬圈上没有水面的升降)。这种理论解释了潮汐具有半日周期的这一性质，同时也解释了高潮不等现象和低潮不等现象（当月球不在赤道面

时)。但是，预报得到的潮差(对太阴潮为0.55米左右，对太阳潮为0.24米左右，合起来的最大值为0.79米)却远小于实际海洋中的观测值。平衡潮理论的另一些缺点是：实际海洋对不同引潮力成分(表13.1)的响应并不与这些成分的振幅成比例，响应情况是随地点而变化的，而且高潮并不总是在月球中天（经过天顶）时刻发生，可能提前或推后几个小时。

显然，在这个理论中，人为性太强，因为这个理论假定了地球表面完全被海水覆盖，还假定可以经历无限长的时间以建立流体静压梯度力与水平引潮力之间的平衡（后一假定的另一种说法是：水体受到重力作用但没有惯性和摩擦，因此可以在瞬间建立起平衡状态)。

13.3.2 潮汐的动力学理论

在Newton以后大约一百年，Laplace提出了潮汐的动力学理论。在这个理论中，仍然假定等深度的匀质海水覆盖着整个地球表面，但认为周期性的水平引潮力引起了具有相应于各成分的周期波，即强迫波。忽略科氏加速度和质点的铅直加速度。在Laplace以后的发展中，大量的努力花费在寻找规则形状（例如代表海峡或窄长海域的窄沟渠或代表较大海域的球面扇形）水体的拉普拉斯方程的解析解上。在大部分的研究中，水体深度均取为常值，而且一般都忽略了在实际海洋中可能出现的自由振荡，这种自由振荡是由与海底地形相互作用的强迫运动产生的；近来这方面的内容和密度层化的某些效应已得到了一些研究。已发现的对潮汐有重要影响的因素有：水体的自吸引效应和由海洋潮汐引起的固态地球的变形效应，同时必须对科氏力项和铅直加速度项加以考虑，特别地对于内潮波更是如此。

对于真实的海洋，现在还不可能得到运动方程组的解析解。但有可能在数值上求解方程组，并且对于简化的海盆模型已经得到了可靠的结果(见13.6.4节)。如果对海洋形状和深度不作出很大的简化，那么就很难得到详细的解，其中主要的限制在于需要花费大量的计算机时间。

13.4 潮汐分析和预报的实用方法

13.4.1 调和分析——经典方法

如果现有理论不适于从动力学原理上来预报潮汐，那么为了大致了解各地的潮汐状况，为什么又能买到世界大多数港口的潮汐表（表中载有潮时和潮高的预报值，在某些地方还载有潮流的预报值）呢？实际上，人们是用经验统计方法来求解运动方程的。我们在特定的地点，在一段时间内记录下作为时间函数的水面升降，然后对这合成的潮高曲线加以分析以求得各调和分潮，并利用这些分潮对未来的潮汐进行预报。甚至在现有的潮汐理论发展起来之前，就已经使用了这种经验方法。

记录曲线是复合的谐波曲线，也就是说，它代表了不同周期、不同振幅和不同相位的许多谐波之和。通过直接的数学方法(但如用手算却是很繁琐的)把记录曲线分解为许多简谐分潮，每个分潮可以用一条具有它自己的周期和相位的正弦曲线来代表，它的振幅表示它对整个潮汐的贡献（相对于平均海面的）。可以把这些分潮计算到未来的任一时刻，然后把未来时刻的所有分量相加，便可求出这一未来时刻的潮高，最后对与交点回归有关的长周期变化作出适当的订正。在实际工作中，潮汐曲线观测的精度有限，因此确定分潮时的精度也有限，同时预报时间越长，预报精度也就越

差。当然，我们所掌握的现场观测资料的系列越长，算出的分潮就有可能有更高的精度，从而预报的精度也就越高。

尽管潮汐理论本身还不能把潮汐预报到满意的精度，但它的确告诉实际工作者，在他的潮汐记录分析中应该寻找哪些分潮，例如寻找表13.1中的那些分潮[此外，当非线性效应变得重要时（通常这种情况发生在沿岸区和河口），也许还要加上"和频分潮"与"差频分潮"]。正是潮汐理论的这一贡献把潮汐预报从纯经验方法改变为建立在可靠的物理原理基础上的方法。

直到最近，从潮汐记录曲线求得分潮调和函数的调和分析还是根据表列的逐时潮高用手工方法进行的，但现在这种分析是用数字计算机来完成的。过去，潮汐预报是用Kelvin发明的模拟装置来进行的，在此装置中，各分潮是由旋转的偏心轮（凸轮）来代表的，它的偏心距与分潮振幅成正比，它的旋转速度与分潮周期成反比。在所有的凸轮上面通过一条钢带把凸轮的位移加在一起，并把这个总位移记录在一条纸带上，其结果就是未来的潮高随时间变化的曲线。现在，潮汐预报的这一步骤也是用数字计算机来进行的。预报时，先设计好预报的计算程序，计算出高低潮的潮时和潮高，并把结果汇编成便于出版印刷且附有标题的表格形式。

这里有必要指出一个重要的事实，由分析得到的某一特定位置的各潮位分潮间的振幅相对比例与引潮力各成分间的相应比例不一定具有相同的值。某一位置附近海盆的特殊形状使得海水对不同分潮具有不同的响应，以致一些分潮振幅的放大倍数大一些，而另一些分潮则可能小一些，这就是在海洋的不同部分上的潮汐之间存在差别的主要原因。在一定时段内记录实际潮汐的目的是在理论方法还不足以从数学上

来计算局部响应时确定出这种局部响应。

用于预报的分析出来的分潮数目依赖于所要求的精度。为了使预报潮汐的误差在10%以内，通常采用表13.1中的前七个分潮(即M_2，S_2，N_2，K_2，K_1，O_1和P_1)，就可预报出误差在10%以内的潮位，但是要提前两年或三年预报出大洋附近港口的潮汐，一般要用20到30个分潮，而要预报那些由于海底地形效应和非线性效应而使潮汐变得更复杂的河口处的潮汐，则须采用60个或者更多的分潮。

为了分析出20—30个分潮，通常需要使用连续369天的逐时观测值，同时还要重复分析几年，以提高精度。如果要分析的分潮比较少，也可以使用29天甚至15天的连续记录。369天、29天和15天都近似等于所要计算的主要分潮的周期的整数倍，过时了的“手工计算方法”要求使用这种时间长度的记录。如果利用数字计算机来进行分析，那么可以使用任意长度的记录；当然越长越好。另外，如果采用数字计算机方法，也不要求等时间间隔(例如逐时的)的观测资料，尽管通常都有等时间间隔的观测资料。可以用足够精度加以计算的(即过程理论中常提到的“可分辨的”)分潮的数目依赖于记录的长度。需要详细了解潮汐分析的实际作法和有关限制的读者可以参阅Godin (1977)的《潮汐分析》(The Analysis of Tides)一书。

应该记住，除了引潮力以外，海面还受到其他因素（例如大气压强、风增水、太阳加热等）的影响。这些所谓的气象潮在调和分析过程中都作为残差留下来，也不能对它们作出预报[除非它们具有潮汐周期的分量，例如可作为S_2分潮的一部分而被包括在内的陆-海微风效应和辐射潮(见13.4.2节)]。在没有这类气象扰动的情况下，潮汐预报一般可精确

到±3厘米(潮高)和±5分钟(潮时)左右。气象效应（不包括象飓风这类的极端情况）可以引起几十厘米(潮高)和几十分钟(潮时)的差异。

13.4.2　傅里叶分析——响应方法

调和分析方法从潮汐记录中只提取出对各指定的引力成分(即水平引潮力的各调和分量)的响应，正如上面提到的，总有残差留下来，有时残差还是很大的。另一种分析方法称为响应方法，这种方法把潮汐记录看作是另一类的时间序列，对其进行傅里叶谱分析，即确定出从$f_1=1/T$到$f_n=1/(2\Delta t)$范围内的等频率间隔($\Delta f=1/T$)上的振幅和相位，其中T为记录的长度，Δt为取样间隔。Munk和Cartwright(1966)首先把这种方法用于潮汐分析，并揭示出除天文分潮外的非引力分潮谱和连续噪声谱（它是由气象变化一类的非周期效应引起的）。周期为半个太阳日、一个太阳日和一年的非引力分潮统称为辐射潮，这些辐射潮的成因是太阳辐射的效应，其中包括直接效应(加热)和间接效应(风效应)。此外还指出了与大气潮的相互作用(在一些地方，这些辐射潮的振幅可达引力分潮S_2振幅的30%)。分析中把非引力分潮包括在内可以使预报得到改进，但是这种改进通常是很小的。

调和分析的确也包括了大部分的辐射潮，但响应方法的好处是它可以把引力效应和非引力效应分开。对于正规潮汐效应的预报，调和分析方法似乎也就足够了。响应方法对于风暴潮的研究可能是有用的，因为它考虑到了非周期的效应。但是，为了进行预报，响应方法要求使用长时间的连续记录，记录的长度至少要一年，最好是有几年长度的记录。对于较短的记录，用调和分析方法进行分析是现实的（可分析出主要的分潮），但用响应方法是不可能进行分析的。

13.5 潮汐的测量

记录潮高的最简单的方法是在码头上安装一根铅直的标尺，并在足够长的时间内，每隔一段时间（例如一个小时）用肉眼测出标尺上的水面高度，从而得到适合于分析用的记录。这是一种很麻烦的方法。

大部分潮汐记录都是用漂浮式的记录仪得到的。在海水中安装一口验潮井，在井的上部安放一台记录仪。验潮井是一个铅直管，在管的底部有一个小孔，小孔的位置低于最低潮面；由于小孔的滤波作用，周期比潮汐周期小得多的波动受到阻尼衰减，因此验潮井中的水面升降与潮汐的升降基本上保持同步(较长周期的波，例如津浪也在某种程度上被记录下来)。用一根绳子把验潮井中水面上的浮体与井上面的滑轮相连，此滑轮通过衰减机构带动一支铅笔，使铅笔平行于卷纸滚筒的轴来回移动，而此滚筒在钟表机构的驱动下作匀速转动，于是铅笔就在纸上记录出潮高随时间变化的曲线。

在另外一些测量潮汐的仪器中，压力传感器安装在低潮面以下的水中，此传感器又与安装在岸上能记录静压随时间变化的仪器相联接。然后，可将压强换算成水深。仪器中还要安装上适当的阻尼机构以便使得传感器或记录器对短周期波不致于很敏感。在气泡式验潮仪中，通过减压机构把压力作用下的气槽联结到一根管子上，这根管子的开口端固定在低潮面下的水中。用岸上的仪器测量出刚好使空气从管子的开口端以气泡形式排出时所需的气压，这样也就测出了开口端处的水压，从而可求出那里的水深。这样，压强随时间变化的记录又可给出所要求的潮高曲线。这种类型的验潮仪比远距离的压力传感式验潮仪优越，其优点是，所有的测量仪

器部装置在岸上，因此易于操作和维修，此仪器在水中的部分只不过是一段管子而已。

在寒冷的区域，海冰可能会损坏通过水面安装的任何仪器，因此在这些区域里验潮时须使用压力传感式验潮仪，记录装置可安装在岸上，而联结电缆可埋设在沟内。在海冰严重的条件下，可以在无冰季节把压力随时间变化的自动记录仪安装在海底的指定位置上，并在下一个无冰季节时回收。这种方法在比较浅的水中也是很有用的。在珊瑚礁水域，在没有可安装记录仪的陆地或建筑物的水域，或者在可能有船舶往来的水域也须采用这种方法。现在，这些自动记录仪器也被用来测量大陆架或大陆斜坡上的潮汐和海山上的潮汐，甚至还用来测量深海潮汐，但由这些自动记录仪得到的外海资料仍然是很少的。

要测量的潮差（相继出现的高低潮之间的水位差）变化很大，可从零（例如在法罗群岛）变到15米左右（例如在加拿大的芬地湾）。

为了得到外海大面积的潮高资料，唯一有前途的技术就是卫星测高法。1978年发射的Seasat卫星上的微波测高仪具有的精度为±7厘米，而为TOPEX（NASA*的海洋动力学地形实验）所制造的第二代测高仪是按精度±2厘米设计的。不过，从记录中提取潮高资料比从安装在岸上的仪器来得到潮高资料要稍微复杂一些，因为必须对卫星的轨道形状、地球形状和连续两次经过选定的海域的时间间隔进行订正。

测量潮流（将在13.7节中讨论）所使用的仪器及方法和

---

* NASA是美国国家航空与航天局的缩写。——译者注

测量海流所使用的仪器及方法相同，有关这方面的内容可参阅《描述性物理海洋学》（Pickard and Emery，1982）一书。

13.6 典型海区中的潮汐

13.6.1 近岸潮汐

在这一章的引言中曾经提到过，在观测到的潮汐之间差别是很大的(图13.1)，这是由于海水对引潮力的半日成分和全日成分的局部响应不同的缘故。最简单的潮汐分类是按照对引潮力的全日成分和半日成分的响应情况来划分的。图13.4表示出两种类型的潮汐，其中第二种类型又可次分为两类。对于全日潮[图13.4（a）]，在每一个太阴日（约为24.8小时）内有一次高潮和一次低潮；而对于半日潮[图13.4（b、c）]，在一个太阴日内有两次高潮和两次低潮，对于某些区域中的半日潮，相继出现的两次高潮的潮位几乎相同，相继出现的两次低潮的潮位几乎相同[图13.4（b），这种半日潮称为等幅半日潮]；在另一些区域中，相继出现的两次高潮或相继出现的两次低潮的水位不同[图13.4(c)，这种半日潮称为不等幅半日潮]。在某些地方，半日潮占优势，但在每个月的小潮期间都有很短的几天时间出现全日潮。

当太阳引潮力和月球引潮力处于同相位时，潮差取最大值(大潮)。这个最大值出现在太阳、月球和地球排列成一条直线的时候(朔望)。当太阳和月球几乎互成90°（上弦和下弦）时，太阳和月球的引潮力的合力取最小值，同时潮差也最小(小潮)。连续两次大潮或连续两次小潮的出现大约相隔十五天。半日潮的一个特性就是所谓的“潮龄”，它是指大潮

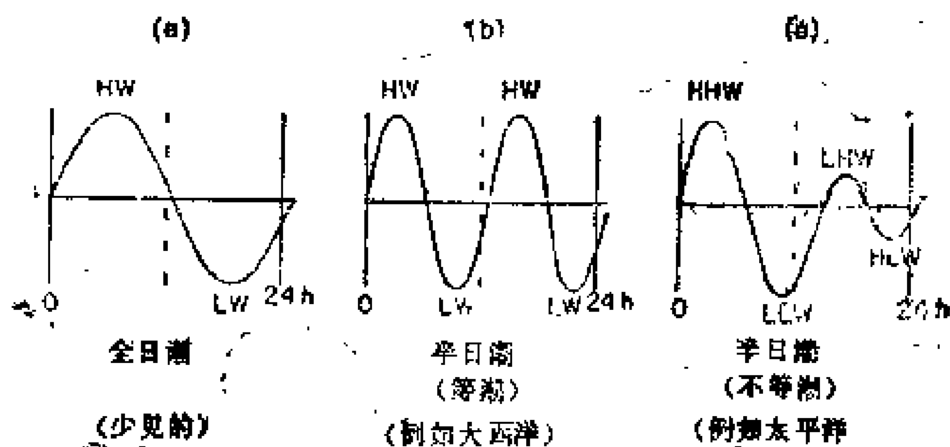


图 13.4 潮汐的简单分类

(a) 全日潮，(b) 等幅半日潮，(c) 不等幅半日潮

HW为高潮，LW为低潮，HHW为高高潮，LLW为低低潮，LHW为低高潮，HLW为高低潮

滞后（偶尔提前）于朔望的时间或小潮滞后（或提前）于上弦的时间(一般为一天或两天)。潮龄与M_2分潮及S_2分潮之间的相位差有关，它起因于潮汐摩擦。

一种更系统的潮汐分类是利用“形态比”$F=(K_1+O_1)/(M_2+S_2)$，即实际潮汐中的两个主要全日分潮的振幅之和（根据潮汐记录资料的分析得到）与两个主要半日分潮振幅之和的比；具体的分类如下（例子已在图13.1中给出）：

$F=0$ 至0.25：半日潮：每天的两次高潮(和两次低潮)的潮位大体相同，平均大潮潮差等于$2(M_2+S_2)$。

$F=0.25$至1.5：以半日潮为主的混合潮。每天的两次潮差和潮时差（即高潮时刻与低潮时刻之差）都有很大的差别；平均大潮潮差等于$2(M_2+S_2)$。

$F=1.5$至3.0：以全日潮为主的混合潮。常常每天只出

现一次高潮，平均大潮潮差等于$2(K_1+O_1)$。

$F>3.0$：　全日潮，一般每天只出现一次高潮，平均大潮潮差等于$2(K_1+O_1)$。

（关于F值范围的划分完全是人为的，所以有任意性。）

在沿岸很长的距离上，往往可观测到同一类型的潮汐，因此，该区域中一个港口的潮汐记录就足以确定整个区域内的潮汐类型。在此区域中其他一些点上，潮汐的相对相位和相对振幅的差别是可能的。因此，为了编制一个地区的潮汐表，我们可以在少数几个点（主港）上取得长期的潮汐记录以确定出重要分潮的调和常数，然后再对副港进行短期潮汐观测以确定出相对相位（即相对于主港的高低潮发生时刻）和相对潮差。这种方法对于地形简单的开阔沿岸区是可行的。对于复杂海岸（例如不列颠哥伦比亚或智利南部，或一个群岛的沿岸地区），进行长期观测的各主港可能需要布设得很密。只有通过现场测量才能确定出各观测站间的距离应该多大。

由于实际的原因，几乎全部的潮汐涨落资料都是在沿岸点上测得的，因为只有这里才有固定的建筑物，在这些建筑物上可以安装性能可靠且可长期连续记录的简单机械式的验潮仪。在过去十年左右的时间里，为了得到较深水域里的潮汐记录，人们已经作了某些努力，但这些工作中的大部分是在深度约为200米的大陆架上进行的，观测时间也只有一个月左右，只有很少的测量是在很深的海区中进行的。在寻求深水潮汐的适当描述的方向上，这仅仅是个开始。

13.6.2　河口潮汐

潮汐可向河口传播，潮高要发生变化。这种变化有时甚

至可传播到远离河口的河段中，例如在亚马孙河潮波可以上溯800千米。由于河流深度和宽度的变化、摩擦力的增加以及向海的河水水流的影响，向河口上游传播的潮波也要发生变化。

首先我们来看宽度和深度变化的影响。如果沿着指向上游的方向，河流变窄、变浅，那么潮差将向着上游的方向增加（称为漏斗效应）。我们假定宽度和深度的变化是很平缓的，因此不发生能量的反射，而且可把波当作平面波处理。此时如果我们忽略摩擦损失，那么潮波在向上游传播的过程中，波能通量将保持为常数。因为平面波的波能密度为$E=(\rho g A^2)/2$，其中A为潮波的振幅，所以每单位长度河口中的能量等于Eb，其中b为河口宽度。于是向河口上游转移的能量通量等于EbC，此值为常量（C是浅水中的相速度和群速度或能量传播速度），即

$$\frac{(\rho g A^2) b (g h)^{1/2}}{2} = \text{常数} \quad 或 \quad A \propto b^{-1/2} h^{-1/4}$$

由此可见，在确定潮波振幅的增加时，河口的变窄效应比变浅效应更为重要。这种漏斗效应可以解释图13.5和图13.7中所表示的圣劳伦斯河内的潮波振幅向着上游方向的增加。

此外，因为波频率f保持为常数，又由于$C=f\Lambda$，所以波长Λ将随深度的减小而减小，于是

$$\Lambda = \frac{C}{f} = \frac{(g h)^{1/2}}{f}, \quad 即 \Lambda \propto h^{1/2}$$

就是说，如果向着河口上游的方向深度减小，则振幅增加而波长减小，即潮波依$A/\Lambda \propto h^{-3/4}$的方式变得更陡了。

上面给出的是忽略摩擦和非线性效应时的一种非常简单

的处理，摩擦和非线性效应可以使潮波变形，以致潮高随时间变化的曲线的形状变得不对称，例如对于图13.5中的圣劳伦斯河口，把位于河口处的起源点（Father Point）的曲线和河口上游350千米处的魁北克市的曲线加以比较，就可以看出这一事实。在这个河口中，在起源点，涨潮时和落潮时都等于6小时12分，但在魁北克市，涨潮时只为5小时2分，而落潮时却长达7小时23分。在其他位置上，这种差别可以大得多，例如在纪龙德河的潮区界上，涨潮时只有2小时10分，而落潮时却长达10小时8分。产生这种差别的原因主要是高潮时水深较大，从而传播速度也较大，因此高潮时和低潮时传播速度的差便使得波的前侧变陡，后侧变平，从而导致涨潮时间缩短和落潮时间加长。向河口外的水流也可导致这种不对称性。

在某些河口中，上溯的潮波可达到一个极限速度，此时波的前侧便陡峭地抬起，有时几乎达到铅直的状态（称为涌潮）。在加拿大东部的珀蒂科迪亚科河，10秒钟内水面可以升高1米，在随后的20分钟内又继续升高2米。亚马孙河和中国的长江口*都可出现比珀蒂科迪亚科河大得多的涌潮。如果涌潮前侧和后侧的水层分别为h_1和h_2，那么传播速度（C_b）就由下式给出（Doodson和Darburg，1941，2.7.9节）：

$$C_b = [1 + (h_1 - h_2)/(h_1 + h_2)][g(h_1 + h_2)/2]^{1/2} \quad (13.1)$$

对于$h_1 = h_2 = h$，即$(h_1 - h_2) = 0$，或者说没有涌潮的情况，$C_b = (gh)^{1/2} = C_l$，即C_b等于长波的速度；因为涌潮

---

*原文为中国的长江口，实际应为中国的钱塘江口。——译者注

的高度 (h_1-h_2) 是有限的，所以$C_b>C_1$，当$h_2\to 0$时传播速度趋近于极限$C_b=(2gh_1)^{1/2}$。海湾中涌潮的行为基本上与短波向海岸传播时碎波形成的情况相同。

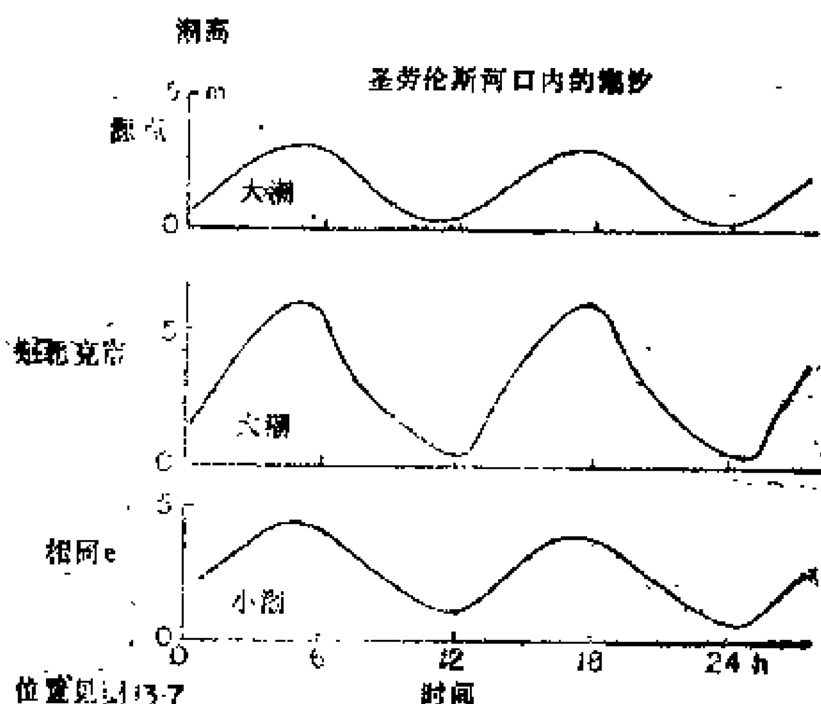


图 13.5 当潮波向河口上游推进时，潮汐曲线不对称性发展的示意图

（在加拿大圣劳伦斯河口从起源点到魁北克市的情况）。注意，大潮比小潮有更大的不对称性

13.6.3 海湾中的潮汐——共振

与河口入口处附近的潮差相比，某些海湾的潮差是很大的。这种现象往往归因于共振——海湾中水体的固有振动周期接近于天文潮的周期，因此引起能量的聚集。加拿大东部的芬地湾就是一个经常被引用的例子。

让我们来研究发生共振的必要条件。首先考虑一个长度为L，宽度为常值的狭长水体[图13.6 (a)]，当水静止时其深度为h。为简单起见，我们假定水域底部是水平的，且两端铅直。可以使这种水体作振荡运动，对于最简单的振动型

态，两端（A，E）的水体平行于端壁作上下运动（波腹），中部的水体则作水平往复运动而无铅直运动（波节），而在波腹和波节之间（例如B点和D点）的水体，既有上下运动又有水平运动。曲线1，2，3表示相继出现的三个波面位置。这种现象是很容易演示的；在一个通常的家庭用的浴盆中，盛上一部分水，在水盆中部（C）使手在水中前后运动几厘米，或者在盆的一端使手上下运动，此时水盆中就会出现振荡现象。也可以在游泳池中来演示这种现象，不过此时需要几个人共同努力，同步地移动他们的身体以便使水体出现令人满意的振荡。在上述两种情况下都发现，要产生并保持振荡就得利用具有特定频率或周期的激励力。对于家庭用的浴盆来说，周期大约为2到3秒，而对于游泳池，周期约为10秒。对于浴盆的情形还可以发现，振动周期依赖于水的深度，深度增加时，周期就变小。如果把更小周期的激励力作用于水体上，还可以产生出第二种振动型态，如图13.6（b）所示。对外加的周期力作出的最大响应的状态称为"共振"，上面提到的波与第十二章讨论过的行波不同，它称为"驻波"。

这些驻波或"假潮"产生的原因是：水体中的行波遇到障碍物时被反射，此时沿相反方向传播的入射波和反射波可以互相干涉，也就是说，它们的振幅可以相加在一起。形成干涉的条件取决于波速和水体的长度之间的关系，如果波从水体的一端传播到另一端，然后再返回到原来一端所需的时间是波周期的整数倍，便可出现波的干涉。这个时间等于$2L/C=nT$，其中C为波速，n为正整数，而T为振动周期，即

$$T=\frac{2L}{nC}=\frac{2L}{n(gh)^{1/2}} \tag{13.2}$$

此公式称为梅里安（Merian）公式。

对于最简单的振荡（基本振荡），如图13.6（a）所示，其基本周期（$n=1$）为

$$T_f=\frac{2L}{(gh)^{1/2}} \tag{13.3}$$

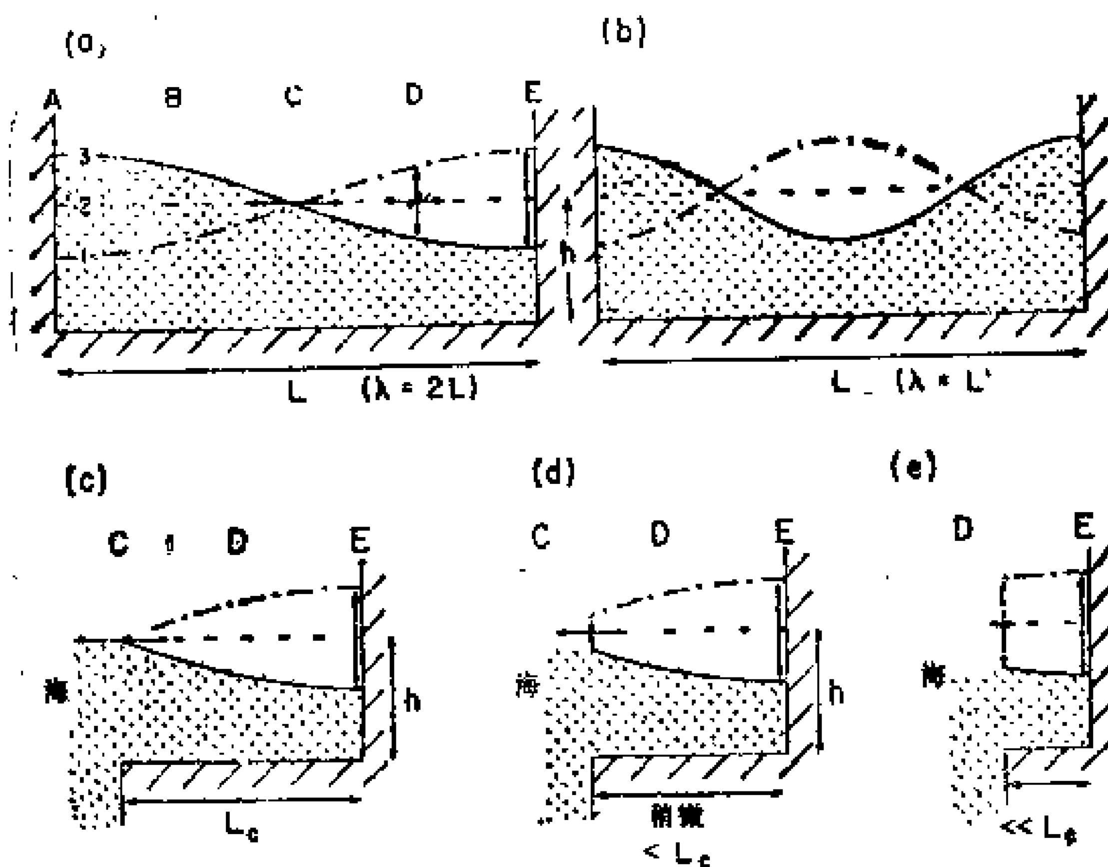


图 13.6　在不同长度的海湾中潮汐的共振

由于在这种情况下，长度L是参与干涉的行波的波长的一半（$L=\Lambda/2=C/2f$），参数T，L，h满足（13.3）式的水域称为“半波振荡器”。在表13.2中给出了与不同的L和h值相应的周期T的几个值。作为第一次近似，（13.3）式可以用来计算湖泊的基本振荡周期。较高阶振荡的周期为$T_f/n=T_f/2$，$T_f/3$等等（为了计算实际湖泊的振荡周期，必须考虑在湖泊长度的方向上深度和宽度的变化）。

现在假定水体不是在两端都封闭（“封闭盆”）而是一端封闭另一端与有潮的外海相连（“一端与外海相连的海盆”），如图13.6（c）所示，因此在涨潮时海水可以流入湾内，而退潮时海水可以从湾内流出。对于长度较短的海湾CE，也可以出现类似于图13.6（a）的右半部的运动，并以特定的固有周期振荡。这种水体称为“四分之一波振荡器”，因为它的长度是行波波长的四分之一。此时$L_e=0.5L$，因此固有振动的周期为

$$T_e=\frac{4L_e}{(gh)^{1/2}}$$

表 13.2 对于L（千米）和h（米）的各种组合的$T_f=2L/(gh)^{1/2}$（小时）的值

h(m)	$L=10$	100	500	1000km
	周		期 (h)	
50	0.25	2.5	12.6	25.1
100	0.18	1.8	8.9	17.7
200	0.13	1.3	6.3	12.6
500	0.08	0.8	4.0	7.9
1000	0.06	0.6	2.8	5.6

图13.6（c）的情况具有较大的人为性，因为我们想象海水在节点C处流入和流出而不出现任何铅直运动。这种流动状态可以在实验室中建立，但在自然界中是不太可能的。一种更可能发生的情况是图13.6（d）所示的情况。其中湾口在节点C以内，因此海水在流入流出的同时可作上下运动。这种运动状态的重要特征是：湾顶E处海面运动的铅

直振幅（潮差）大于C点附近湾口处的铅直振幅。换言之，出现了潮差的放大。对于这种放大，海湾的共振长度（L_c）和深度是由方程（13.4）联系的，对于周期为12.4小时的半日潮，某些L_c和h的数值列在表13.3中。

表 13.3 对于基本振动周期为12.4小时的敞开海湾，长度L_c和深度h的相应数值

h(m)	50	100	200	500	1000
L_c(km)	247	350	495	782	1110

当然，实际海湾的海底不是平的，也没有平直的垂直端，但是对于形状不规则的海湾仍有可能通过逐次逼近法来考虑深度的变化，并在合理的精度范围内计算出共振长度。然而，可以把表13.3的理论计算结果与峡湾（例如不列颠哥伦比亚、阿拉斯加和挪威及智利沿岸的峡湾）的平均深度和实际长度进行比较，我们发现对于这些“海湾”典型的平均深度为500米，而海湾的长度为100千米。因此，它们的长度比具有大的放大系数的临界长度（表13.3）短得多。这些海湾的几何尺寸类似于图13.6(e) 所示的尺寸。因此只有很小的放大（5%左右）效应。

此外，在上面的讨论中，摩擦已被忽略，但在实际水体中，特别地在浅水中，摩擦效应是不能忽略的。可以证明，引进摩擦效应是使响应变弱，例如C处的节点[图13.6(a，c)]和图13.6(a)中C点两侧或图13.6(b) 的两个节点处的相位突变(180°)可在有限长海盆的某一范围上出现，而且摩擦越大，出现范围的延展程度也越大。

加拿大东部的芬地湾比上述各峡湾浅得多(约为100米)，而其长度（芬地湾本身约为300千米）则更接近与半日分潮

共振的临界长度。芬地湾常常作为共振放大的例子而被引用，因为湾口附近的潮差只有5米，而湾顶附近的潮差却达到15米左右。一些研究者对此共振假设有所怀疑，他们计算的响应周期为9小时，与半日分潮的周期相差太远，不能出现显著的放大效应。他们提出了另一种看法，认为湾顶的大潮差完全是海湾的漏斗效应造成的（见13.6.2节）。我们应该指出，在对共振周期进行逐次逼近计算时，困难之一是如何确定湾口的位置。对于骤然与外海相连的狭长海湾，湾口位置比较明确，但是对于开口很宽的海湾系统，如芬地湾和缅因湾，可能会有意识地选取适合自已事先看法的海湾长度来进行计算。但是，C.Garrett（1972）比较了海湾内外的主要半日潮特征量的比率，即把系统的响应特征量与海洋潮汐的强迫力特征量进行了比较。他根据计算得出结论：系统的共振周期约为13.3小时，它非常接近于强迫力的周期（12.0，12.4和12.7小时），因此共振响应的解释是可以接受的。在这个例子中，湾口的位置不是由海湾的水平开口位置来决定的，而是由大陆架上深度突然增加（从而引起响应的突然变化）的位置来决定的。

13.6.4　外海的潮汐

在13.6.1到13.6.3节中，已经讨论了可以进行现场观测的较浅水域中的潮汐。直到最近，已有的潮汐记录都是沿岸观测站上测到的，即使是现在，如前面已指出过的，对于外（深）海也只有非常少的直接观测资料。

尽管外海潮汐的直接实用价值不大，但是长期以来人们一直研究着外海的潮汐特性。原则上，拉普拉斯动力学理论应使我们能计算出海洋中任何地点的潮汐，但实际上，真实海洋的边界和海底地形是很复杂的，加上方程组特性的限

制，对实际海洋不可能求得解析解。因此，根据拉普拉斯动力学而进行的理论研究都是理想化的海洋潮汐研究，其中假定海洋的几何形状很简单（例如渠道形、球面扇形等），而且水深一般取为常数。然而，除了紧靠研究区域的边缘部分（即沿岸部分）外，所得到的解的确可以说明所研究区域中的潮汐情况。通过研究发现，在狭长的渠道中，潮汐波以平面波的形式沿渠道传播，而在较开阔的水域中，潮波围绕一个中心（即围绕节点）旋转，潮波的同相位线就象车轮的辐条似地从中心向外伸展，也就是说，潮波是以开尔文波的形式来传播的（参阅12.10.3节）。节点也称为无潮点，在无潮点上潮差为零，同潮时线一般作逆时针方向旋转（指在北半球；如果在南半球，一般作顺时针方向旋转）。同潮时线或同相位线是联结任意时刻相位相同点的连线。

对于沿渠道传播的平面波，同潮时线是垂直于传播方向的直线；对于围绕一点旋转的旋转潮波系统，同潮时线的形状就象轮子的辐条似的。当然，在这种情况下，一般说来同潮时线不是直线。同潮差线是联接潮差相同的点的联线。上述各点就是纯理论研究的结果。

第二种方法是经验方法。根据岸边观测到的潮汐可以看出，同相位线沿着海岸的方向一般是移动的，而且潮差也是变化的。从十九世纪初期以来，研究工作者一直都在通过作出大洋水域同潮时线和同潮差线分布的办法来绘制大洋潮汐图。他们参照理论研究得出的概念和潮波图像，把已知的近岸潮汐特性外推到外海。这样的潮汐图一般是对主要的分潮（例如M_2，S_2，K_2，O_1等等）来作出的。图13.7是新近作出的这种图的一个例子（Godin，1980）。这张图是加拿大的圣劳伦斯河口的M_2分潮图。实线是同相位线，它是连接

以度（360°=24小时）表示的等迟角点的连线（物理上，迟角是指引潮力调和成分达到最大值的时刻和它引起局部高潮时刻之间的位相角延迟）。虚线是该区域中的潮汐等振幅（单位为厘米）线。由图13.7可以看出，潮波从大西洋通过卡博特海峡，海区中有一个逆时针旋转的无潮系统，系统的中心（即无潮点）位于47°N，62.5°W附近。然后潮波沿着圣劳伦斯河口向西和西南方向传播，传播过程中振幅不断增加。

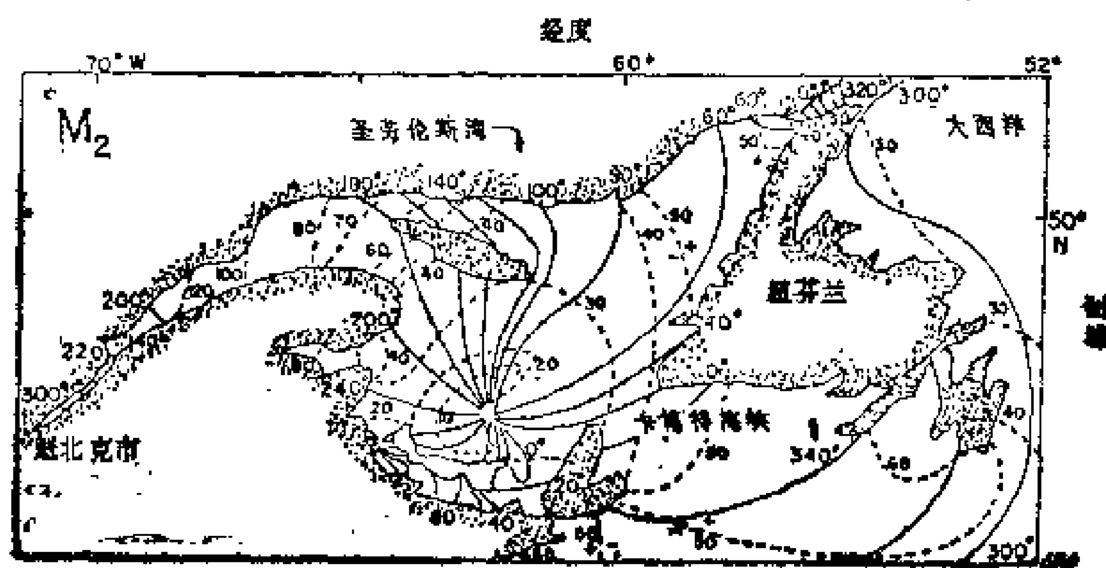


图 13.7 加拿大圣劳伦斯河口区M_2分潮的同潮图
实线为以度（360=24小时，见正文）表示的同相位线，虚线为以厘米表示的同潮差线（引自Godin的论文1980）

研究外海潮汐的第三种方法是用数值方法求解拉普拉斯方程。这种方法原则上是很简单的，但是如果把实际海洋形状，底部地形以及有关的相互作用（例如与固态地球潮汐的相互作用）考虑进去的话，就要求作大量的计算。正是二十世纪五十年代电子计算机的发展为在大面积海域上进行计算

提供了可能性。对于世界大洋的潮汐已经进行了大量的计算，起初是采用简化的海岸形状和底部地形来计算的，但近来的计算则采用了相当接近于实际情况的海岸形状和底部地形。图13.8给出了近来由Accad和Pekeris（1978）所作的M_2分潮的计算结果。这个解完全是根据已知的引潮势和海底地形导出来的，并且也包括了潮汐"凸出部分"之间的自吸引效应和潮汐负荷效应（这种负荷是指潮汐给予固态地球的负荷，而潮汐的涨落正是相对于此地球来测量的）。计算结果与在大多数海洋中观测到的（沿岸的）潮汐非常符合。其他研究者在他们的计算中已经强使他们的解具有已知的沿岸潮汐特性，因此这些解不能用现在的潮汐记录加以检验。

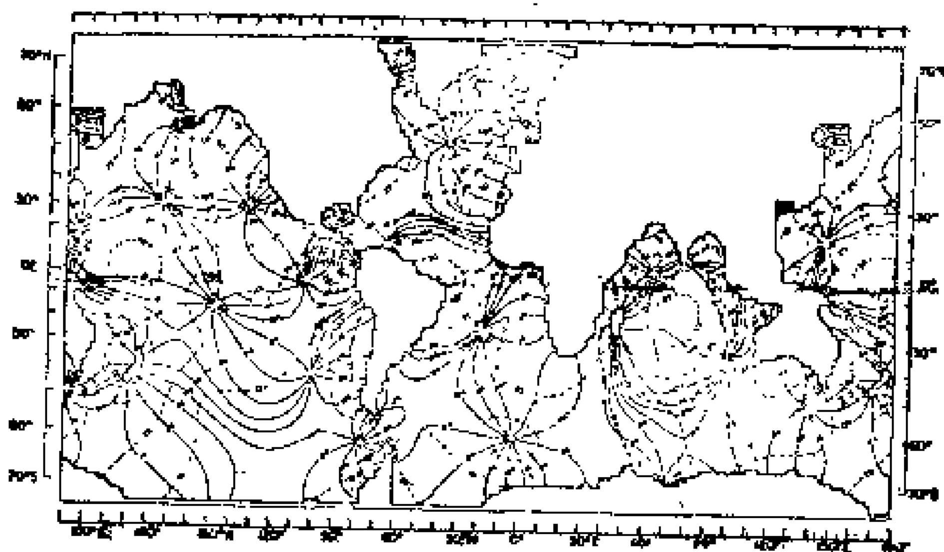


图 13.8 根据引潮势并包括自吸引效应和潮汐负荷效应计算得到的全球M_2分潮的分布

网格间距为2°。实线表示同相位线（格林威治时间），虚线表示同潮差线（厘米）。（引自Accad和Pekeris的论文，1978）

这些数值解还揭示出强潮区（即潮汐振幅最大但相位变化很小的局部区域）的存在，如图13.8中的印度洋中心区和西赤道太平洋区。在各种不同的数值解给出的潮汐特征中，

有许多是类似的，但也有一些是不同的，或者是与已有的潮汐资料不符合的，因此还需要做很多的工作。数值解中揭示的外海潮汐特征的严格检验仍有待于卫星的相应的测量结果。

最后，虽然外海潮汐特征的直接实际应用可能是很有限的，但是它对其他方面的研究是有重要意义的。在地球潮汐的研究中和用卫星进行的大地测量中，都需要知道整个地球上的海水质量分布。另外，如我们将在13.9节讨论的，外海潮汐研究的结果对于全球的潮汐能量的研究也是需要的。

13.7 潮流

虽然潮流是基本的现象，但与潮汐涨落的研究比较起来，潮流的研究是很少的。这有几方面的原因：一是测量潮流的仪器设备比较复杂，长期进行自动记录观测时易出故障；二是与测量潮汐涨落相比，放置和回收流速计需要较多的人力和设备，因而所需的费用也就大得多。此外，除了天文潮潮流外，还有许多其他的海流，例如内波流，内潮流，假潮流，风生环流和河口环流等等。因此潮流记录中的噪声比潮位记录中的噪声高得多。另外，潮流的特性可以在几百米甚至几十米的水平距离上和在几米的深度上发生显著的变化，但潮汐的升降在几百米的水平距离上是不会发生很大变化的。因此，为了实用的目的，大多数的潮流资料都是在航道的狭窄水道上测到的，这里的潮流很强，对船舶航行影响很大。在这些地方，潮流相位与潮汐涨落的相位约相差90°，也就是说，最大潮流出现于涨潮或落潮的中间时刻，而在高潮或低潮前后流速为零；当然，在复杂形状的海岸附近，潮流情况可能与此不同，而会出现各种变化。

在狭窄的水道中，涨潮时的涨潮流沿一个方向流动，而

落潮时的落潮流则沿着相反的方向流动。但是，在大陆架上的开阔水域中和在浅的外海中，潮流的特性是：速度量值可以变化，但不会减小到零，而潮流的方向则通常以半日潮为周期主。这种潮流可以用流速矢端迹线图来表示，在一个潮汐循环内，每一小时作出一个代表潮流的矢量，此矢量端点的连线即为流速矢端迹线图。在潮汐是纯半日潮或纯全日潮的地方，此矢端迹线图为一椭圆，但对更一般的潮汐，此图就更加复杂一些。典型的例子如图13.9所示。

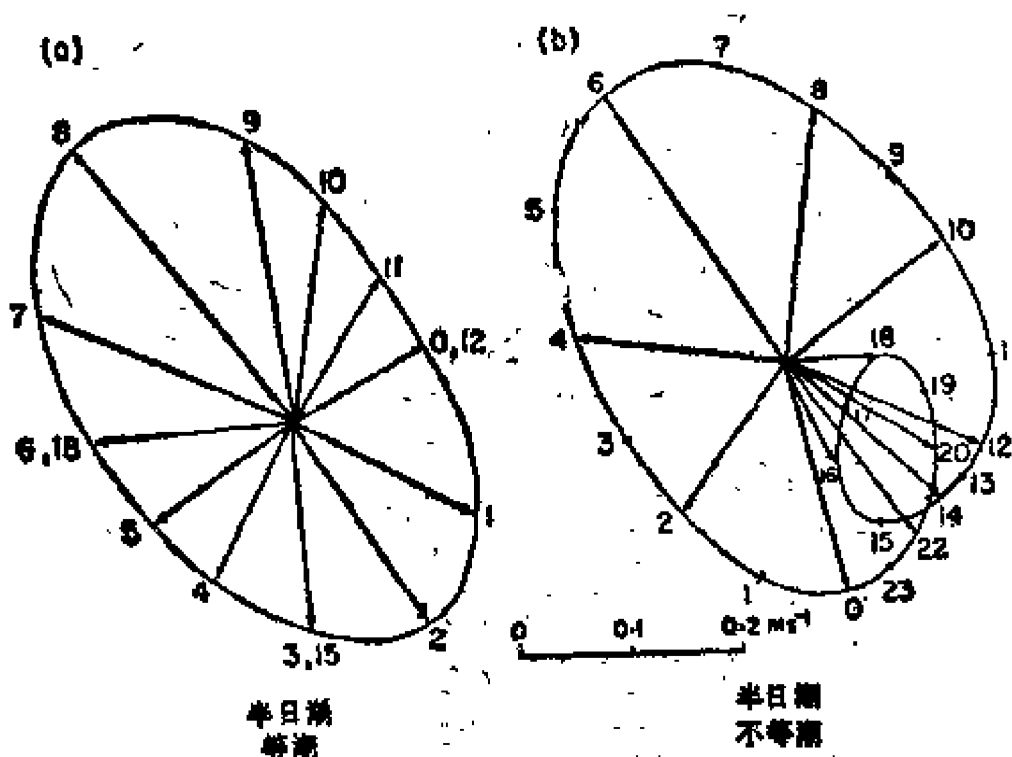


图 13.9 潮流矢端迹线图的形式

(a)等幅半日潮；(b)不等幅半日潮。箭头表示潮流速度。图中的数字表示从高潮时（$t=0$时）算起的太阴时

和对潮位的处理一样，为了预报的目的，我们也可以用调和分析的方法把潮流分解为许多分潮流。对于基本上平行于渠道中心线的渠道中的潮流，我们可以对总潮流进行分析；对于旋转潮流，通常在进行分析之前需把它们分解为两

个正交分量。

远离海岸的潮流速度一般小于0.1米·秒$^{-1}$，但在海峡或水道中、潮流速度通常要大得多——在加拿大西部的西摩海峡，潮流速度的最大值为8米·秒$^{-1}$，这个值是船舶经常航行的水道中测量到的最高流速值。

13.8 内潮

在前面的所有讨论中，不言而喻地都假定了海水具有均匀的密度，也就是说，所讨论的潮汐是正压潮，即潮流从顶到底都是均匀的。然而，在大多数海区中，海水实际上是层化的。作为对实际海洋的一级近似，我们来考虑一个两层海洋模式。上层（几十至几百米厚）的密度较小，而下层的密度较大，中间是强度很大的密度跃层。此时，正压运动与海底地形的相互作用就会引起具有潮汐周期的密度跃层的铅直振荡，即引起类似于（第十二章已讨论过的）内波的内潮。例如，向斜坡近岸水域或大陆架冲击的向岸潮流运动可获得铅直速度分量，这种分量可暂时地把密度跃层推到平衡位置的上面，释放后就发生了振荡。现已证明，无论是倾斜的海底地形还是突然的阶梯状地形都可以引起这种从表面潮得到能量的内潮。两层海洋模式是为进行初步计算而作出的一种简化，对于密度随深度连续增加的更实际的情况，虽然一般只能观测到前几个型态的运动，但是仍可以把运动看作是分潮的各种型态（每一型态对应于振幅随深度的一种变化方式）的铅直运动之和。由等温面的铅直振动所揭示的内潮例子，表示于图13.10中，由图可见，表面潮的潮差平均约为3米，而内潮振幅平均约为20米。内潮的特点是其频带宽度虽然很窄但却有限，而正压表面潮的谱却是线谱。

与表面潮相比，尽管内潮可能有较大的振幅，但它们的能量含量却很小，因为在水柱中的密度差比起海面上空气与水的密度差要小得多。此外，内潮波的相速度（前进速度）比表面潮的相速度（它约等于200米·秒$^{-1}$＝700千米·小

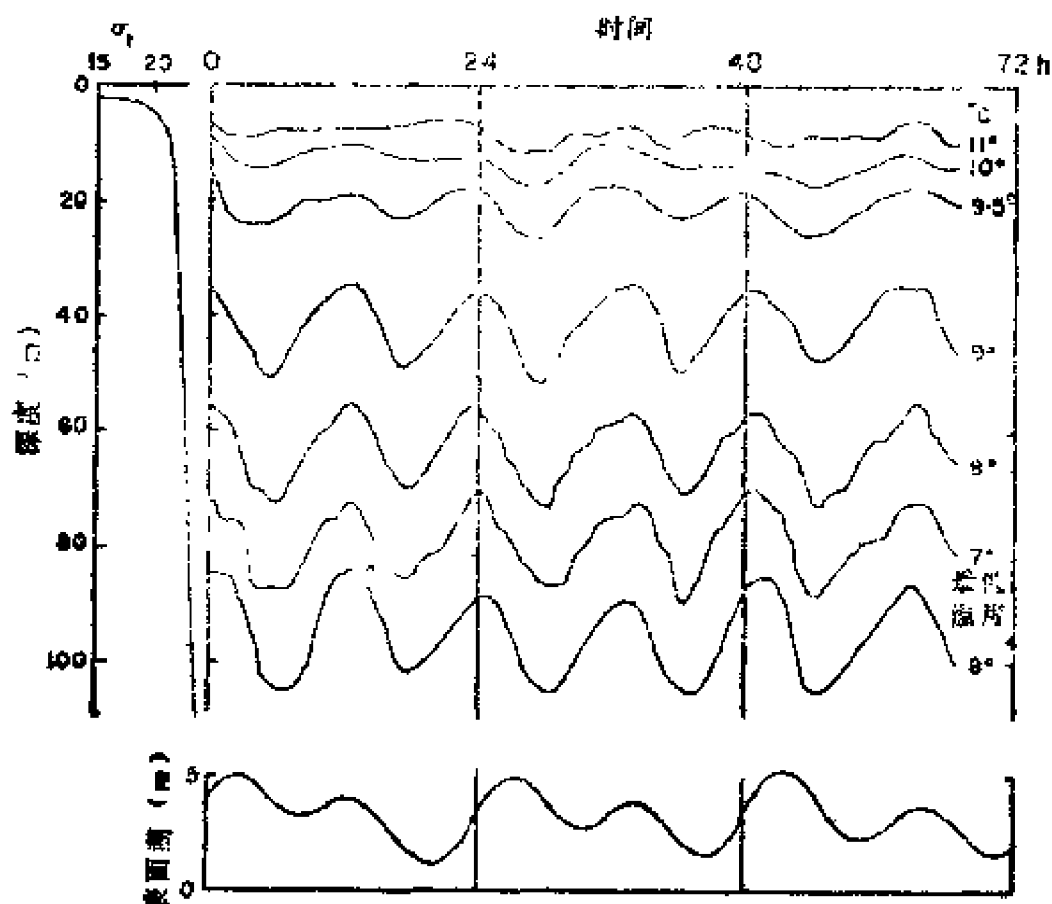


图 13.10 加拿大不列颠哥伦比亚省比特湾的内潮，1953年7月

图中画出了等温面和表面潮的铅直运动（注意，深度标度和表面潮标尺之间的不同，与内潮相比，表面潮的尺度放大了四倍），左图为平滑后的σ_t的铅直分布图

时$^{-1}$）约小100倍。然而，与内潮有关的水质点速度（斜压的，因此是随深度变化的）与正压潮的水质点速度（与深度无关）有相同的量级，因此当分析潮流记录时很难将这两者加以区分。

内波记录的形状一般是十分对称的，很象等幅半日潮的记录[图13.4(b)]，但也观测到了许多不对称的情况（图13.11），甚至已观测到与海岸附近的碎波相似的内波。有些不对称的情况出现于浅水，其原因可能是浅底的影响。在深水情况下，Defant（1961）认为，破碎是由速度切变导致的动力学不稳定性引起的；例如，在海峡中可出现速度切变，内潮和惯性运动的互相干涉也可产生速度切变。

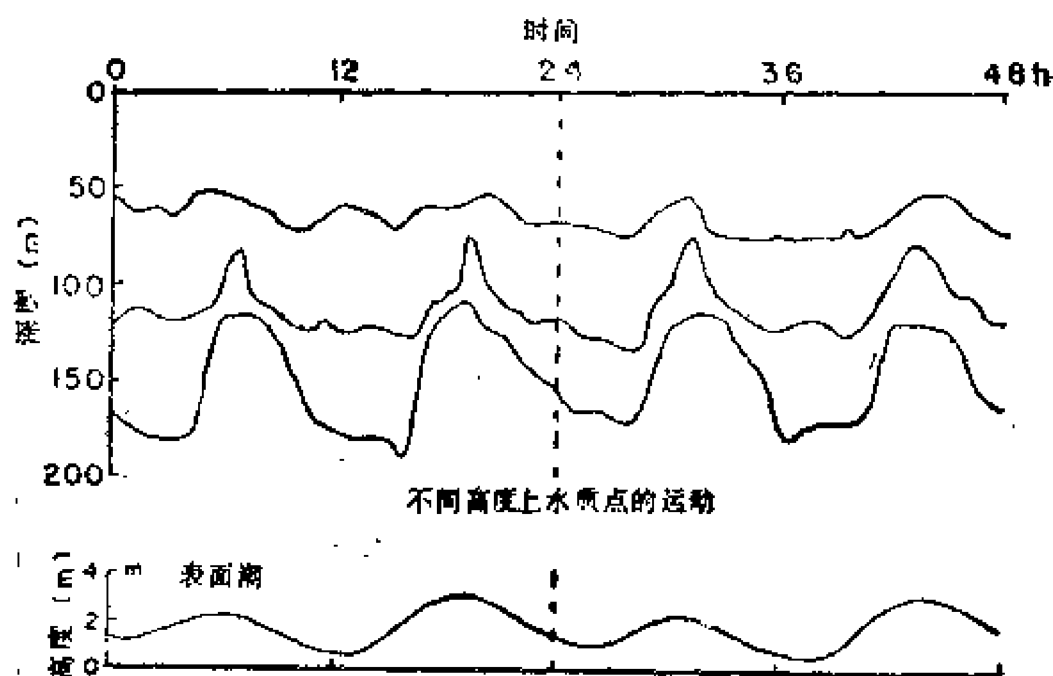


图 13.11　大堡礁（18°19′s，149°21′E）外的大陆坡折附近的迈密登礁处的内潮的不对称形状。1981年11月

图中画出了不同深度上的水质点运动以及表面潮的振动（注意，深度标尺和表面潮高标尺不同，与内潮相比，表面潮的尺度放大了12.6倍）。（资料选自E.Wolanski，澳大利亚海洋科学研究所）

由于内潮是斜压的，因此相应的流动具有速度切变。内波对海洋的混合有重要作用，并且对温盐结构的影响很

大，这种影响是无法根据正压潮加以解释的。在内潮破碎的区域中，混合是很激烈的。另一个曾经被Defant（1958）讨论过的效应是：当人们试图得到海洋学要素（即利用采水瓶或CTD（电导率、温度、深度自记仪）测到的海水要素）的平均分布时，内波运动的影响可能是令人非常头痛的。

13.9 潮汐摩擦和月球运动

当月球在地球上引起潮汐的同时，这种潮汐也会影响月球和地球的运动；尽管对于熟知牛顿第三定律的物理学家来说，这是意料之中的事，但指出这一点还是有益的。这也是人们对地球潮汐感兴趣的第二个原因。

相互作用的原因如下：海水相对于海底的运动引起摩擦，这种摩擦在平均的意义上使得潮汐椭球轴的方向落后于地球-月球中心连线的方向。因此，存在作用在地球上的阻滞地球自转的引力矩，结果地球自转的周期（一天）就逐渐变长。地球和月球这一系统的角动量必须守恒，因此地球损失的角动量就必须由月球得到角动量来补偿。这可以通过增加地球和月球间的距离和减小月球的公转角速度（ω）来达到。月球（质量为M_m）绕地球转动的角动量为$M_m r^2 \omega = M_m r^2 (2\pi/T)$，同时根据开普勒（Kepler）第三定律$T^2 \propto r^3$，其中$T = 2\pi/\omega$为月球绕地球转动的周期，$r$为地球中心与月球中心之间的距离（严格地说，我们应该采用月球中心与地-月系统的质量中心Z（图13.2）之间的距离，但这引起的计算误差很小，不会影响基本的物理解释）。为了满足上述两式的关系，r和T都必须增加（但$\omega = 2\pi/T$减小）。根据天文观测，月球离地球的距离则每年约增加6厘米，同时一天的长度在每个世纪大约增加2.4×10^{-3}秒。

根据近来对全球潮汐的数值解可知，由摩擦（大多在浅海中）引起的潮汐能耗散速率的估算值为2.2—2.8×10^{12}瓦，同时从天文力输入能量的估计值约达5×10^{12}瓦，因此在输入和损失之间存在着至今还没有解释清楚的差异。其中的一部分可以归因于从表面潮到内潮的能量传递，但这可能只占总量的10%左右。曾对海洋潮汐的机械能作过估计；对于M_2分潮，其值为5.1×10^{17}焦，其中势能和动能各占一半。

13.10 风暴潮

这里提到风暴潮是为了强调除了天文潮（以及第十二章讨论过的津波）以外，其他原因也可引起海面的异常升起。风暴潮是由吹向陆地并引起海面增水几米的强风的摩擦应力所造成的。这种效应在强北风期间的北海南端以及气旋作用期间的孟加拉湾北端曾经引起过低洼地区的洪水泛滥。特别在后一种情况下，气旋中心的低气压使海面出现附加的升高（称为"倒置气压计效应"，即静压效应）。3千帕（＝3米·巴）的气压降可以使海平面升高0.3米。这种响应是对静止系统的气压降的静态响应，即经过长时间的作用而达到平衡状态后的响应。实际的响应可能会大一些或小一些，这决定于海底地形和风暴中心的移动速度。

除了水平面本身的升高以外，还必须考虑另外一个因素，在很低的海岸上，平均海面升高2—3米以后，与风暴有关的大的表面重力波又可引起灾难性的冲蚀作用。

在有界水体中，例如小的海或湖中，在风应力减小以后，振荡可能还会发生。这些振荡是驻波或静振，它们随着机械能被摩擦耗损而消失。

13.11 结论

这一章主要是潮汐研究史的某些方面和潮汐实际应用的某些方面的描述性介绍。从海洋学的观点看来，数学方面的更详细介绍可以在Dietrich等人（1980）和Defant（1961，第二卷）的著作中找到；Cartwright（1977）对1977年以前的潮汐研究作了很好的介绍，Hendershott在《物理海洋学的发展》一书（Warren和Wunsch主编，1981）的第十章用最新的观点讨论了长波和海洋潮汐的许多方面。

第十四章　某些目前活跃的领域和未来的工作

我们已经描述了许多模式，其中既有解析的，也有数值的，建立这些模式是为了说明各种特殊动力学效应的重要性。任何一个模式都是实际系统的一种简化，它总是企图只包括引起某一特殊现象的主要因素。即使这些模式并不代表真实海洋的详细情况，它们在加深我们对海洋的了解方面也是很有用的。例如，第九章中讨论过的斯托梅尔矩形海模式，显然人们并不想要它代表真实的海洋，但是它的确说明了科氏参数随纬度变化的重要性。在第十一章中描述过的更复杂、更详细的数值模式则是要更逼真地代表海洋。

由于海洋几何形状的复杂性和非线性效应的重要性，解析方法还没有建立，也许根本不能建立一个完整的海洋模式。数值模拟方法可能更具有代表性也更有希望，然而也还没有一种数值方法能对一般海洋环流建立精确的定量模式。这两类方法都已用来说明海洋环流某些性质的可能机理。显然，在我们能够肯定对海洋动力学已经有足够多的了解以前，还有很多工作要做。很清楚，我们的观测资料基础也是不充分的。这是很遗憾的，因为当人们不能把一个系统描述得足够清晰时是很难从理论上理解它的。

对一些参数可能达到范围的研究受到了计算机速度的限制，特别是在那些企图模拟实际海洋的模式中更是这样。但

是，新的、更快的计算机的投入使用会有助于解决这个问题。通过建立能够反映一切动力学效应的、具有足够分辨率的模式，并把所得的结果与观测资料进行精密的比较，就有可能确定哪些效应是重要的。这样，人们为了进行比较就不得不专门收集一些必要的验证性的观测资料，至少可以说，获取这些资料不是没有意义的。一些较小区域（如河流、河口及沿岸带）的一些成功模式提供了很好的例子，说明通过模式的调整可以适当地模拟出地球物理流动，即预报出人们需要的信息——如潮流、风暴潮的潮位高度以及工程结构物对于环流的影响等。现在我们还没有必要的数据资料基础，不能把这种方法应用于外海。一旦建立了较大海域（例如北大西洋）的适当模式，就可以研究以较低的分辨率模拟出较大尺度特征的参数化方案，然后又可进一步研究更长时间尺度和更大区域上的流动。如果没有能反映出所有重要动力学效应的高分辨率，如果没有使模拟者能采用极限分辨率的足够详细的验证性资料，建立能在长时间尺度上充分模拟大区域真实海洋的参数化方案是很困难的。为了达到上述目的，目前仍在进行着许多工作。

还有一个问题需要考虑，对于复杂的非线性系统（例如海洋系统、大气系统或海洋大气组合系统），是否存在统计学意义上的定常解。可以提出一些简单得多的非线性系统的例子，这些系统都是振动系统。在表面上相同的太阳力和潮汐力作用下发生的每隔十年的气候变化表明，组合系统可以以多种准定常状态存在，但当有大的扰动发生时，就从一种状态跳跃到另一种状态。然而，驱动力是有变化的（例如，具有太阳黑子循环周期的太阳风的变化和地球轨道参数的变化），因此只要给定正确的数据，系统是可以预报的。有证

据表明，非常长期的气候起伏变化是与地球轨道变化的周期性有关的。在对这种唯一性问题作出有把握的回答之前，还必须作很多的工作。

关于随时间而变化的海洋的非定常运动已经作了许多工作，我们在前面只是简单地提到过这一点，因为我们关心的是大尺度的平均环流。此项工作是从考虑第十二章提到的行星波或罗斯贝波开始的，其中包括了地形对这些波的影响以及当非线性效应变得较重要时这些波间的相互作用。最终，它导致了利用数值模拟方法对准二维湍流或地转湍流的强非线性行为的研究。海洋学家们说的中尺度涡就是这种类型的现象。由于这些涡可以和平均流动相互作用，为了更加充分了解环流的情况，对非定常运动的研究是很有用的。

我们仍需更多地了解这类湍流和较小尺度的三维湍流（它是引起摩擦效应和混合效应的主要原因）。目前，这些效应的参数化是很不完善的，这主要是由于对海洋中的这些现象以及它们与大尺度流动的相互作用缺乏了解。为了检验各种湍流模式，搞清楚这些不同的湍流模式如何影响大尺度的环流，还需要进一步的工作。因此，需要进行现场观测收集资料，以便确定哪种类型的湍流模式是最具有代表性的。

要在小的空间尺度和长的时间尺度上得到作为海洋涡的这些现象的高质量的观测资料，后勤工作是极其困难的。苏联（POLYGON）和美-英[MODE(中大洋动力学实验）]的研究小组已经作了很大努力。每个实验都观测到了一个明显的涡和其他一些涡的存在迹象。1978年，苏-美-英联合完成了一项进一步的实验（POLYMODE），但此项目的扩展部分仍在继续深入进行。作为这些计划的组成部分，也已经作了相当大量的理论工作（其中既有分析的也有数值

的），来帮助设计传感器的阵列，以优化已经收集到的和正在收集的资料。除了用海流计进行的这些详细的阵列研究以外，为了更好地了解不同海区的中尺度涡的存在和强度的统计特征，现在正在对如下的各种资料进行研究：投弃式温深仪(XBT）的资料、电导率-温度-深度自记仪（CTD）的资料、温度深度仪（DT)的历史资料，以及新近取得的更详细的投弃式温深仪的断面资料。另外，卫星的观测资料也正在使用。

象POLYMODE这样包括许多科学家且在理论海洋学家与观测海洋学家之间进行密切合作的比较大的研究计划，很可能是未来海洋学研究的一种共同的特点。过去，大多数海洋学研究涉及的人员较少，这些人都是独立地对特定的问题进行研究的。虽然这种传统的方法将继续采用，但许多海洋学问题将要求通过大得多的研究计划来解决。对深海环流进行直接观测的这些研究项目很可能还要持续进行多年。必须根据理论的结果（包括分析的和数值的）来安排观测计划，以便使得能用观测资料对理论作出关键的检验。无疑，观测结果将修正我们的理论观念，最终使我们将对海洋有更好的了解。

第十章中提到的海洋上混合层的研究仍将继续下去。正如在第十章指出的，对上混合层的发展和演变（例如中纬度处季节性温跃层的形成和消失）的理解对于物理海洋学、生物海洋学和气象学都是十分重要的。

在较长的时间尺度上，在决定地球上的气候及其变化方面，海洋必然起着重要的作用。因此，如果要充分了解气候的物理基础以便能预报出气候的变化，就要求我们对海洋的环流有较好的了解。由于气候变化对人类活动特别是对农业

的影响，所以对气候以及海洋在气候中的作用已经成为一个活跃的研究领域，这种研究也还要持续很多年。

关于由风引起的表面重力波的生成问题仍然是一个活跃的研究领域。对于这个过程我们还没有一个精确的、定量的了解。然而，在第十二章简要地描述过的新的研究工作已经提出了一些新的、有趣的可能性，而对这些可能性的进一步研究又将导致对此过程的更好的了解。此外，由于内波对海水要素分布的影响，由于内波对内波本身的观测和流的观测的时变影响，内波将继续得到进一步的研究。

虽然沿岸海洋学和河口海洋学超出了本书的范围，但应该指出，这些区域中的动力海洋学研究也是一个活跃的研究领域。沿岸上升流区和河口区的研究具有重要的应用，因为这些区域是海洋生物的重要活动区域。为了更安全地航行，为了更好地了解天然物质（例如泥沙）和人为物质（例如污水、溢油）的输送，都要对沿岸区域物理海洋学进行研究。

根据基本运动方程对海洋潮汐响应的计算正在继续进行。对深海的这种研究得益于深海自动记录验潮仪的资料，尽管这类资料的数量还远远不够，甚至还不能用这些资料检验目前外海潮汐的计算结果。沿岸区域的潮汐（特别是潮流）的计算也正在进行。正如第十三章所述，我们可以用经验的方法计算潮高，但可以预报出潮流的模式是很重要的，因为详细测量潮流是很困难的，既费时间又费钱。

帮助动力海洋学家进行研究工作的新的仪器也在不断发展，先进的系留流速计的不断发展就是一例。这种仪器可提供更可靠的长期测量数据。由人造卫星来提供观测资料则是另外的一个例子。通过卫星可以测量海面温度，且卫星可测的面积比用海面平台的可测面积大得多；这些温度分布资料加

上红外线照片对于确定海流的路径是很有帮助的。精度达到10厘米的测量海面高度的雷达测高仪预计在不久的将来即可投入使用。这种观测将给出关于外海潮汐的资料，从而前面提到的计算便能得到适当的检验。通过适当的平均，海面高度的资料可给出环流中的较强海流的信息。如果海面高度测量可以达到1厘米的精度、那么这种观测资料和地转计算配合在一起，就可提供一种强有力的工具，用来决定海洋环流，以便与理论结果进行比较。从人造卫星上进行的微波观测可以给出波高和海面风的资料。从卫星上进行观测的一个明显的优点就是有可能在整个海洋区域上进行频繁的重复观测，这就使得我们可以研究海洋随时间变化的特性。

海洋的细结构（尺度为一米至几米的铅直变化）和微结构（尺度为几毫米到几十厘米的小尺度湍流）是另一个活跃的研究领域。这类研究最终应该使我们对混合过程和摩擦过程的详细情况有更好的描述和了解，也应该使我们能对铅直涡动粘滞性和铅直涡动扩散性进行更好的参数化。对小尺度的水平涡动过程也应能作出更好的参数化。至于大尺度，程参数化应根据中尺度涡的研究结果。

在第十一章曾简要地提到过的南极区域和南极绕极流的研究在国际南大洋研究计划（ISOS）重新受到了重视，这个计划是由美国国家科学基金会资助的1970—1980期间国际海洋考察十年计划（IDOE）的一部分[和沿岸上升流生态系分析计划（CUEA，这是涉及物理海洋学的另一个大规模计划）以及基本上属于物理海洋学范畴的北太平洋实验计划（NORPAX）一样，中大洋动力学实验计划（MODE）和太平洋实验年中大洋动力学实验计划（POLYMODE）也是部分地由国际海洋考察十年计划（IDOE）资助的]。

南极绕极流是唯一完全没有经向（北-南）边界的海流系统，因此它的主要特征是特别有趣的。虽然大家都认为风的驱动是非常重要的，但过去对这支海流的输送量的估计值却分散在很广的范围内，因此在其他可能的驱动机制的重要性方面存在着争论。因为有了ISOS期间收集到的大量系留海流计的资料和其他观测资料，对这支环流系统已经有了比较完善的描述和较深刻的了解。对上述观测结果和正在进行的观测结果加以分析之后，无疑会提出进一步的工作任务。

关于IDOE这一庞大计划所得结果的一个有趣的回顾可以在《海洋》（第23卷，第一册，1980）中找到。

显然，到目前为止，关于海洋的知识还很不完全，还有许多工作要做。因此，对于观测海洋和解释海洋有兴趣的学生，还有很多机会来学习它们并从事这些方面的工作。

附录1　数学与某些基础流体力学原理的简单介绍

A.1.1　引言

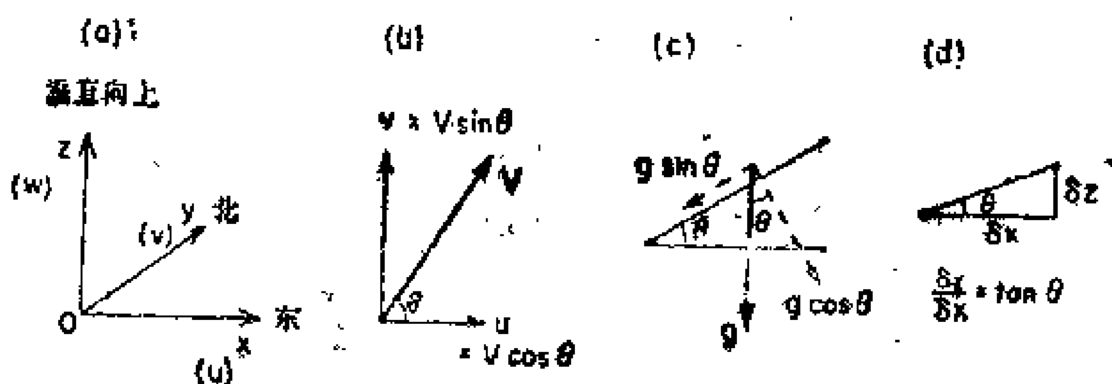
这个附录的主要目的是为非物理专业的学生简单介绍与本书有关的数学方法以及流体力学的某些知识。

本书中用于代表各物理量的主要符号在一开始就已经给出来了（见符号一览表）。

我们采用右手坐标系[见图A.1.(a)]，正x轴水平地指向东，正y轴水平地指向北，正z轴铅直地指向上。相应的速度分量就是u（向东为正）、v（向北为正）和w(向上为正)（应该注意，在《海洋》Sverdrup等人，1946）一书中，采用了正z轴向下的左手坐标系)。

A.1.2　标量和矢量

标量是只由一个数和一个单位表示的量（例如温度、质量），而矢量是一个有方向的量（例如速度、加速度、力）。本书中用黑体字母表示矢量，例如$\mathbf{V}$用通常字体的同一个字母就表示这个矢量的模或者量值(对于速度$\mathbf{V}$,它的模V称为“速率”。在有些书中，在该用“速率”一词时也使用“速度”，本书则将尽量避免这一点)。把矢量分解为分量往往是方便的，例如可利用图A.1 (a) 和图A.1 (b) 中的坐标轴来分解；在图A.1 (b)中与x轴成，角θ的矢量$\mathbf{V}$



图A.1 (a)本书所采用的坐标轴的方向规定以及相应的速度分量（u，v，w）；(b)矢量V在直角坐标系中的分量；(c) g 在斜面上的分量；(d)斜坡的斜率$\delta z/\delta x$

就可以分解为以下分量：指向东的分量$V\cos\theta=u$和指向北的分量$V\sin\theta=v$。当我们希望指定它们的方向时，我们把$V\cos\theta$写作iu，其中i是指向东（正x方向）的单位矢量。于是$-iu$就表示指向西（负x方向）的一个分量u。类似地，j和k分别是向北（$+y$）和向上（$+z$）的单位向量。另一个例子〔图A.1 (c)〕是铅直向下的重力加速度g的分解，g可以分解为两个分量，即沿着斜面向下的分量$g\sin\theta$，和垂直于斜面的分量$g\cos\theta$（此斜面与水平面的夹角为θ）。在海洋学的应用中，θ一般是很小的，所以$g\sin\theta$是一个小量，而$g\cos\theta$则近似等于g。

A.1.5 微商

缩写δz的意思是z方向上的一小段距离，而δx的意思是x方向上的一小段距离。在物理上，它们的商是斜面〔例如图A.1 (d)〕相对于水平面的坡度的度量，也就是说，$\delta z/\delta x=\tan\theta$。在$\delta x$趋近于零（$\delta x\to 0$）的极限情况下$\delta z/\delta x$被写为

dz/dx，并称为微商、梯度或z随x的变化率。如果变量（在现在的情况下为z）只是x的函数时，这种说法是正确的。如果变量还是其他参数的函数，例如$S=S(x,y,z,t)$，那么S只对x的微商就写作$\partial S/\partial x$，并称为y、z和t保持常数时S（对x）的偏微商。

一种特殊情况是变量的$\partial/\partial t$为零的情况，例如$\partial S/\partial t=0$，$\partial u/\partial t=0$。这个量不随时间而变化，但这并不意味着这个量本身为零。例如，$\partial u/\partial t=0$意味着在所研究区域中的任何一点上，u均不随时间而变化，但u不一定为零，也就是说，水可以运动，但在每一点上其速率均为常数（定常的运动）。这种流动状态称为定常状态。还要注意，$S=S(x,y,z)$和$\partial S/\partial t=0$是等价的，它们意味着S处处不随时间而变化，但S在不同点上的值可以不同。

常用的一条规则是：对于乘积的微商，有$\partial(\rho u)/\partial x=\rho(\partial u/\partial x)+u(\partial\rho/\partial x)$。

A.1.3.1 全微商

在流体动力学中提出了这样一种特殊情况，即物理量q既随(x,y,z)变化，又随时间t变化；即$q=q(x,y,z,t)$。时间微商dq/dt称为全（个别）微商，因为它是跟随特定流体微团运动时q相对于时间和空间的时间变化率。可以证明dq/dt由下式给出

$$\frac{dq}{dt}=\frac{\partial q}{\partial t}+\left(u\frac{\partial q}{\partial x}+v\frac{\partial q}{\partial y}+w\frac{\partial q}{\partial z}\right)\quad(A.1)$$

全微商＝局部微商＋对流微商

从物理上说，上式说明了在固定地点(x,y,z)上q可随时间而变化$(\partial q/\partial t)$，在固定时刻从一点到另一点$(x+\delta x,\ y+\delta y,\ z+\delta z)$ q也可以变化。方程（A.1）右

端第一项称为局部微商；而其他三项称为对流微商，因为它们与流动（对流）分量u，v和w有关。

为了推导表达式（A.1）。首先考虑q值在所有点上都不随时间变化的情况——定常状态。在数学上，我们把这种情况写为$\partial q/\partial t=0$。然而，q还可随位置而变化，在这种情况下，除非q处处相同，否则通过流场运动的小块流体或“流体微元”必然要经历变化，即$dq/dt\neq 0$。首先我们考虑只有沿x方向的运动而且q也只有沿x方向的变化的简单情况，因此一小块流体在时刻t位于x点并具有量$q(x)$，而在稍后的时刻$(t+\delta t)$，此流体位于$(x+\delta x)$并且具有量$q(x+\delta x)$。利用泰勒级数展开式，我们可以写出

$q(x+\delta x)=q(x)+(\partial q/\partial x)\delta x+$量级为$(\delta x)^2$的项或更小的项

后面的项可以忽略不计（因为当$\delta x\rightarrow 0$时它们将变得可以忽略）。因此从x到$x+\delta x$，q的变化量为$(\partial q/\partial x)\delta x$，而跟随流体运动的变化率为

$$\frac{q\text{的变化量}}{\text{时间的变化量}}=\frac{\left(\dfrac{\partial q}{\partial x}\right)\delta x}{\delta t}=\frac{\partial q}{\partial x}\frac{\delta x}{\delta t}$$

在$\delta t\rightarrow 0$时的极限情况下，$\delta x/\delta t\rightarrow u$，于是量$q$的变化率为$u(\partial q/\partial x)$。在更一般的情况下，即速度还有分量$v$和$w$，且在三个方向上$q$都可变化，此时与流体运动有关的变化率就是

$$u\frac{\partial q}{\partial x}+v\frac{\partial q}{\partial y}+w\frac{\partial q}{\partial z}$$

这就是该量变化率的对流分量。

现在，如果我们把流场固定点上物理量q随时间的变化

率$\partial q/\partial t$也包括在内，我们就得到了方程（A.1）给出的全微商。于是“全微商”这个词的含意就是局部微商与对流微商（或者说“场”的微商）的和，它与“个别微商”完全相同，“个别微商”的意思是“跟随个别流体元运动时的微商”。

如果量q是流场中的标量，例如盐度(S)或温度(T)，那么方程(A.1)就是这个量q的全微商的完整表达式。如果量q是矢量，例如速度（V），一般来说全微商应有如下三个分量：

$$x方向：\frac{du}{dt}=\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}$$

$$y方向：\frac{dv}{dt}=\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z} \qquad (A.2)$$

$$z方向：\frac{dw}{dt}=\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}$$

A.1.3.2　全微商——物理图像

为了得到全微商的物理图像，考虑下述情况。流体沿一根管子ABCD流动，这根管子在z方向的尺寸为常量〔图A.2(a)〕，但在B与C之间管子缓慢地收缩，因此，速度没有z方向的分量，而且在接近于中心线的地方，v和$\partial u/\partial y$可以忽略不计，此时方程（A.2）中的x分量方程变为

$$\frac{du}{dt}=\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}$$

全加速度＝局部加速度＋场加速度

(a)如果流量为常量：

(Ⅰ)在每一点上，u等于常数，$\therefore \partial u/\partial t=0$，即局部加速度为零，

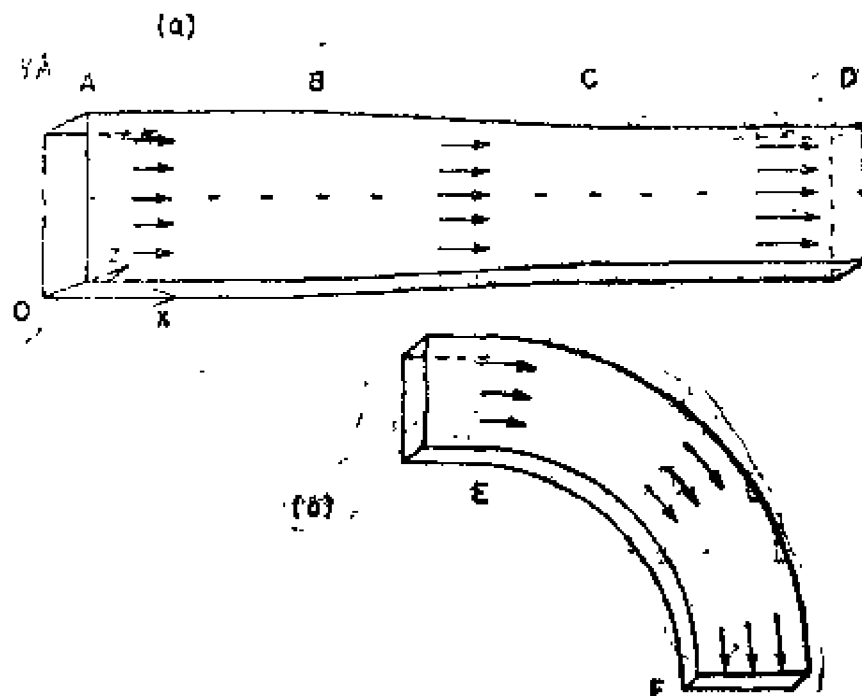


图 A.2　为讨论全微商而考虑的流动示意图
(a)直线流动；(b)曲线流动

(Ⅱ)在每一瞬时，在AB段与CD段上，u等于常数，因此u $(\partial u/\partial x)=0$，即场加速度为零，∴全加速度为零；

(Ⅲ)在每一瞬时，在BC段上，u随x增加，因此u $(\partial u/\partial x)$为正，即$\frac{du}{dt}=u\frac{\partial u}{\partial x}$为正值（但为定常状态），或者说全加速度只等于场加速度。

(b)如果流量是随时间增加的：

(Ⅰ)在每一点上，u随时间增加，∴$\partial u/\partial t$为正值；

(Ⅱ)在每一瞬时，在AB段和CD段上u随时间是增加的，但$\partial u/\partial x=0$，∴u $(\partial u/\partial x)=0$，即$\frac{du}{dt}=\frac{\partial u}{\partial t}$，或者说全加速度等于局部加速度；

(Ⅲ)在每一瞬时，在BC段上，u随x增加，因此$\partial u/$

∂x为正值，$\therefore u\ (\partial u/\partial x)$ 为正值，即 $\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=\frac{\partial u}{\partial t}$

$+u\frac{\partial u}{\partial x}$为正值，∴全加速度等于局部加速度与场加速度之和。

(c)如果流量是随时间减小的：

(Ⅰ)在每一点上，u随时间减小，$\therefore \partial u/\partial t$为负值；

(Ⅱ)在每一瞬时，在AB段和CD段上u是随时间减小的，即全加速度等于局部加速度且为负值。

(Ⅲ)在每一瞬时，在BC段上，u随x增加，因此$\partial u/\partial x$为正值，$\therefore u\ (\partial u/\partial x)$ 为正值，即 $\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=\frac{\partial u}{\partial t}$

$+u\frac{\partial u}{\partial x}=$ (负项) + (正项)，∴全加速度 = 局部加速度 + 场加速度，因此$\mathrm{d}u/\mathrm{d}t$的值可能是正的或负的，也可能是零。

考虑另外一种管内的流动，此管在z方向上的尺度为常量，但在xy平面上是弯曲的[图A.2(b)]。在E点上，$v=0$，$u\neq0$；而在F点上，$u=0$，$v\neq0$，因此对于流量为常数的情况，$(\partial u/\partial t)=(\partial v/\partial t)=0$，且

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=0+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}$$

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}v}=0+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}$$

即全加速度只等于场加速度。

A.1.4 积分

积分的基本含义是求和。例如在图A.3(a)中，我们希

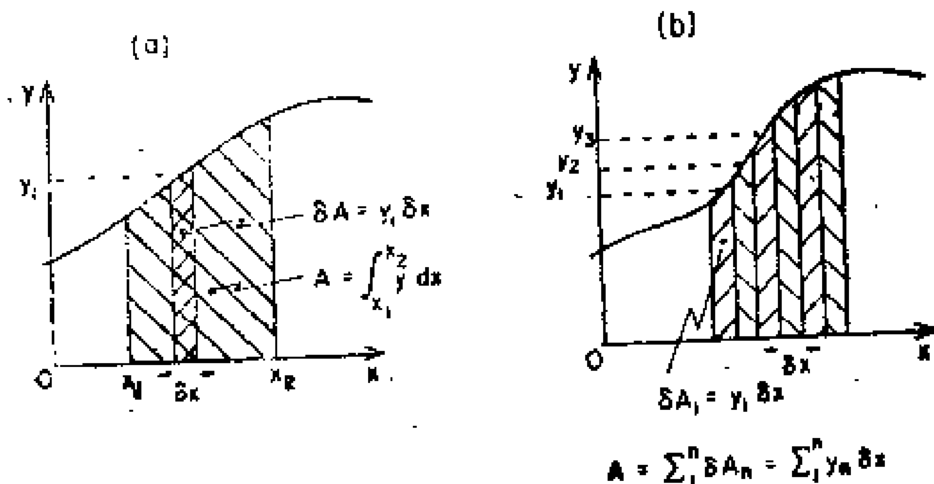


图 A.3 (a)积分的含义；(b)通过求窄带面积的和，得到曲线下面的面积

望求出曲线、x轴和垂线$x=x_1$和$x=x_2$围成的单阴影区域的面积。我们可以通过把这块面积分割成许多窄带，如图中双阴影表示的窄带，此窄带的高度为y_1，宽为δx，因此窄带的面积$\delta A=y_1\delta x$，然后对所有窄带的面积求和，便得到所要求的总面积

$$A=\Sigma\delta A=\sum_{x_1}^{x_2}y\delta x$$

上式可改写成

$$A=\int_{x_2}^{x_1}y\mathrm{d}x$$

即等于y对x的积分。

如果y是x的简单函数，可按一定的规则求y对x的积分，如果y是x的复杂函数或不规律的函数[如图A.3(b)所示]，那么就没有求这种积分的已知规则。在这后一种情况下，就有必要回到原来的基本方法上去：

$$A=\sum_{x_1}^{x_2}y\delta x$$

即分割总面积为许多窄带，并把所有窄带的面积加起来，于是$A=\delta A_1+\delta A_2+\cdots=y_1\delta x+y_2\delta x+\cdots$。在第八章的地转流计算中曾采用过这种方法。

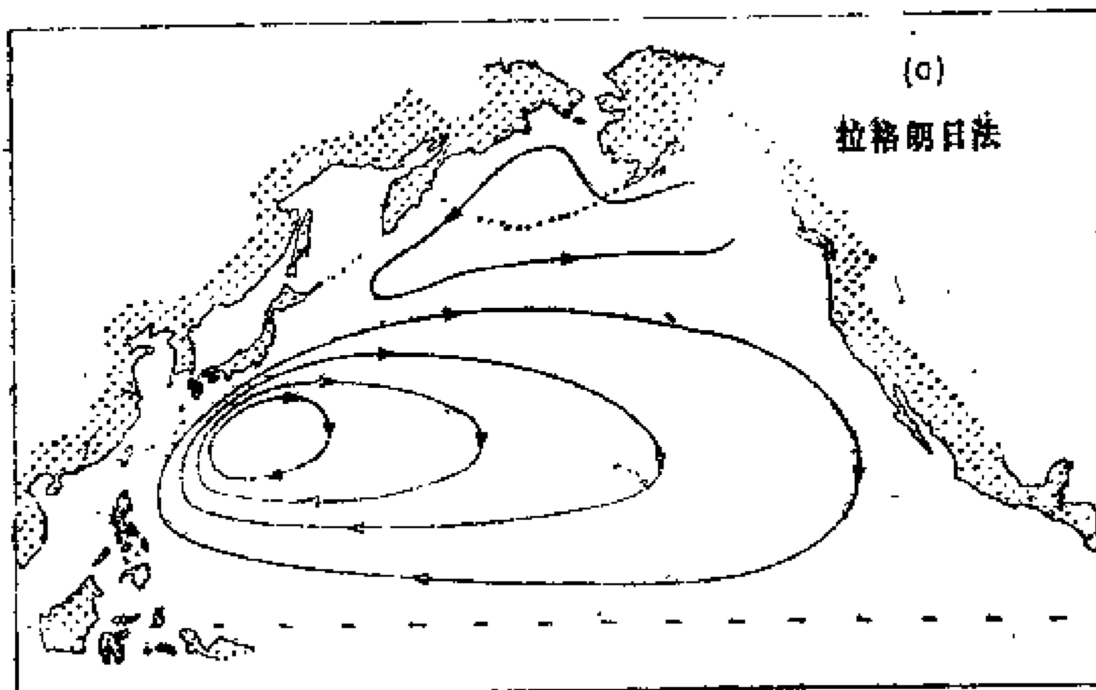
A.1.5 场

物理学家们采用“场”这个词来表示物理量在空间的分布，例如，温度或盐度的地理分布是标量场，而海流的分布是矢量场，如图A.4(b)所示。必须指出，在这类场中，物理量的等值线一般是不相交的，因为相交意味着在同一点上物理量有两个不同的值。

A.1.6 流体流动的描述

有两种描述流动的方法，一是拉格朗日方法，另一是欧拉方法。在拉格朗日方法中，我们描述或画出每个流体质点流过的路径（轨迹），并标出每个质点到达其轨迹上的每一点的时刻；在欧拉方法中，我们描述出每一瞬时流场中每一点的流体速度（速度和方向）(当然，实际上在拉格朗日方法中，我们只能画出选取的一部分轨迹；在欧拉描述法中，我们只能给出选取的一部分空间点上的速度）。

我们以北太平洋为例(图A.4)，解释这两种类型流动图。如果环流不随时间而变，那么这两种流动图将通过简单的方式联系起来，欧拉流动图中的每个矢量线一定是拉格朗日流动图中的连续曲线的切线。因此，如果在一系列的点上进行流速测量，依测量结果先作出欧拉流动图，那么在此图中作出连续曲线使曲线上任一点的切线方向都与该点的速度矢量线方向一致，便可得到相应的拉格朗日流动图。在这种定常情况下，拉格朗日轨迹曲线也是真正的流线（流线是对固定时刻



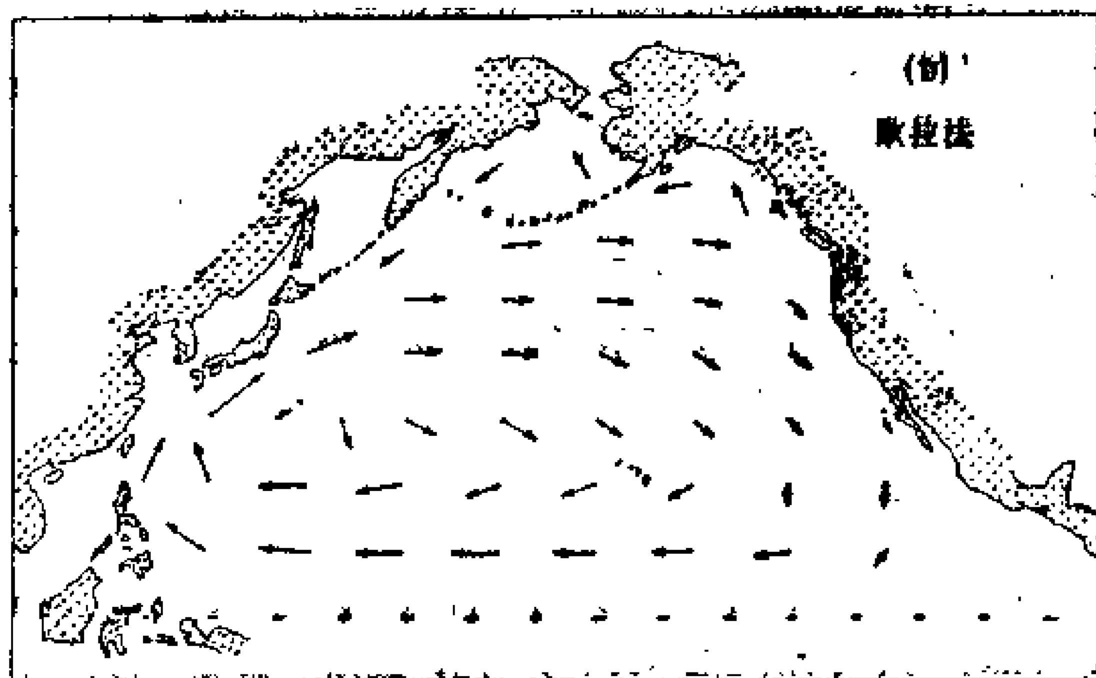


图 A.4 北太平洋的流动图
(a)用拉格朗日方法给出(流动迹线)，(b)用欧拉方法给出(各点上的速度)

作出的；流线上任意点处的切线均与欧拉速度矢量线重合）。可是，如果海流是随时间而变化的，那么，作为瞬时性质的流线图将连续地变化，而表示流动历史的拉格朗日流动图是通过对欧拉流动图的逐步求和得到的，因此它与任一时刻的流线图都不相同。

在所选的北太平洋的例子中，顺时针环流的主要（长期平均）特性可能变化不大，因此拉格朗日轨迹与某时刻的流线图之间的差别可能也不大。但在其他地方，例如在西珊瑚海或赤道印度洋，在一年的周期中海流要倒转方向一次，因此流线图与轨迹图有很大的差别。

通常用拉格朗日方法来描述海洋环境。如果海洋环流具有显著的季节变化，那就需要对不同的季节分别画出相应季节的拉格朗日流动图。绘制拉格朗日流动图所依据的资料是通过跟踪浮体或浮标而测得的。但是对于拉格朗日方法，数学处理比较困难。在许多固定点上放置海流计，并同时记录每一点的速率和方向，用这样测得的资料便可绘出欧拉流动图。采用欧拉方法，数学处理比较容易；当我们研究海水的运动方程时，常采用欧拉方法。原则上欧拉描述系统和拉格朗日描述系统可以相互转换，但实际上，资料一般都不充分，无法进行这种转换。

A.1.7 辐聚与辐散

海面的流动图像有一个共同的特点，即在有些地方流动向一点或一条线辐聚[图A.5(a，c)]，或从一点或一条线向外辐散[图A.5(b，d)]。在辐聚流动中，由于水不能消失，它必须在辐聚点或辐聚线处向下流动。对于辐散的流动，水必须从表面下向上流动，然后再在表面处向外辐散流动。图

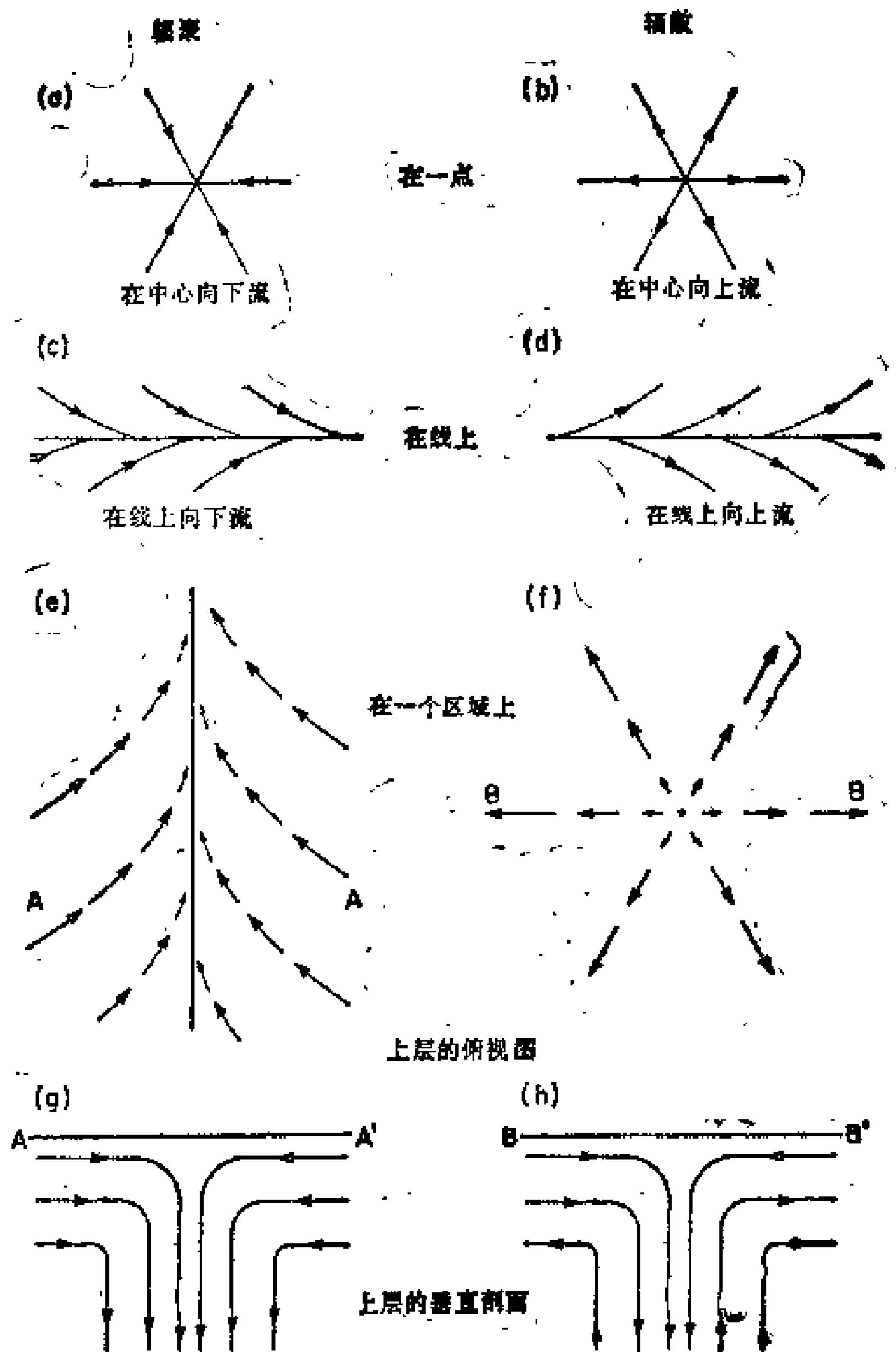


图 A.5 辐聚和辐散区上的流动图像

(a、b) 在一点上；(c、d) 在一条线上；
(e、f) 在一个面上；(g、h) 在一个面上。
前六张图是俯视图，后两张图是侧视图

A.5中的流动图像是数学上的理想化的流动图，因为图中向下和向上的流动都只出现在一个点或一条线上。这在现实世界中是不可能的，作为初次近似，把实际的海水当作是不可压缩的，海水流动并不只出现在无限薄的表面层上，而是出现在相当大的深度范围上。实际上，辐聚和辐散一般是发生在一个面上，如图A.5(e，f)所示。图A.5(a—f) 是表面的俯视图，图中箭头代表辐聚或辐散的上层中的流动。图A.5 (g，h) 表示(e)和(f)中的流动的铅直剖面图。注意图A.5 (e，f) 用的是欧拉表示法，它们表示积分后的上层体积输送，而图A.5 (g，h) 用的是拉格朗日表示法。

我们还需要指出另外一点，对于沿一条线的辐聚和辐散来说，线两侧的流动方向是否相反，那是无关紧要的。例如，从左边来的流动可能和右边的静止水体相遇（例如河水流入大海），或者移动较快的左边水体可能超过移动较慢的右边水体。此外，辐聚区域也可能会移动而不是静止的。

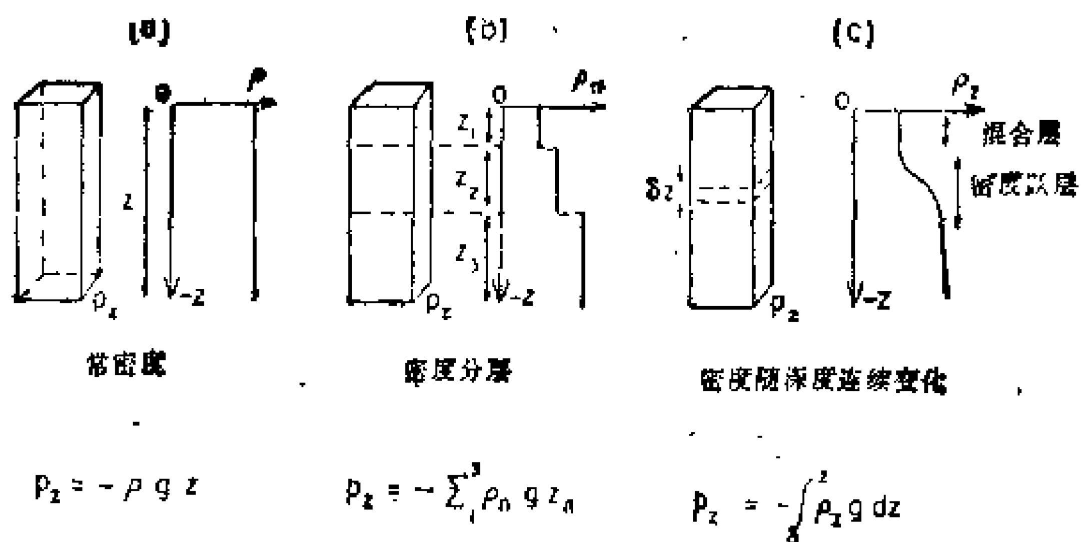
常常可以很容易地用肉眼看出海水的辐聚区，因为海面上的漂浮物都集中在辐聚中心或辐聚线上。通常，肉眼不易看出海面上的辐散区，但是在潮流很强的近岸水域中，有时次表层水由于底部的不规则性被迫向上流到表面，“水泡”也会向上到达表面并向外流动，这种向上的流动往往太快而来不及排列。这些有水泡的表面通常比周围的水面光滑，因此这种具有向上流动的辐散区是可用肉眼看到的。

A.1.8 流体静压强或海水压强

水面下一点的总压强等于水面上的大气压强与由该点上面的流体重量产生的压强之和。在大多数动力海洋学的计算中，通常都忽略大气压强项而只采用由海水重量引起的压

强，即流体静压强（或海水压强）。采用这种做法是有理由的，因为水平面会调整自己以补偿大气压强的变化，因此如果略去其他因素，不会出现引起流动的水平压强梯度。对于风暴潮来说，水平面的变化以及为产生这种变化需要的非定常海流可能是重要的（见13.10节）。[注意，大气压强的变化（±2千帕）只相当于水平面变化±0.2米左右]。

参阅图A.6(a)，如果水的密度ρ是均匀的（忽略可压缩性效应），在高度为z处（深度$h=-z$）的静压强为$p_z=-\rho g z$，其中g为重力加速度，这里我们假定它是与深度无关的。这种简单的情况在海洋中是很少见的，因为海水密度通常随深度而变化。如果水柱由密度均匀的三层组成，如图A.6(b)所示，则在$z=z_1+z_2+z_3$处的压强就应该是$p_z=-(\rho_1 z_1+\rho_2 z_2+\rho_3 z_3)\cdot g$。更一般地说，在海洋中密度以类似于图A.6(c)右图所示的方式随深度增加，上层为密度几乎均匀的混合层，然后是密度急剧增加带（密度跃层带），



这个带与密度变化很慢的下层相连。在这种情况下，如果把

图 A.6 流体中的压强
(a) 密度ρ为常量；(b) 密度ρ_n阶梯式变化；(c) 密度ρ_z随深度平滑地变化

由厚度为dz，密度为ρ的海水层引起的压强变化写为$dP = -\rho_z g dz$。那么海水的总静压强就是

$$p_z = \int_0^z -\rho_z g dz$$

加上负号是由于z向上增加的缘故。在水面上$z=0$，在水面以下z是负的，而p_z一定是正的。如果密度碰巧按照某种可求其积分的函数关系随深度变化，那么这个积分就可以直接计算出来。但是，通常都需要利用图A.6(b)的方法，把水柱划分为足够多的薄层，每层基本上有均匀的密度，这样便可近似地表示出密度随深度的真正分布。为了进行解析研究，图A.6(c)中的密度变化形式有时由一个分段函数来表示，其中一段为深度为h的上部混合层的均匀密度ρ_1，另一段为下层($z<-h$)的密度$\rho_z = \rho_d - (\rho_d - \rho_1)\exp(1+z/h)$，在这个函数中，下层密度渐近地趋于深水密度$\rho_d$。

A.1.9 斜坡效应

如果把质量为m的一个木块放在斜面上[图A.7(a)]，这木块很可能会保持静止不动，因为木块重量(mg)沿斜面向下的分量$mg\sin\theta$可能小于沿斜面向上的摩擦力。但是，如果把水倒在斜面上[图A.7(c)]，那么一开始水和斜面之间的摩擦力就会比重力沿斜面向下的分量小得多，因为在流体开始运动之前是没有摩擦力的。此时水将加速地沿斜面流下，直到与流动有关的摩擦力与重力沿斜面向下的分量相平衡时，水才以等速流动。如果我们有一个装了水的容器，并使容器内的水面形成倾斜状态[图A.7(b)]，那么不仅表面的水会向左运动，而且整个水体也会向左运动（假定水的密度是均匀的）。其原因是在水中任一水平面上，作用在一个小立方体右边的压力p_R[图A.7(d)]总大于左边的压力

p_L，因为在右边有较大的深度。因此就有向左的净力，从而小立方水体就有向左运动的趋势。对于密度均匀的流体，这个论证从表面到底部的整个深度上都成立。这是正压系统的一个例子，在正压系统中等压面都是彼此平行的（从而也平行于表面）。

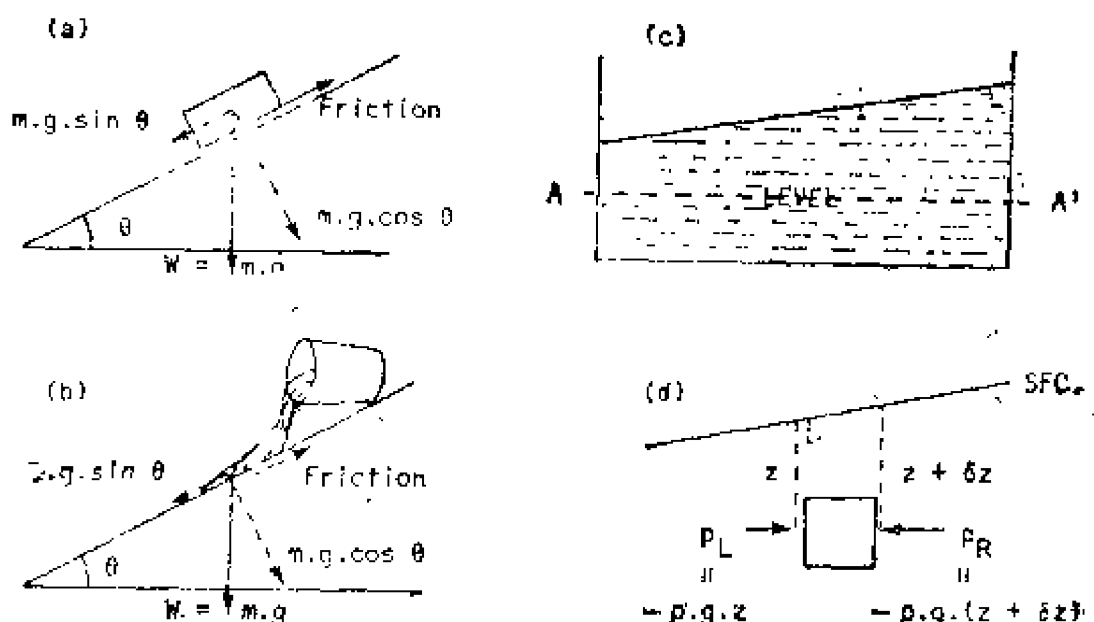


图 A.7 与斜面有关的力

上面的叙述适用于初始时刻水为静止的情形。在正文中已经指出，如果水作适当的运动（在此情况下，在北半球垂直流入纸面），则向右的科氏力（见第八章）可能大到足够与向左的静压力平衡，因此斜坡可以维持。

如果在图A.7(b)中水平面AA′以上的上层的水密度向右不断减小，从而使得静压力

$$p_A = \int_0^{z_A} \rho g \, dz$$

沿AA′保持为常数，那么净的水平静压力就不会一直到底部都存在。此时，AA′以上的水仍然会有向左运动的趋势，但如果AA′以下的水的密度是均匀的，那么在这部分水体中就不会有静压力的合力，因此也就不会有运动的趋势。在AA′以上的水层中，密度随水平位置变化，等压面是互相倾斜的，而不是互相平行的；这个压力系统就称为斜压系统。

A.1.10 压缩性

流体的压缩系数β定义为$\beta=-(1/V)(\mathrm{d}V/\mathrm{d}p)$，其中$V$是体积，$p$是压强，因此对于不可压缩流体有$\beta=0$，现在我们可以写出

$$\beta=-\frac{1}{V}\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}p}=-\left(\frac{1}{V}\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}\right)\left(\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}p}\right)$$

$$=-\left(\frac{1}{V}\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}\right)\bigg/\left(\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t}\right)$$

式中 $\mathrm{d}V/\mathrm{d}t$和$\mathrm{d}p/\mathrm{d}t$分别为跟随流体微团（极限情况为无限小）运动时观测到的体积和压强随时间的变化率。如果压强是变化的，但$\beta=0$，那么就可得出$(1/V)(\mathrm{d}V/\mathrm{d}t)=0$，对于体积为$V$、质量为常量的流体，其密度为$\rho=m/V$，对此流体有

$$\frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t}=\frac{V}{m}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{m}{V}\right)=-\frac{1}{V}\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}=0$$

所以我们可以认为不可压缩性的含义是

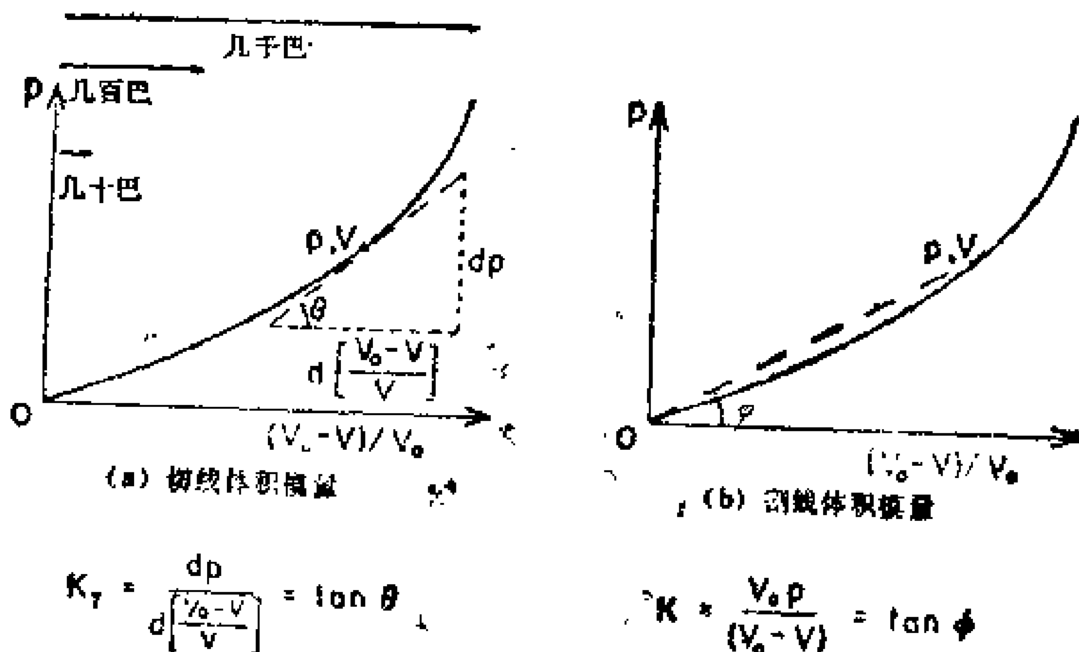
$$\frac{1}{V}\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}=0$$

或

$$\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dt}=0$$

A.1.11 状态方程

真实流体都是可压缩的，即$\beta\neq0$，体积变化与外加压强之间的关系称为压缩性方程。这一方程是完整的状态方程中依赖于压强变量的部分。如果质量固定的液体在$p=0$时的体积为V_0，在$p=p$时的体积为V，那么压缩曲线具有图A.8(a)所示的形式。对于较低的压强（几十巴）此曲线关系是线性的；对于几百巴的压强，此曲线关系是二次的；对于几千巴的压强，此关系是三次的[在液体的压缩性研究中，通常用“巴”作为压强的单位，虽然“巴”不是国际标准单位(SI)，但在海水的国际状态方程（1980）中仍采用“巴”这个单位．这一点在第二章中已提到过]。p和V之间的关系可以通



$$K_T=\frac{dp}{d\left[\frac{V_0-V}{V}\right]}=\tan\theta \qquad K=\frac{V_0 p}{(V_0-V)}=\tan\phi$$

图 A.8 为表示定义K_T和K而作出的液体压缩曲线示意图
(a) 切线体积模量（K_T）；(b) 割线体积模量（K）

过切线体积模量K_T（压缩系数的倒数）来表示，K_T定义为

$$K_T = -V\frac{dp}{dV}$$

因此K_T是（p，V）关系曲线的切线的斜率。对于很低的压强，为实用目的，可以把K_T当作常量，但对于较高的压强，K_T正比于p的某次幂（暂时假定等温条件成立）。

Hayward（1967）评论了过去所用的各种压缩方程并指出：用割线体积模量：

$$K = \frac{V_0 p}{V_0 - V} = K_0 + mp \qquad (A.3)$$

表达的改进的压缩方程易于从实验数据导出，而且实际上与切线体积模量具有同样的精度。量K是0到p的范围内的体积模量的平均值，也就是说，K对应于连接原点和点(p,V)之间的割线的斜率[图A.8(b)]，而K_0是$p=0$时的体积模量的值。注意，V_0和V分别正比于$p=0$和p时的液体比容。

在近来对海水的完整状态方程的研究中，Millero, Chen, Bradshaw和Schleicher(1980)指出，可以用如下形式的割线体积模量方程来最好地描述实验数据：

$$K(s,t,p) = \frac{\alpha_0 p}{\alpha_0 - \alpha_p} = K_0 + Ap + Bp^2 \qquad (A.4)$$

式中 α_0和α_p分别为$p=0$和p时海水的比容。对于纯水，K_0，A和B包括温度依赖参数；而对于海水，它们则包括温度和盐度依赖参数。于是，状态方程就表示为如下的形式：

$$\alpha(s,t,p) = \alpha(s,t,0)[1 - p/K(s,t,p)]$$

或 (A.5)

$$\rho(s,t,p) = \rho(s,t,0)[1 - p/K(s,t,p)]$$

在附录3中给出了此状态方程中的常数的详细情况。

十分有趣的是当Tait（1888）研究"挑战者"号海洋考察船（1872至1876）取得的海水样品的压缩性时，提出了一个被他称为"平均压缩方程"的方程；这个方程被重新排列后就得到与上述方程（A.4）相同的形式。然而，正如Hayward(1967)指出的，已被液体压缩性领域中的两代工作者采用的"泰特（Tait）方程"是对Tait原来导出的方程的一种误用，事实上，被误用的方程更复杂，更不容易应用，且并不比原始的泰特方程有更高的精度。被错误引用的原因至今还没有搞清楚。

A.1.12 向心力和离心力

加速度被定义为流体速度的变化率，它包括速率和（或）方向的变化率。如果物体有质量，那么要引起速率或方向的改变就要求有一合力。如果运动方向是变化的，那么物体就一定作曲线运动，而且一定有一个指向路径曲率中心的向内的合力。这个作用在物体本身上的力就称为向心力。牛顿第三运动定律告诉我们，对于每一个作用力，都有一个大小相等、方向相反的反作用力作用在另一个物体上。向心力的反作用力就称为离心力；注意到离心力并不作用在物体本身上而是作用在另外的物体上，这一点是十分重要的。

我们可以给出向心力和离心力的一个简单例子。一根细绳与一小质量的物体相连结，用手握住绳的一端，然后使小物体急速地旋转。此时绳子就提供了作用在小质量上的向内的向心力，同时绳子作用在手上的向外的拉力就是离心力。

有些作者通过利用一个假想的作用在质量上的向外的力（其值等于质量×加速度）来研究这种系统的动力学，并称这个力为离心力。虽然利用向外的"质量加速度"的方法对

于求解动力学问题来说是合理的（往往也是方便的），但把这种力称为“离心力”是不正确的。我们宁愿用作用在质量本身上的向内的向心力来处理旋转问题。

在上面的例子中，质量上的绳子张力提供了作用在作圆周运动的向心力，而在天文学情况下，例如作用在月球上的地球引力提供了使月球在轨道上运行所需要的向心力。同样地，方向相反地作用在地球上的月球引力提供了使地球围绕地-月系统质量中心旋转所需要的向心力。

附录2　物理海洋学中采用的单位

A.2.1　引言

物理海洋学家一直采用混合单位制，这种单位制对于充分了解它的人来说是有优点的，但对刚涉足海洋学领域的人来说却造成了某些困难。因为现在已普遍使用国际单位制（缩写为SI），因此在本书中我们也采用了这种单位制。在国际单位制中，有基本单位与根据基本单位导出的导出单位和许多临时性单位；这些临时性单位现在已被人们接受了，但最终将被淘汰。下面我们首先列出动力海洋学中采用的基本单位、导出单位和临时性单位，然后再把这些单位与老的混合单位联系起来，对于国际单位制我们主要的参考资料是加拿大标准化委员会出版的《米制实施指南》（Metric Practice Guide）（参阅CAN-3-001-02-73，CSA Z234.1-1973）。

A.2.2　基本单位

本书所用的基本单位、它们的缩写形式和物理量量纲为

物理量	基本单位	缩写形式	量纲
长度	米	m	[L]
质量	千克	kg	[M]
时间	秒	s	[T]
热力学温度	开	K	[K]

A.2.3 导出单位和临时单位

下面我们分别对各种量给出它们的单位以及这些单位的缩写。另外，在单位名称的下面还给出方程中采用的符号以及通过长度量纲[L]、质量量纲[M]、时间量纲[T]和热力学温度（绝对零度以上的温度）量纲[K]，表示该物理量的量纲（在方括号内）。

物理量 （符号） [量纲]	单位和缩写
长度 (L) [L]	1厘米(cm) = 10^{-2}米 1分米(dm) = 10^{-1}米 1千米(km) = 10^{3}米 1海里(n ml) = 1852.0米（临时单位）
质量 (m, M) [M]	1克(g) = 10^{-3}千克 1吨(t) = 10^{3}千克
时间 (t, T) (T)	1分钟(min) = 60秒 1小时(h) = 60分 1天(d) = 24h = 86 400秒（平均太阳日）； (86 164秒 = 1恒星日) 1年(a)在SI中没有定义，这里取为365天

续 表

面积 (A), $[L^2]$	1米^2
体积 (V), $[L^3]$	1米^3, 1升≃1分米^3=10^{-3}米^3 (这不是国际单位制中的单位，不用于高精度度量)
速度；速度分量 (V, u, v, w, C) $[LT^{-1}]$	1米·秒$^{-1}$=10^2厘米·秒$^{-1}$, 1节(kn)=1海里·小时$^{-1}$=0.514米·秒$^{-1}$ (临时单位)
加速度 (a), $[LT^{-2}]$	1米秒$^{-2}$
密度 (ρ), $[ML^{-3}]$	1千克·米$^{-3}$=10^{-3}克·厘米$^{-3}$
相对密度 (d), 无量纲	液体相对于纯水，气体相对于空气的值——以前称为"比重"
比容 (α), $[M^{-1}L^3]$	1米^3·千克$^{-1}$=10^3厘米^3·克$^{-1}$
力 (F), $[MLT^{-2}]$	1牛(N)=1千克·米·秒$^{-2}$=给1千克的质量以1米·秒$^{-2}$的加速度所要求的力(=10^5达因——不是SI)
压强 (P), $[ML^{-1}T^{-2}]$	1帕(Pa)=1牛·米$^{-2}$(=10达因·厘米$^{-2}$)——不是SI)(=10^{-5}巴——不是SI)
能量 (E, W), $[ML^2T^{-2}]$	1焦(J)=1牛·米(=10^7尔格——不是SI)
动力学粘性系数 (μ), $[ML^{-1}T^{-1}]$	1帕·秒(Pas)=(10泊——不是SI)
运动学粘性系数 ($\nu=\mu\rho^{-1}$), $[L^2T^{-1}]$	1米^2·秒$^{-1}$=10^4厘米^2·秒$^{-1}$(=10^4斯托克斯——不是SI)
运动学扩散系数 (κ), $[L^2T^{-1}]$	1米^2·秒$^{-1}$

续表

温　度， (T)，[K]	摄氏温度(°C)是热力学温度T与温度T_0=273.15K的差，即0°C=273.15K，单位为1K

A.2.4　动力海洋学中采用的单位和某些数值

这些单位中的一部分是专门用于物理海洋学的，为说明起见给出了一些量的数值。

物理量 (符号) [量纲]	描述，典型的数值
斯维尔德鲁普 (Sv) [L^3T^{-1}]	为体积输送量的单位，1斯维尔德鲁普=10^6米^3·秒$^{-1}$；(不是SI)。主要海流的典型值为：太平洋赤道流，10至70斯维尔德鲁普；墨西哥湾流，50至150斯维尔德鲁普；南极绕极流达290斯维尔德鲁普
盐　度 (S_A, S) 无量纲	绝对盐度(S_A)定义为溶解于海水的物质的质量与海水质量之比。实用盐度(S)是借助于海水样品在温度为15°C、压强为标准大气压时的电导率和氯化钾(Kcl)溶液(其中Kcl占32.4356%)在相同的温度和压强时的电导率之比K_{15}来定义的，根据定义，数值精确地等于1的K_{15}对应于精确地等于35的实用盐度，借助于K_{15}通过下列方程定义实用盐度$S=a_0+a_1K_{15}^{1/2}+a_2K_{15}+a_3K_{15}^{3/2}+a_4K_{15}^2+a_5K_{15}^{5/2}$ 其中$a_0=0.0080$，$a_1=-0.1692$，$a_2=25.3851$，$a_3=14.0941$，$a_4=-7.0261$，$a_5=2.7081$，$\Sigma a_i=35.0000$，$2<S<42$世界大洋的实用盐度平均值约为$S=34.7$，在红海中的值超过42，在河流附近的沿岸区接近于零。 由于不可能精确地在15°C下进行测量，因此在实际中采用标准海水(S已知，约为35，同时标出K_{15})

的测定值)来校正电导率仪器,并测出同一温度下,海水样品的未知电导率与标准海水的电导率之比R_t。然后用R_t代替S方程中的K_{15},如果$t \neq 15°C$,就可以加上如下的修正量

$$\Delta S=\frac{(t-15)}{1+k(t-15)}\left(b_0+b_1R_t^{1/2}+b_2R_t+b_3R_t^{3/2}+b_4R_t^2+b_5R_t^{5/2}\right)$$

其中$b_0=0.0005$,$b_1=-0.0056$,$b_2=-0.0066$,$b_3=-0.0375$,$b_4=0.0636$,$b_5=-0.0144$,$k=0.0162$

当场电导率仪器测出当场电导率与标准电导率之比R($S=35$,$t=15°C$,$p=0$时,标准电导率为1)。比值R可分解为三个因子的乘积$R=R_p r_t R_t$,其中R_p是当场电导率与温度相同而$p=0$时的同一样品的电导率的比值;r_t是温度为t、$S=35$时的标准海水的电导率与$t=15°C$时标准海水的电导率之比。由R_p和r_t的值就可以计算出$R_t=R/(R_p r_t)$。以°C作为t的单位,以巴(10^5帕)作为压强的单位,有

$r_t=c_0+c_1t+c_2t^2+c_3t^3+c_4t^4$ 其中$c_0=0.6766097$,$c_1=2.00564\times10^{-2}$,$c_2=1.104259\times10^{-4}$,$c_3=-6.9698\times10^{-7}$,$c_4=1.0031\times10^{-9}$,

$$R_p=1+\frac{p(e_1+e_2p+e_3p^2)}{1+d_1t+d_2t^2+(d_3+d_4t)R}$$

其中$e_1=2.070\times10^{-4}$,$e_2=-6.370\times10^{-8}$,$e_3=3.989\times10^{-12}$,$d_1=3.426\times10^{-2}$,$d_2=4.464\times10^{-4}$,$d_3=4.215\times10^{-1}$,$d_4=-3.107\times10^{-3}$。

(关于盐度和状态方程的正式说明可参看《联合国教科文组织的技术论文——海洋科学》(Unesco Technical Papers in Marine Science, No.36, 1981)和其他更进一步的参考资料

密度
(ρ)
[ML^{-3}]

是S,T和p的函数,即$\rho=\rho(S,T,p)$。在标准大气压(静压强为零)下,对温度$T=10.00°C$和盐度$S=35.00$的海水,有$\rho(35,10,0)=1026.954$千克·米$^{-3}$。严格说来,海水密度是相对于作为标准的纯水来进行测量的,因此是"相对密度"。但是,在

	在方程中必须把它当作有量纲的密度来处理。关于这一点，可进一步参阅附录3
σ_t (σ_t) $[ML^{-3}]$	这个量是为了方便而引进的，它被定义为：$\sigma_t=\rho(s,\ t,\ o)-1000.00$。对于密度为$\rho(35,\ 10,0)$的海水样品，$\sigma_t=26.95$(在说明$\sigma_t$的值时通常省略其单位(千克·米$^{-3}$)；通常，$\sigma_t$的值是用于描述目的而不用于方程中)。在混合单位制中，ρ的单位用克·厘米$^{-3}$，σ_t被定义为$\sigma_t=(\rho-1)\times10^3$；尽管单位不同，但这样算出的$\sigma_t$与用SI单位定义的$\sigma_t$具有相同的数值(在SI中它的单位是毫克·厘米$^{-3}$)。 注意，尽管海水的密度可以用六位有效数字表示，σ_t可以用四位有效数字表示，但它们的绝对数值却不能具有这样高的精度。对于典型的大洋水，密度差可以精确到第二位小数(0.01千克·米$^{-3}$)，但密度的绝对数值却只能精确到第一位小数(0.1千克·米$^{-3}$)，即，如使用以前的老查算表，ρ有五位有效数字或σ_t有三位有效数字。国际海水状态方程(1980)宣称具有3.6×10^{-3}千克·米$^{-3}$的标准误差，即对于σ_t有0.0036的误差
比　容 $(\alpha=1/\rho)$ $[M^{-1}L^3]$	是S，T和p的函数，即$\alpha=\alpha(s,\ t,\ p)$。在标准大气压下，对温度$T=10.00$°C和盐度$S=35.00$的海水，$\alpha(35,\ 10,\ 0)=0.973753\times10^{-3}$米^3·千克$^{-1}$
比容距平 (δ) $[M^{-1}L^3]$	定义为 $\delta=\alpha(s,\ t,\ p)-\alpha(35,\ 0,\ p)$ (单位：米^3·千克$^{-1}$)
热盐比容距平 $(\Delta_{s,\ t})$ $[M^{-1}L^3]$	是δ的表示式中的一项(见正文2.2.3节)。SI单位是米^3·千克$^{-1}$，对于$\sigma_t=26.95$，$\Delta_{s,t}$的值为109.5×10^{-8}米^3·千克$^{-1}$。在旧的混合单位制中，相应的值为109.5×10^{-5}厘米^3·克$^{-1}$，或109.5厘升·吨$^{-1}$(cl t^{-1})；采用这个单位可避免写出10的幂(1厘升·吨$^{-1}=10^{-8}$米^3·千克$^{-1}$)
压　强 (p) $[ML^{-1}T^{-2}]$	1 巴 $=10^3$毫巴($=10^6$达因·厘米$^{-2}$)$=10^5$帕$=100$千帕 1 分巴(d bar)$=10^4$帕$=10$千帕。一个标准大气

	压＝1013.25毫巴＝101.325千帕。在外海，1000米的深度处的压强大约为1010分巴＝10100千帕
重力位势 (Φ) [L^2T^{-2}]	在地球附近将单位质量的物体铅直举起一小段距离z时所作的功＝gz焦·千克$^{-1}$。在SI中，Φ的单位是1焦·千克$^{-1}$＝1米^2·秒$^{-2}$，若以$g=9.80$米·秒$^{-2}$作为重力加速度的值，铅直地举起1米时的位势变化为$\delta\Phi=9.8$焦·千克$^{-1}$。 过去在动力海洋学中，曾采用称为“动力高度”(D)的量，它是以动力米为单位的重力势，而1动力米＝10.0焦·千克$^{-1}$＝10.0米^2·秒$^{-2}$。若取$g=9.80$米·秒$^{-2}$，则海面与几何深度1000米之间的动力高度差为－980达因·米
粘性系数 (μ)[$ML^{-1}T^{-1}$] (ν, A_x等等) [L^2T^{-1}]	在$T=10°C$时，对于$S=35$的海水 分子粘性系数为 动力学的：$\mu\approx1.4\times10^{-3}$千克·米$^{-1}$·秒$^{-1}$ 运动学的：$\nu=\mu\rho^{-1}\approx1.4\times10^{-6}$米^2·秒$^{-1}$ 涡动粘性系数为 运动学的：A_x，A_y可达10^5米^2·秒$^{-1}$，A_z可达10^{-1}米^2·秒$^{-1}$
扩散系数 (κ_t, κ_s) [L^2T^{-1}] (K_x, K_y) [L^2T^{-1}]	对于海水： 运动学分子扩散系数为 热的，κ_t约为1×10^{-7}米^2·秒$^{-1}$ 盐的，κ_s约为1×10^{-9}米^2·秒$^{-1}$ 运动学涡动扩散系数，与上述涡动粘性系数有相同的范围

附录3　根据盐度、温度及压强估计比容和密度时，所需的各种查算表或公式的出处

A.3.1　查表法

过去，计算比容、比容距平等量时，采用的单位制是旧的混合单位制，盐度则是实用盐标（1978）实施以前的盐度，而计算的依据则是海水的国际状态方程（1980）以前的克努森-埃克曼状态方程。计算工作是通过查表进行的，现将各种查算表的出处列于下面。其中带撇的符号表示混合单位制中的值（参考资料见文献目录，B.2）。

$\alpha'(35, 0, p)$　　Sverdrup 等人，表1，

$p=0$—9900毫巴（99000千帕）

Neumann和Pierson，表Ⅳ

压力范围同上。

N.O.O.614，表Ⅳ

压力范围同上

$\Delta'_{s,t}$　　Sverdrup 等人，表Ⅲ

σ_t从23至28 Neumann和pierson，表Ⅰ

σ_t范围同上

N.O.O. 614，表Ⅴ

T从-1.9至29.9°C，S'从21.0至37.9

$\delta'_{t,p}$，$\delta'_{s,p}$	Sverdrup 等人，表Ⅳ和表Ⅴ Neumann和Pierson，表Ⅱ和表Ⅲ N.O.O 614，表Ⅵ和表Ⅶ	p从0至10000分巴 S'从30至40 T从－2至30°C

σ'_t		T	S'
	Knudson的表	－2至30℃	0至40
	N.O.O.614	－2至30℃	30至38
	N.O.O.615	－2至30℃	0至40
	Fleming(1939)	－2至30℃	22至41

（表中对于σ'_t的各种值列出了相应的S'和T的值）

$\rho'(s,t,p)$　　　　$\alpha'(s,t,p)$的倒数

SI单位制中的值（无撇的）与混合单位制中的值（有撇的）之间的关系：

$\alpha=\alpha'\times10^{-3}$	$\rho=\rho'\times10^{3}$
$\Delta_{s,t}=\Delta'_{s,t}\times10^{-3}$	$\sigma_t=\sigma'_t$
$\delta_{t,p}=\delta'_{t,p}\times10^{-3}$	p(千帕)＝p'(分巴)×10
$\delta_{s,p}=\delta'_{s,p}\times10^{-3}$	如采用旧的盐度定义[即不是实用盐标(1978)]，T和S'的数值不变

为了了解各量的量级，表A.3.1给出各比容距平项的一部分值。表中空白处表示该参数组合在海洋中不出现。

表A.3.2的第一列表示盐度（根据电导率得出），温度和压强这三个参数的常规测量的现有精度，第二列和第三列分别表示对应于每个参数单独变化的密度精度和比容精度。为便于比较，在表的底部给出了对于盐度为35.00，温度为10℃和静压强为零（$p=0$）的海水的密度值和比容距平值

表 A.3.1 以10^{-8}米^3·千克$^{-1}$为单位的各比容距平项的部分数值

	温　度	盐　度：	30	32	34	35	36
$\Delta_{s,t}$:	−2°C	$\Delta_{s,t}$ =	378	224	70	−7	−84
	0		383	230	76	0	−76
	10		481	332	183	110	36
	20		682	536	390	318	245
	温　度	**压　力：**	**0**	**1**	**2**	**5**	**10×10⁴千帕**
$\delta_{t,p}$:	−2°C	$\delta_{t,p}$ =	0	−6	−11		
	0		0	0	0	0	0
	2		0	6	10	22	33
	10		0	21	41		
	盐　度	**压　力：**	**0**	**1**	**2**	**5**	**10×10⁴千帕**
$\delta_{s,p}$:	30	$\delta_{s,p}$ =	0	−8			
	34		0	−2	−3	−7	
	34.8		0	0	−1	−1	−2
	35		0	0	0	0	0
	36		0	2	3		

注意：上表中的δ值是按照实用盐标(1978)求得的值，其他距平值是依国际状态方程(1980)求得的值。

表 A.3.2 盐度、温度和压强的测量精度以及与之有关的密度及比容的精度

测量精度	有关精度	
	密度(kgm^{-3})	比容(m^3kg^{-1})
$\Delta S=\pm0.003$	$\Delta\rho=\Delta\sigma_t=\pm0.002$	$\Delta\alpha=\Delta(\Delta_{s,t})=\mp0.2\times10^{-8}$
$\Delta T=\pm0.02°C$	$\Delta\rho=\Delta\sigma_t\mp0.002(T=2°C,\ S=35)$ 至$\mp0.006(T=25°C,\ S=35)$	$\Delta\alpha=\Delta(\Delta_{s,t})=\pm0.3\times10^{-8}$
$\Delta P=\pm50$千帕 (对1000米的表层═$\Delta z=\mp5$米)	$\Delta\rho=\pm0.24$*	$\Delta\alpha=\mp2.2\times10^{-7}$
对于$S=35.00$ $T=10.00°C$ $p=0$ 的海水	有$\rho=1026.95$千克·米$^{-3}$ $\sigma_t=26.95$千克·米$^{-3}$ $\alpha=0.97376\times10^{-3}$米^3·千克$^{-1}$ $\Delta_{s,t}=109.7\times10^{-8}$米^3·千克$^{-1}$	

*在深水中，由于压强的测量精度较差所以压强造的精度也就差一些。

等。

A.3.2 海水的国际状态方程(1980)

新的状态方程是由Millero和Pisson(1981)提出来的，并刊载于《联合国教科文组织的技术论文——海洋科学》[No. 36, (Unesco, 1981)] 上。作为实用盐度(S)、温度(T℃)和海水压强p(巴)的函数的海水密度由下式给出

$$\rho(s,t,p)=\rho(s,t,0)/[1-p/K(s,t,p)]$$

其中，$K(s,t,p)$是割线体积模量（见A.1.11节)。比容由下式给出

$$\alpha(s,t,p)=\alpha(s,t,0)[1-p/K(s,t,p)]$$

下面给出以多项式表示的$\rho(s,t,0)$和$K(s,t,p)$。

在国际状态方程(1980)中，在一个标准大气压下($p=0$)的海水密度由如下的多项式表示

$$\rho(s,t,0)=$$

$$+999.842594+6.793952\times10^{-2}\times T$$

$$-9.095290\times10^{-3}\times T^{2}+1.001685\times10^{-4}\times T^{3}$$

$$-1.120083\times10^{-6}\times T^{4}+6.536332\times10^{-9}\times T^{5}$$

$$+8.24493\times10^{-1}\times S-4.0899\times10^{-3}\times T\times S$$

$$+7.6438\times10^{-5}\times T^{2}\times S-8.2467\times10^{-7}\times T^{3}\times S$$

$$+5.3875\times10^{-9}\times T^{4}\times S-5.72466\times10^{-3}\times S^{3/2}$$

$$+1.0227\times10^{-4}\times T\times S^{3/2}-1.6546\times10^{-6}\times T^{2}\times S^{3/2}$$

$$+4.8314\times10^{-4}\times S^{2}$$

在国际状态方程（1980）中，割线体积模量由下式给出

$$K(s,t,p)=$$

$$+19652.21$$

$$
\begin{aligned}
&+148.4206 \times T \qquad -2.327105 \times T^2 \\
&+1.360477\times10^{-2}\times T^3 \qquad -5.155288\times10^{-5}\times T^4 \\
&+3.239908 \times p \qquad +1.43713\times10^{-3}\times T\times p \\
&+1.16092\times10^{-4}\times T^2\times p^2 \qquad -5.77905\times10^{-7}\times T^3\times p \\
&+8.50935\times10^{-5} \times p^2 \qquad -6.12293\times10^{-6}\times T\times p^2 \\
&+5.2787\times10^{-8}\times T^2\times p^2 \\
&+54.6746 \times S \qquad -0.603459 \times T \times S \\
&+1.09987\times10^{-2}\times T^2 \times S \qquad -6.1670\times10^{-5} \times T^3\times S \\
&+7.944\times10^{-2} \times S^{3/2} \qquad +1.6483\times10^{-2}\times T \times S^{3/2} \\
&-5.3009\times10^{-4}\times T^2 \times S^{3/2} \qquad +2.2838\times10^{-3} \times p\times S \\
&-1.0981\times10^{-5}\times T\times p \times S \qquad -1.6078\times10^{-6}\times T^2\times P \times S \\
&+1.91075\times10^{-4} \times p \times S^{3/2} \qquad -9.9348\times10^{-7} \times p^2\times S \\
&+2.0816\times10^{-8}\times T \times p^2\times S \qquad +9.1697\times10^{-10}\times T^2\times p^2 \times S
\end{aligned}
$$

上述多项式选自《联合国教科文组织技术论文——海洋科学》(No.36，1981)。

下面的值可以用来检验是否正确地使用了国际状态方程(1980)，其中ρ以千克·米$^{-3}$为单位，K以巴为单位。

S	T℃	p(巴)	$\rho(s,t,p)$	$K(s,t,p)$
0	5	0	999.96675	20 337.80375
		1000	1044.12802	23 643.52599
	25	0	997.04796	22 100.72106

		1000	1037.90204	25 405.09717
3	5	0	1027.67547	22 185.93358
		1000	1069.48914	25 577.49819
	25	0	1023.34306	23 726.34949
		1000	1062.53817	27 108.94504

在上述多项式中，纯水项就是不包括盐度(S)的项，Lewis和Perkin(1981)给出了利用上述多项式把以前方法估算出的盐度换算成实用盐标（1978)中的盐度的方法。

根据国际状态方程(1980)导出的海水要素表已准备作为国际海洋学表的未来卷（Unesco，1981）出版。

文 献 目 录

B.1 引言

此文献目录分为三个部分（a）建议进一步阅读的教科书，这些教科书详述或补充了本书的内容。在这部分中还给出了主要致力于海洋学的少数期刊；（b）数据表的出处；（c）为了方便想进一步深入某个课题的细节的读者，给出了书中提到的一些特殊的期刊参考文献（注意，课文中提到的一些内容可在.2.1中找到）。

至于更全面的期刊文献，1942年以前的可在Sverdrup，Jhonson 和 Fleming所著的。（1946）一书中找到，而1942年以后的可在 Warren 和 Wunsch 编辑的《物理海洋学进展》（1981）一书中找到。

B.2 推荐读物

B.2.1 教科书

Barber, N. F. (1969)*Water Waves*, Wykeham Publishing Company, p.142. Descriptions of wave characteristics and behaviour with only a little mathematics

Bascom, W. (1964) *Waves and Beaches*, Anchol, Doubleday, P. 267.A lively account of experimental studies of ocean waves, particularly near the shore, and of their relations to beach form.

Batcheor, G.K. (1967) *Introduction to Fluid Mechanics*, Cambridge University Press.p.615.Areview of the field, graduate level.

Bjerknes, V.*et al*. (1933) *Physikailsche Hydrodynamik*, Splinger, Berlin, p.797.For the transformations from fixed to rotating axes for the equations of motion, and an

immense quantity of other material in physical hydrodyna-mics.

CSANADY, G.T. (1982) *Circulation in the Coastal Ocean*, Riedel.p.274.The dynamics of the coastal ocean and shallow seas; graduate level.

DARWIN, G.H.(1911) *The Tides and Kindred phenomena in the Solar System*, Houghton Mifflin, reprint Freeman.San Francisco, 1962, p.378. The text of a series of public lectures with excellent non-mathematical discussions/ expositions of topics in the field.

DEFANT, A. (1958) *Ebb and Flow, the Tides of Earth Atmosphere and Water*, University of Michigan Press.p.121. A very interesting descriptive account with illustrations.

DEFANT, A. (1961) *Physical Oceanography*, Pergamon Press, p. 1319. An advanced-level text. Volume 1, Pt.1, is descriptive while Pt.2 and all of Vol.2 are dynamical.

DIETRICH, G., K.KALLE, W.KRAUSS and G.SIEDLER (1980) *General Oceanography—an Introduction*, Second Edition, P. 626(translated by S.and H.U.Roll).A fairly comhensive text on descriptive and dynamical oceanog-raphy with summaries of other disciplines; relatively littile mathematics, good illustrations.

DOBSON, F.,L. HASSE and R. DAVIS(Eds.) (1980) *Air-Sea Interaction, Instruments and Methods*, Plenum p. 801. A series of papers reviewing methods for measuring velocity, temperature, etc., in air and water, air-sea interaction techniques and platforms from which measurements are made.Reviews the theoretical basesas well as the mechanics of the instruments. The best reference avilable on instrumentation.

DOODSON, A.T. and H.D. Warburg(1941) *Admiralty Manual of Tides*, His Majesty's Stationary Office, p.270.A

review of tidal descriptions, theory and harmonic analysis.

DYER, K.R. (1973) *Estuaries—a Physical Introduction*, Wiley, p. 140. A summary of the descriptive and dynamical oceanography of estuaries.

FOMIN, L. M. (1964) *The Dynamic Method in Oceanography*, Elsevier, p.212. Devoted to the use of the geostrophic method and dynamic topographies for current determination

FREELAND, H. J., D. M. FARMER and C. D. LEVINGS (Eds.) (1980) *Fjord Oceanography*, Plenum, 1980, p.715. Proceedings of a symposium on the physical and biological oceanography of fjord estuaries.

GILL, A. E. (1982) *Atmosphere—Ocean Dynamics*, Academic Press, p.662. A unified, comprehensive approach to the study of oceanic and atmospheric circulations, basically mathematical but with excellent verbal descriptions.

GODIN, G. (1972) *The Analysis of Tides*, University of Toronto Press, p. 264. A detailed, advanced description of the various techniques.

GOLDBERG, E.D. *et al.* (Eds.) (1977) *The Sea, Ideas and Observations*, Wiley-Interscience, Vol. 6, *Marine Modelling*, p. 1048. A collection of papers on modelling of physical geological, chemical and biological systems in the sea.

GOWER, J. E. R. (Ed.) (1981) *Oceanography from Space*. *Marine Science*, Vol.13, Plenum Press, P. 978. A collection of papers on techniques of and some results from satellite observations.

GROSS, M. G (1982) *Oceanography, a View of the Earth*, Third Edition, Prentice-Hall, p. 498. A good descriptive account, well illustrated.

HILL, M.N. (Ed.), *The Sea, Ideas and Observations*, Wiley-Interscience, Vol. I, 1962, *physical Oceanography*, p.864. A collection of advanced papers on dynamical oceanogra-

phy. Vol.2, 1963, *The Composition of Sea Water; Comparative and Descriptive Oceanography*, p. 554, A series of mainly descriptive papers on the chemistry, biology and physics of the ocean.

HINZE, J. O. (1975) *Turbulence*, McGraw-Hill, 2nd Edition, p. 790. A comprehensive, advanced text.

IPPEN, A.T. (Ed.) (1966) *Estuary and Coastline Hydrodynamics*, McGraw-Hill, p. 744. A collection of papers summarizing wave and tide theory, harbour resonance and many aspects of estuarine dynamics.

KINSMAN, B. (1966) *Wind Waves, their Generation and propagation on the Ocean Surface*, Prentice-Hall, p. 676. A detailed, mathematical review of wind-wave generation and characteristics.

KRAUSS, E.B. (Ed.) (1977) *Modelling and Prediction of the Upper Layers of the Ocean*, Pergamon Press, p. 325. Papers by a number of authors on these subjects, advanced.

LACOMBE, H. (1965) *Cours de Océanographie physique*, Gauthier-Villars, p.392. Covers many of the subjects in the present text (not tides or modelling) but in more mathematical detail.

LAMB, H. (1932) *Hydrodynamics*, Dover (reprint), 6th Edition p. 738. The basic reference on classical hydrodynamics.

LEBLOND, P. H. and L. A. MYSAK (1978) *Waves in the Ocean*, Elsevier, p. 602. A comprehensive, up-to-date text, advanced.

MCLELLAN, E.J. (1965) *Elements of Physical Oceanography*, Pergamon press. p. 150. An introduction to descriptive and dynamical physical oceanography.

MELCHIOR, P. (1982) *Tides of the Planet Earth*, Pergamon Press. 2nd Edition. p. 630. An advanced text on tidal

theory.

MURTY, T.S. (1977) *Seismic Sea Waves—Tsunamis*, Department of Fisheries and the Environment, Fisheries and Marine Services, Ottawa, p.337. A review of the character and theory of tsunamis.

NEUMANN, G. and W.J. PIERSON (1966) *Principes of Physical Oceanography*, Prentice-Hall, p. 545. Moderately advanced text on dynamical oceanography with one chapter on descriptive oceanography.

OFFICER, C.B. (1958) *Introduction to the Theory of Sound Transmission. with Applications to the Ocean*. McGraw-Hill, p.284. A mathematical treatment.

OFFICER, C.B. (1976) *Physical Oceanography of Estuaries and Associated Coastal Waters*, Wiley, p.456. A moderately advanced account of the physical theory with applications to typical areas around the world.

PEDLOSKY, J. (1979) *Geophysical Fluid Dynamics*, Springer Verlag, p.924. An advanced text of interest to graduate students in physical oceanography.

PHILLIPS, O.M. (1966) *The Dynamics of the Upper Ocean*, Cambridge University Press, p. 261. A graduate level text on surface and internal waves and on oceanic turbulence.

PICKARD, G.L. and W.J. EMERY (1982) *Descriptive physical Oceanography*, Pergamon Press 4th Edition, p.249. An introduction to descriptive (synoptic) physical oceanography for science undergraduates and graduates.

PIERSON, W.J., G.NEUMANN and R.W.JAMES (1955) *practical Methods for Observing and Forecasting Ocean Waves*, U. S. Naval Oceanographic Office, Publ. 603, p. 284. A technical trestise with applications and a chapter on wave refraction plotting.

PROUDMAN, J. (1953) *Dynamical Oceanography*, Methuen, p. 409. A basic mathematical treatise with much detail on waves and tides; everything done from first principles.

REID, R.O. (Ed.) (1975) *Numerical Models of Ocean Circulation*, National Academy of Sciences, Washington, D. C., p. 364. proceedings of a symposium on numerical modelling. Advanced level but does include several review papers on the character of ocean circulation and some discussion on directions for future study.

RICHARDS, F.A. (Ed.)(1981) *Coastal Upwelling*, Coastal and Estuarine Sciences, Vol. 1, American Geophysical Union, p.529. A series of papers on recent studies in coastla upwelling particularly from the Coastal Upwelling Ecosystems Analysis programme.

ROBINSON, A.R. (Ed.) (1963) *Wind-driven Ocean Circulation*, Blaisdell, p.161. A collection of reprints of papers on the theory of this subject.

ROLL, H.U. (1965) *Physics of the Marine Atmosphere*, Academic Press p.426. An advanced description of the influence of the sea on the atmosphere above it, characteristics and turbulent flow of the atmosphere, thermodynamics.

RUSSELL, R.C.M. and D.M. MACMILLAN (1952) *Waves and Tides*. Hutchinson, p.348. Mainly descriptive, With illustrations.

STERN, M.E. (1975) *Ocean Circulation physics*, Academic, press, p. 246. Geophysical fluid dynamics for graduate physical oceanographers—mathematical.

STOMMEL, H. (1965) *The Gulf Stream*, University of California Press, 2nd Edition, p. 248. Both a description of this ocean feature and a review of theoretical studies of it. An excellent introduction to physical oceanography for upper year undergraduates and graduate stu-

dents in physics.

SVERDRUP, H.U., M.W.JOHNSON and R.H.FLEMING (1946) *The Oceans, their physics, Chemistry and General Biology*, Prentice-Hall, p.1087. A comprehensive reference text on all aspects of oceanography to that date.

TENNEKES, H.and J.L. LUMLEY (1972) *A First Course in Turbulence*, MIT Press, p 300.A first course for graduate students.

THOMSON, R.E. (1981) *Oceanography of the British Columbia Coast*, Department of Fisheries and Oceans, Ottawa, p. 291. An excellent account of most aspects of the physical oceanography, descriptive and dynamical, of a coastal region. Well illustrated, not mathematical.

TOLSTOY, I.and C.S.CLAY (1966) *Ocean Acoustics*, McGraw Hill, p. 293. Another mathematical treatment of the subject.

Tricker, R.A.R. (1965) *Bores, Breakers, Waves and Wakes*. Elsevier, p.250. An interesting account of waves near the shore and of bores in rivers.

TURNER, J.S. (1973) *Buoyancy Effects in Fluids*, Cambridge University press, p. 367. Discusses various consequences of gravity acting on small density differences in fluids, e.g. internal waves, instability of shear flow, buoyant convection, double diffusion and mixing. Graduate level.

URICK, R.J. (1975) *Principles of Underwater Sound*, McGraw-Hill, Second Edition, p. 384. A summary of principles, effects and phenomena of underwater sound with quantitative data and some theory; illustrated and with practical applications.

Various _ (1971) *Oceanography—Readings from scientific American*, Freeman, p. 417. A collection of stimulating arti-

cles on many aspects of oceanography.

VARIOUS(1977) *Ocean Science—Readings from Scientific American*, Freeman, p. 307. Contains articles additional to those in the previous collection.

VERONIS, G. (1973) "Large-scale Ocean Circulations' in *Advances in Applied Mechanics*, 13, 1—92. A review of analytic theory with careful attention to approximations used; some discussion of attempts at laboratory simulation of oceanic flows.

VON ARX, W. S. (1962) *An Introduction of physical Oceanography*, Addison-Wesley, p. 422. A stimulating introduction to physical oceanography, with special emphasis on current measurements and the use of physical scale models.

WARREN, B. A. and C. WUNSCH(Eds.)(1981) *Evolution of physical Oceanography*, MIT Press, p. 623. An excellent series of survey articles on the general ocean circulation, physical processes, techniques and ocean/atmosphere interaction, tracing the development of these fields and laying out the state of our present knowledge. Prepared as a tribute to Henry Stommel. Advanced but essential to the library of any serious physical oceanographer.

WIEGEL, R.L.(1964) *Oceanographical Engineering*, Prentice-Hall, p. 532. Some of the applications of physical oceanographic knowledge, particularly in relation to coastal structures and with an emphasis on waves.

B.2.2 期刊

动力海洋学方面的近期论文可在下列期刊中找到(读者通过查阅期刊文献时也可能在其他许多期刊中找到这方面的近期论文)。

Continental Shelf Research. Pergamon Press(from 1982).

Deep-Sea Research. Pergamon Press (from 1953).

Estuarine and Coastal Marine Science. Academic Press(from

1973).

Journal of Geophysical Research—Oceans and Atmosphere, American Geophysical Union, Washington, D. C. (from 1959).

Journal of Marine Research. Sears Foundation for Marine Research (from 1939).

Journal of physical Oceanography. American Meteorological Society(from 1971).

Oceanus. Woods Hole Oceanographic Institution (from 1952). (Has short, up-to-date, nonmathematical accounts of recent developments in most aspects of oceanography.)

Tellus. Stockholm(from 1949).

Transactions (later *EOS*), American Geophysical Union(from 1920).

Two annual reviews of various aspects of oceanography are.

Oceanography and Marine Biology—an Annual Review. M. Barnes(Ed.). Aberdeen University Press(from 1963). *Progress in Oceanography*. M.V.Angel and J. O'Brien(Eds.). Pergamon press(from 1934).

B.3 资料出处

动力海洋学的数值计算中，一些很有用的查算表可以在下列的参考文献中找到。

B.3.1 用氯度定义的盐度；克努森-埃克曼状态方程

Fleming, R.H.(1939) Tables for Sigma-t, *Journal of Marine Research*, 2, 9—11. (Tables of values of temperature and salinity for whole number values of sigma-t. Useful for plotting T—S diagrams.)

Handbook of Oceanographic Tables (1966) U. S. Naval Oceanographic Office, Washington, D.C. Special publication 68, p. 712. (A collection of tables of use to oceanogra-

phors.)

Instruction Manual for Obtaining Oceanographic Data. 3rd Edition, (1968.) U.S. Naval Oceanographic Office, Washington, D.C. Publication 607, p.210. (A description of routine oceanographic procedures and of standard instruments (not CTD's nor STD's))

International Oceanographic Tables, Vol.1 (1966), Unesco, Paris and National Institute of Oceanography, England, p. 128. (For the conversion of conductivity ratio to salinity.)

KNUDSEN, M. (1931) *Hydrographische Tabellen*, G.E.C. Gad, Copenhagen, p.63. (Tables for the calculation of sigma-t from values of salinity and temperature.)

LAFOND, E. C. (1951) *Processing Oceanographic Data*, U. S. Naval Oceanographic Office, Washington, D.C., Publication 614, p. 114. (A compilation of tables needed for correcting reversing thermometers calculating density, specific volume, etc.)

NEUMANN, G. and W. J. PIERSON, (1966) (see Section B. .21). (Tables for $\alpha(35, 0, p)$, $\Delta(s,t)$, $\delta(t, p)$, (t, p), $\delta(s, p)$, (s, p) and stability (E).)

SVERDRUP, H.U., M. W. JOHNSON and R. H. FLEMING, (1946) (see Section B.2.1). (Tables for $\alpha(35,0,p)$ $\Delta(s,t)$ $\delta(t,p)$, (s,p).)

Tables for Sea Water Density, (1952) U.S. Naval Oceanographic Office, Washington, D. C., Publication 615, p. 265. (Tables for calculating sigma-t from values of salinity and temperature.)

B.3.2 实用盐标(1978)和国际状态方程(1980)

MILLERO, F.J. and A. POISSON (1981) International one-atmosphere equation of state of seawater. *Deep-Sea Research*, 28A, 625—629. (IES 80 for one atmosphere pressu-

re but also gives the full formula for the pressure effect, i.e. α(s, t, p).)

Unesco, Ninth Report of the Joint Panel on Oceanographic Tables and Standards (1979). Unesco *Technical Papers in Marine Science*, No.30, p.31(PSS 78).

Unesco, Tenth Report of the Joint Panel on Oceanographic Tables and Standards(1981). Unesco *Technical Papers in Marine Science*, No.36, p. 24.(Contains the definitions of the PSS 78 and IES 80.)

A group of papers reviewing the background to and the development of the Practical Salinity Scale 1978 (PSS 78) were published in the IEEE *Journal of Oceanic Engineering*, Vol. 5, No.1, 1980.

B.4 期刊文献

ACCAD, Y. and C.L. PEKERIS (1978) Solution of tidal equations for M_2 and S_2 tides in the world ocean from a knowledge of the tidal potential alone. *Philosophical Transactions. Royal Society of London A*, 290, 235—266.

BAKER, D. J.(1981) Ocean instruments and experiment design. Chap. 14, pp. 396—433, in *Evolution of Physical Oceanography*, B.A. WARREN and C. WUNSCH (Eds.), MIT Press.

BEHRINGER, D.W. (1979) On computing the absolute geostrophic velocity spiral. *Journal of Marine Research*, 37, 459—470.

BEHRINGER, D.W. and H.STOMMEL (1980) The beta spiral in the North Atlantic subtropical gyre. *Deep-Sea Research*, 27A, 225—238.

BREKHOVSKIKH, L.M., K.N.FEDEROV, L. M. FOMIN, M. N. KOSHLYAKOV and A.D.YAMPOLSKY (1971) Large scale multi-buoy experiment in the tropical Atlantic. *Deep-Sea Research*,

18, 1189—1206.

Bryan, K.and M.D.Cox (1972) The circulation of the world ocean: a numerical study, T.A homogeneous model. *Journal of physical Oceanography*, 2,319—335.

Bryan, K. and L.J.Lewis (1979) A water mass model of the world ocean. *Journal of Geophysical Research*, 84, 2503—2517.

Cartwright, D.E.(1977) Oceanic tides. *Reports on Progress in physics*, 40, 665—708.

Cheney, R.E.and J.G.Marsh (1981a) *Seasat* altimeter observations of the dynamic topography in the western North Atlantic. *Journal of Geophysical Research*, 86, 473—483.

Cheney, R. E.and J.G. Marsh (1981b) Oceanic eddy variability measured by *GEOS* 3 altimeter crossover differences, *EOS*. *Transactions of the American Geophysical Union*, 62, 743—752.

Coriolis, G.(1835) Memoire sur les equations du mouvement relatif des systemes de corps. *Journal de l' Ecole Royale polytechnique*, 15 p.142.

Cox, M.D.(1970) A mathematical model of the Indian Ocean, *Deep-Sea Research*, 17, 47—75.

Cox, M.D.(1975) A baroclinic numerical model of the world ocean. In *Numerical Models of Ocean Circulation*, pp. 107—120, National Academy of Sciences, Washington, D.C.

Davies, R. E., R.Deszoeke and P.Niiler (1981) Variability in the upper ocean during MILE.Part 2: Modeling the mixed layer response. *Deep-Sea Research*, 28, 1453—1476.

Defant, A.(1950) Reality and illusion in oceanographic surveys. *Journal of Marine Research*.9, 120—138.

Donelan, M. (1982) The dependence of the aerodynamic

drag coefficient on wave parameters. In *Proceedings, First International Conference on Meteorology and Air-Sea Interaction of the Coastal Zone* (in press).

EKMAN, V.W. (1905) On the influence of the earth's rotation on ocean currents. *Arkiv for Matematik, Astronomi och Fysik*, 2, No. 11.p.52.

EKMAN, V.W. (1908) Die Zusammendrückbarkeit des Meereswassers nebst einigen Werten für Wasser und Quecksilber. *publications de Circonstance, Conseil Permanent International pour l'Exploration de la Mer*, No. 43, 1—47.

EMERY, W.J. (1983) On the geographical variability of the upper level mean and eddy fields in the North Atlantic and North Pacific. *Journal of Physical Oceanography*, 13, 269—291.

FOFONOFF, N. (1962) Dynamics of ocean currents.Section III, pp. 323—395, in *The Sea-Ideas and Observations*,M. N. Hill (Ed.), Wiley Interscience, Vol.I.

FORRISTAL,G.Z. (1978).On the statistical distribution of wave heights in a storm. *Journal of Geophysical Research*, 83, 2353—2358.

GARRATT, J.R.(1977) Review of drag coefficients over oceans and continents. *Monthly Weather Review*, 105, 915—929.

GARRATT,C. (1972) Tidal resonance in the Bay of Fundy and Gulf of Maine *Nature*. 238, 441—443.

GARWOOD, R.W.(1977) An oceanic mixed-layer model capable of simulating cyclic states. *Journal of Physical Oceanography*, 7, 455—468.

GODIN, G.(1980) Cotidal charts for Canada.*Marine Sciences and Information Directorate, Department of Fisheries and Oceans, Ottawa*, MSS Report Series. No.56.p. 93.

HANEY, R.L. (1979) Numerical models of ocean circulation and climate interaction. *Reviews of Geophysics and Space Physics*, 17, 1494—1507.

HASSELMAN, K. *et al.*(1973)Measurements of wind-wavegrowth and sweil decay during the North Sea wave project (JONSWAP).*Deutsche Hydrographische Zeitschrift*, Supplement A, 8, (12), p.95.

HAYWARD, A.T.J.(1967) Compressibility equations for liquids; a comparative study. *British Journal of Appliedphysics*, 18, 965—977.

HMLLERMAN, S. (1967) An updated estimate of the wind stress on the world ocean. *Monthly Weather Review*, 95,606—626.

HELLEERMAN, S.(1968)Correction. *Monthly Weather Review* 96, 63—74.

HOLLAND, W.R.(1973) Baroclinic and topographic influences on the transport in western boundary currents. *Geophysical-Fluid Dynamics*, 4, 187—210.

HOLLAND, W.R. (1978)The role of mesoscale eddies in the general circulation of the ocean numerical experiments using a wind-driven, quasi-geostrophic model. *Journal of Physical Oceanography*, 8, 363—392.

HOLLAND, W.R.and A. D.HIRSCHMAN (1972) A numerical calculation of the circulation of the North Atlantic Ocean. *Journal of physical Oceanography*.2, 336—352.

HOLLAND, W. R. and L.B. LIN (1975) On the origin of mesoscale eddies and their contribution to the general circulation of the ocean.I.A preliminary numerical experiment, II.A Parameter study. *Journal of Physical Oceanography*, 5, 642—669.

KNAUSS, J.A. (1960) Measurement of the Cromwell Current. *Deep-Sea Research*, 6, 265—286.

KNUDSDN, M. (1901) *Hydrographische Tabellen*, G. E. C. Gad, Copenhagen, p.63.

LARGG, W. G. and S. POND (1981) Open ocean momentum flux measurements in moderate to strong winds. *Journal of Physical Oceanography*, 11, 324—336.

LEETMAA, A.and A. F.BUNKGR ER (1978) Updated charts of the mean annual wind stiess. convergences in the Ekman *layers and Sverdrup transports in the North Atlantic. Journal of Marine Research*,36,311—322.

LEETMAA, A., J.P. McCREAKY and D. W.MOORE (1981) Equatorial currents; observation and theory. Chap. 6, pp. 184—196, in *Evolution of physical Oceanography*, R. A. WARREN and C.WUNSCH (Eds.), MIT press.

LEETMAA,A., P.NIILER and H. STOMMEL, (1977) Does the Sverdrup relation account for the Mid-Atlantic circulation? *Journal of Geophysical Research*,72, 4959—4975.

LEWIS, E.L. (1980)The Practical Salinity Scale 1978 and itsantecedents. *Journal of Oceonic Engineering*, 5, 3—8.

LEWIS.E. L. and R.G. PERKIN (1981) The *Practical Salinity* Scale 1978; conversion of existing data,*Deep-Sea Research*, 28A, 307—328.

MCWILLIAMS, J.C. (1979)A review of research on mesoscale ocean currents.*Reviews of Geophysics and Space Physics*, 17, 1548—1568.

MEEHL,G.A.,W.M.WASHINGTON and A.J.SEMPTER, Jr. (1982) Experiments with a global ocean model driven by obsernvde atmospheric forcing. *Journal of Physical Oceanography*, 12, 301—312.

MILES, J.W. (1961) On the stability of heterogeneous shear *flows. Journal of Fluid Mechanics*, 10, 496—508.

MILERO, F.J.,C-T. CHEN, A.BRADSHAW and K.SCHLEICHER (1980) A new high-pressure equation of state for sea-

water. *Deep-Sea Research*, 27A, 255—264.

MILLERO, F. J. and A. POISSON (1981) International oneatmosphere equation of state of seawater. *Deep-Sea Research*, 28A, 625—629.

MODE Group (1978) The Mid-Ocean Dynamics Experiment. *Deep-Sea Research*, 25, 859—910.

Munk, W.H. (1950) On the wind-driven ocean circulation. *Journal of Meteorology*, 7, 79—93.

MUNK, W. H. (1981) Internal Waves and small-scale mixing processes. Chap. 9, pp.264—291, in *Evolution of Physical Oceanography*, B.A. WARREN and C. Wunsch (Eds.). MIT Press.

MUNK, W. H. and G. F. CARRIER (1950) The wind driven circulation in ocean basins of various shapes. *Tellus*, 2, 158—167.

MUNK, W.H. and D.E. CARTWRIGHT (1966) Tidal spectroscopy and prediction. *Philosophical Transactions, Royal Society of London A*, 259, 533—581.

NIILER, P. (1975) Deepening of the wind-mixed layer. *Journal of Marine Research*, 33, 405—422.

NIILER, P. and E.B. KRAUSS (1977) One-dimensional models of the upper ocean. pp.143-172 in *Modelling and Prediction of the Upper Layers of the Ocean*, E.B. KRAUSS (Ed.), Pergamon.

O'BRIEN, J.J. (1971) A two-dimensional model of the wind-driven North Pacific *Invest.Pesqu* 35, 331—349.

PHILANDER, S.G.H. (1973) Equatorial undercurrents measurements and theories. *Reviews of Geophysics and Space Physics*, 11, 513—570.

REID, R.O. (1948) The equatorial currents of the eastern pacific as maintained by the stress of the wind. *Journal of Marine Research*, 7, 75—99.

ROSSBY, C.G. and R.B. MONTGOMERY (1935) The layer of frictional influence in wind and ocean currents. *Papers in Physical Oceanography and Meteorology*, 3, No.3, p. 101.

SARKISIAN, A.S. and V.F. IVANOV (1971) The combined effect of baroclinicity and bottom topography as an important factor in the dynamics of ocean currents. *Izvestiia Acad. Sci., USSR, Atmospheric and Oceanic Physics*, 1, 173—188.

SAUNDERS, P.M. (1976) On the uncertainty of wind-stress cur calculations, *Journal of Marine Research*, 34, 155—160.

SCHMITZ, W.J., Jr. and W.R. HOLLAND (1982) A preliminary comparison of selected numerical eddy-resolving general circulation experiments with observations. *Journal of Marine Research*, 40, 75—117.

SCHOTT, F. and H. STOMMEL (1978) Beta-spirals and absolute velocities in different oceans. *Deep-Sea Research*, 25, 961—1010.

SMITH, S.D. (1980) Wind stress and heat flux over the ocean in gale-force winds. *Journal of Physical Oceanography*, 10. 709—726.

SNODGRASS, F.E. *et al.* (1966) Propagation of ocean swell across the Pacific. *Philosophical Transactions, Royal Society of London A*, 259. 431—497.

STEWART, R.H. (1980) Ocean Wave measurement techniques, Chap. 24, pp. 447—470 in *Air—Sea Interaction—Instruments and Methods*, F. DOBSON, L. HASSE and R. DAVIS (Eds.). Plenum.

STOMMEL, H. (1948) The westward intensification of wind-driven currents. *Transactions, American Geophysical Union*, 29, 202—206.

STOMMEL, H.(1958)The abyssal circulation. *Deep-Sea Research*, 5, 80—82.

STOMMEL, H., P.NIILER and D.ANATI (1978) Dynamic topography and recirculation of the North Atlantic. *Journal of Marine Research*. 36, 449—468.

SVERDRUP, H.U.and W.H.MUNK (1947) Wino, sea and swell theoly of reladons to forecasting. *United States Hydrographic Office.Publication* 601, p.44.

SWALLOW,J.C. (1955)A neutral-buoyancy float for measuring deep currents. *Deep-Sea Research*, 3, 74—81.

TAIT, P. G(1888) Report on some of the physical properties of fresh water and sea water.*The Voyage of H. M. S. Challenger*, Vol. 2, Part 4, pp. 1—76.

TURNER,J.S.(1981)Small scale Mixing Processes.Chap.8,pp.236—262, in *Evolution of Physical Oceanography*, B. A. WARREN and C.WUNSCH(Eds). MIT Press.

Veronis, G. (1981) Dynamics of large-scale circulation.Chap. 5, pp. 140—183, in *Evolution of Physical Oceanography*, B.A.WARREN and C. WUNSCH(Eds.),MIT Press.

WARREN, B.A.(1977) Deep Western boundary current in the eastern Indian Ocean. *Science*, 196, 53—54.

WELANDER, P. (1971) The thermocline problem. *philosophical Transactions, Royal Society of London A*, 270, 69—73.

WILLIAMS, A.J.(1975)Images of ocean microstructure. *Deep-Sea Research*, 22, 811—829.

WORTHINGTON,L. V.(1976) On the North Atlantic circulation. *Johns Hopkins Oceanographic Studise* No. 6, p.110.

WUMSCH, C. (1978) The North Atlantic general circulation west of 50°W determined by inverse methods. *Reviews of Geophysics and Space Physics*, 16, 583—620.

WYRTKI, K. (1974) The dynamic topography of the Pacific Ocean and its fluctuations. Hawaii Institute of Geophysics, Report HIG-75-5, p.19+37 figs.